

UN MODELO DE PROGRAMAS EFECTIVOS PARA EL DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Elisabeth Ramos-Rodríguez y Claudia Vásquez

Una de las problemáticas existentes en la formación del profesorado es contar con mecanismos que permitan trabajar con docentes que buscan mejorar su práctica y conocimiento profesional. Fruto de la investigación y de la experiencia se presenta un modelo de programas para el Desarrollo Profesional Docente de profesores de matemáticas construido a la luz de la caracterización de programas efectivos. Se operativiza el modelo en un programa de formación observando las características de su efectividad, mostrando los elementos principales que lo constituyen y observando coherencia y complementariedad entre el modelo y su puesta en juego.

Palabras claves: Desarrollo profesional; Modelos de formación; Profesores de matemáticas; Programas efectivos

An Effective Programs Model for the Professional Development of Mathematics Teachers

One of the problems in teacher training is possessing mechanisms that allow us to work with teachers who seek to improve their practice and professional knowledge. As a result of research and experience, a model of programs for professional development of mathematics teachers is presented in light of the characterization of effective programs. The model is operationalized in a training program observing its effectiveness characteristics, showing the main elements that constitute it and observing coherence and complementarity between the model and its implementation.

Keywords: Effective Programs; Math Teachers; Professional Development; Training Models

En las últimas décadas se observa un creciente interés por el desarrollo de investigaciones en torno a la formación y desarrollo del profesorado de matemáticas, visualizado, por ejemplo, a través de grupos de investigación en torno al Desarrollo Profesional Docente (DPD) del profesor de matemáticas, y que se materializan en diversos *Handbook* sobre el tema (Cusi y Malara, 2015; Sowder, 2007). Esto se debe a la necesidad de contar con profesores mejor preparados para la enseñanza de esta disciplina, pues “los profesores son la clave para ofrecer a los estudiantes oportunidades de aprender matemáticas” (Even y Ball, 2009, pp. 1-2), por lo que finalmente la calidad de la enseñanza depende de ellos, de su conocimiento y su preparación para enseñar (Darling-Hammond y Bransford, 2005; Darling-Hammond et al., 2009; Hattie, 2012). En este sentido, cobra relevancia el DPD entendido como un proceso de aprendizaje, de crecimiento continuo y personal, a través del cual el docente participa por propia voluntad, adquiriendo gradualmente confianza, autonomía y profundización en sus conocimientos y habilidades para mejorar su práctica que le lleven a abordar de mejor manera los desafíos de aprendizaje de sus estudiantes (Ávalos, 2011; Bautista y Ortega-Ruiz, 2015; Mizwell, 2010).

Dentro de la agenda de investigación sobre el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas se observa un incremento de estudios cuyo foco es el profesor en ejercicio y sus prácticas de enseñanza, con la finalidad de analizar los conocimientos que estos ponen en juego al enseñar matemáticas (Llinares, 2008). Contar con dicho análisis permitirá diseñar programas efectivos de DPD, cuya calidad se define según la mejora de la práctica docente y del aprendizaje de sus estudiantes (Desimone y Pak, 2017; Timperley et al., 2007), elementos claves del DPD.

Desde esta perspectiva, para el diseño de programas de formación que apoyen el DPD, es necesario considerar la tendencia actual de suministrar conocimientos a los docentes para mejorar su actuación, lo que, aunque suele coincidir con las expectativas de los docentes asistentes a dichos programas -con intención de resolver sus problemas de la práctica- luego repercute de manera superficial en su práctica docente y en su DPD (Ramos-Rodríguez, 2014). Por ello, los modelos que subyacen a dichas propuestas formativas “deben ofrecer oportunidades de desarrollo profesional a los profesores y motivarlos a desarrollar los conocimientos, habilidades y disposiciones que necesitan para enseñar bien las matemáticas” (Sowder, 2007, pp. 160-161). Los cambios en las prácticas de los docentes, derivados de los programas de DPD en los que participan, dependen de las oportunidades que estos presentan para construir (o reconstruir) el conocimiento de los contenidos y de la pedagogía (Sowder, 2007).

Por tanto, es menester contar con programas efectivos de DPD, pues “si uno sabe qué encierra la enseñanza experta, esperaría encontrar formas de ayudar a que los profesores desarrollen tales competencias” (Schoenfeld, 2011, p. 333). Sin embargo, a pesar de esto, la formación continua de profesores lleva tres décadas arrojando resultados decepcionantes (tanto cualitativos como cuantitativos) con

respecto a propuestas formativas efectivas para ayudar a los profesores a mejorar las prácticas (Sims y Fletcher-Wood, 2020) y los resultados son aún más alarmantes cuando se mide el impacto en el aprendizaje de los estudiantes de los profesores participantes (Darling-Hammond et al., 2017; Desimone y Pak, 2017; Vaillant, 2016). En el caso de la Educación Matemática, diversos estudios como el de Caddle et al. (2016) y el de Lindvall (2017) avalan esta negativa realidad.

Esto incita a contar con modelos que sirvan de base para programas de DPD que apunten a la efectividad (Bautista y Ortega-Ruiz, 2015), claves del DPD. En este sentido, coincidimos con Sztajn et al. (2011) en que contar con un enfoque sistemático para examinar programas efectivos de DPD (en lugar de algunas de sus características) puede fortalecer el emergente y aún no teorizado campo de investigación y de desarrollo respecto al DPD de profesores de matemáticas.

Desde esta perspectiva, teniendo en cuenta que no se ha reportado en la literatura estudios que presenten un modelo para programas de DPD exclusivo para matemáticas, diseñado a la luz de las características de la efectividad, se plantea como pregunta de investigación: ¿qué elementos se debe considerar en un modelo de programas para el DPD de profesores de matemáticas que se construya a la luz de las características de programas efectivos?

De esta cuestión emana el objetivo de esta investigación, que consiste en caracterizar un modelo de programas para el DPD de profesores de matemáticas construido a la luz de las características de programas efectivos. Este modelo que subyace a los programas de DPD puede otorgar a diferentes actores, como los investigadores, formadores de profesores o instituciones educativas, insumos para una mejor comprensión sobre el mismo DPD en matemáticas. Esto ayudará a que se puedan construir propuestas que repercutan en la mejora de la práctica del docente y en el aprendizaje de sus alumnos, contribuyendo a su proyección en el aula y en relación a sus pares.

A partir de lo anterior, se definen dos objetivos específicos: proponer un modelo formativo para programas efectivos de DPD para profesores de matemáticas a la luz de elementos detectados en la literatura especializada en el tema; y mostrar los elementos principales que constituyen un programa de formación construido bajo la mirada del modelo formativo propuesto desde la teoría, observando coherencia y complementariedad entre el modelo formativo y su puesta en juego.

MARCO CONCEPTUAL

El sustento teórico de este estudio se centra en dos ideas claves: modelos de formación de profesores y programas efectivos de DPD. Los modelos de formación proveen una base concreta y objetiva para los procesos de desarrollo profesional. Por otro lado, desde hace un par de décadas se viene asentando en la

literatura el concepto de efectividad en los programas de DPD, cuya definición se hace necesario abordar.

Modelos de formación

Nos situamos en este estudio desde la perspectiva de Loya (2008), para quien un modelo de formación de profesores consiste en una propuesta teórica que incluye conceptos de formación, enseñanza y prácticas educativas, entre otros aspectos, caracterizada “por la articulación entre teoría y práctica, en la manera en que se abre o disminuye la relación entre una y otra y en cómo se desarrolla según las finalidades educativas” (p. 2).

A partir de esta concepción, con la intención de construir un modelo en torno a la formación de profesores, se hace necesario indagar en los modelos formativos existentes, de manera que se observe qué elementos prevalecen y las diferencias que evidencian. En la literatura se puede encontrar diversas propuestas, por ejemplo, para Copello y Sanmartí (2001) los modelos de formación del profesorado se desarrollan alrededor de dos grandes tipologías:

- ◆ cursos que se centran en temas muy específicos o sobre nuevas orientaciones curriculares. Si bien estos temas son importantes y relevantes para el profesorado, tienden a ser modalidades alejadas de su práctica, por lo que la formación se arriesga a ser algo externo, algo que el profesorado tendrá que integrar luego, por su cuenta, a su espacio de actuación. De este modo, aunque los cursos se fundamenten teóricamente en nuevas propuestas, estas quedan reducidas al plano del discurso y no acostumbran a incorporarse a la práctica habitual de las clases (o sólo se integran las técnicas o recursos concretos, sin cambiar las concepciones).
- ◆ dispositivos formativos que se realizan en el mismo establecimiento escolar, centradas en el planteamiento de temáticas susceptibles de interés por todo el profesorado, lo que da muchas ventajas en relación a la anterior, ya que considera el contexto e interés del docente. Sin embargo, tienden a mirar aspectos psicopedagógicos de la enseñanza obviando, en muchas ocasiones, la reflexión epistemológica y la psicopedagógica en relación con el área del saber, lo que probablemente conlleve a un cambio superficial de la práctica de enseñar.

Dentro de las propuestas de modelo que continúa presente en diferentes latitudes y contextos, destaca el Modelo de Razonamiento Pedagógico y Acción (MPRA) propuesto por Shulman (1987). Este modelo pretende desarrollar conocimiento práctico (requerido para la enseñanza) en los docentes o futuros docentes. Shulman (1987) afirma que un perfeccionamiento docente debe partir con un dispositivo en forma de texto, un libro de texto, guion u otro material, que el profesor o futuro profesor desee comprender. A partir de ello, se realiza un ciclo de actividades de comprensión, transformación, instrucción, evaluación y reflexión, siendo este

último relevante para el éxito en el desarrollo del conocimiento del docente (figura 1).

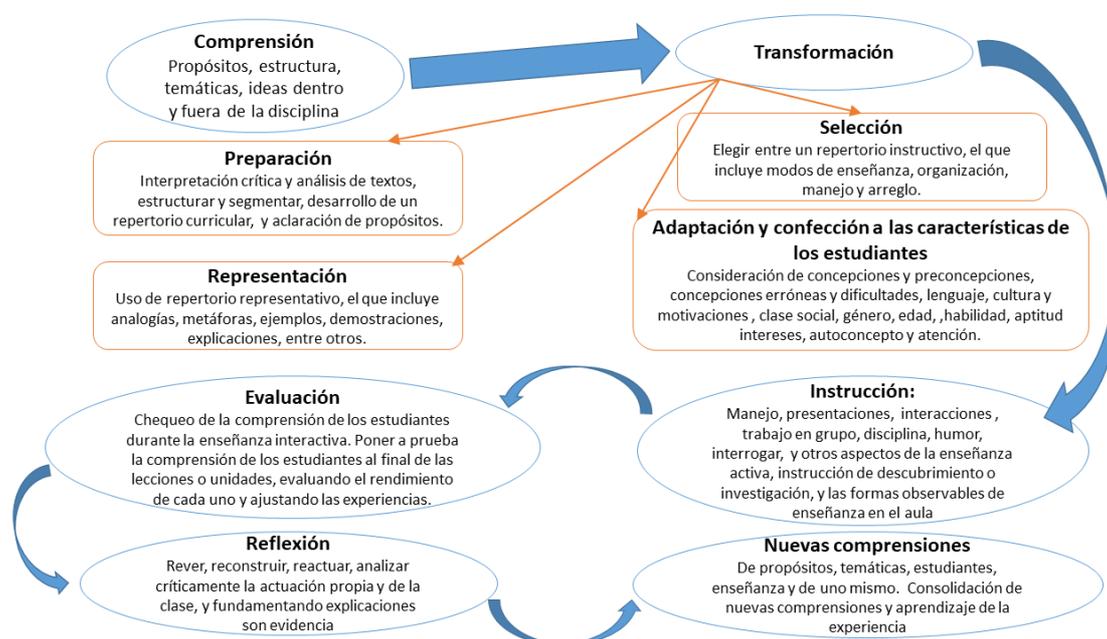


Figura 1. Modelo de Razonamiento Pedagógico y Acción (Shulman, 1987)

En la diversidad de modelos de formación cada uno manifiesta elementos diferenciadores, dependiendo del foco de atención de los investigadores que están detrás de su génesis. Hay algunos pensados para disciplinas específicas, como para las ciencias (Levy y Puig, 2001), otros centrados en la formación inicial de profesores de matemáticas (García, 2000) o el modelo de aprendizaje realista fundamentado en la educación matemática realista de Freudenthal (Esteve et al., 2010).

Además de las diferencias observables en los modelos de formación de profesores, se puede percibir ciertas similitudes. Destacamos entre ellas la reflexión sobre la práctica de los profesores, la que es un aspecto relevante en el modelo MPRA propuesto por Shulman (1987) y en el modelo de aprendizaje realista planteado por Esteve et al. (2010).

Cada modelo tiene su particularidad y características que lo definen. Por ejemplo, los elementos principales que rigen al modelo realista son: el punto de partida son los interrogantes que emergen de la misma práctica y que el maestro en formación experimenta en un contexto real de aula; la formación realista pretende fomentar una reflexión sistemática; el aprendizaje es un proceso social e interactivo; se distinguen tres niveles en el aprendizaje (Gestalt, Esquema y Teoría) y se trabaja en los tres niveles: se guía el proceso de reflexión, individual y grupal, a través de un acompañamiento colaborativo por parte del formador; y, se fomenta autonomía y construcción autorregulada de competencias profesionales.

En este estudio adoptamos la postura de Sztajn et al. (2011) quienes proponen que los investigadores y desarrolladores de programas de DPD para profesores de matemáticas deben tener en cuenta los modelos existentes y tales modelos deben estar compuestos de cuatro elementos: objetivos, teorías, contextos y estructura. La postura de estos autores nos parece útil y clara para atender la formación de profesores de matemáticas, como así ha sido propuesta y como es nuestro propósito. Para ellos, los objetivos se rescatan de los planteados por Sowder (2007) para el DPD en matemáticas: una visión compartida para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, una comprensión sólida de las matemáticas para el nivel enseñado, una comprensión de cómo los estudiantes aprenden matemáticas, un profundo conocimiento del contenido pedagógico, una comprensión del papel de la equidad en las matemáticas escolares y un sentido de sí mismo como profesor de matemáticas. No obstante, se debe tener en cuenta que pueden emerger otros objetivos de acuerdo a las necesidades de los diseñadores o de las políticas educativas emergentes.

Por su parte, el contexto no puede subestimarse. Se debe contar con información sobre los participantes, sus necesidades y el nivel curricular, entre otros aspectos. Además, sin importar cómo se diseñe un programa de DPD, este será ineficaz a menos que esté basado en sólidas teorías (Sowder, 2007). En este sentido, se deben incluir teorías de aprendizaje, como, por ejemplo, las referentes al cambio del profesor.

Para terminar, la estructura de un programa de DPD para profesores de matemáticas debe estar bien definida, de manera que puedan responderse cuestiones como: ¿cómo diseñar el contenido y el formato del aprendizaje?, ¿se deben considerar las experiencias de aula de los profesores?, ¿cuántas horas deben reunirse los maestros?, ¿dónde?, ¿cuándo?, ¿con qué propósito? Por ejemplo, debe considerarse la cantidad de horas de dedicación significativa de los profesores, pues debe ser una cantidad considerable (entre 30 a 100 horas) para lograr cambios importantes.

DPD y programas efectivos

La expresión desarrollo profesional, como tantas otras del ámbito educativo, carece de un significado consensuado por los diversos agentes que conforman la comunidad científica y educativa (Bautista y Ortega-Ruiz, 2015). Producto de su importancia, su presencia se ha hecho patente en los últimos años, aun cuando esta expresión data de varias décadas atrás. Muchas veces se le asoció a los términos formación permanente, formación continua, formación en servicio, desarrollo de recursos humanos, aprendizaje a lo largo de la vida o capacitación (Marcelo y Vaillant, 2010). Sin embargo, solo algunos de ellos tienen sentido actualmente, pues la noción de desarrollo profesional que mejor se adapta hoy en día tiene que ver con la concepción del maestro como profesional de la enseñanza, donde el concepto desarrollo tiene una connotación de evolución y continuidad, que incluye formación inicial y continua de los docentes (Marcelo y Vaillant, 2010).

Para este estudio el DPD se concibe como un proceso de aprendizaje y crecimiento continuo y personal, en el cual el docente participa por propia voluntad adquiriendo gradualmente confianza, autonomía y profundización en el saber a enseñar, con el fin de mejorar sus prácticas de enseñanza y, en consecuencia, el aprendizaje de sus estudiantes (Bautista y Ortega-Ruiz, 2015).

El estudio de las propuestas formativas de DPD se puede realizar mirando los resultados de los alumnos de estos profesores o bien mirando la docencia que el profesor imparte (Ávalos, 2004). Para observar si apuntan a la efectividad es necesario mirar ambos aspectos. Es decir, un programa efectivo de DPD es aquel donde se cuenta con una relación entre este y la mejora de la práctica del docente (la enseñanza) y el aprendizaje de sus alumnos (Desimone y Pak, 2017; Timperley et al., 2007). Aquellos que son efectivos consideran que los profesores experimenten tanto el rol de estudiantes como de docentes, de manera que puedan enfrentar las dificultades que cada uno de estos roles conlleva. En este sentido, es un proceso focalizado en el aprendizaje (Borko, 2004; Martínez, 2009).

En la literatura internacional se pueden identificar variedad de estudios centrados en determinar características y/o principios de un programa efectivo de DPD. Por ejemplo, Cortés et al. (2011) en Chile, Desimone y Pak (2017) en Estados Unidos y el conocido informe Cockcroft (1982) en Inglaterra. Aun así, no se cuenta con un consenso sobre estos principios y características (Sztajn et al., 2011; Vien, 2017). Dentro de ellos, acercándose a la línea de la Educación Matemática, destaca un marco conceptual que permite abordar programas efectivos de DPD para profesores de Matemáticas y Ciencias, es el propuesto por Desimone y Pak (2017), el que plantea cinco características de estos programas que se emplearán en este estudio:

- ◆ Característica 1 de enfoque en el contenido: actividades que se centran en el contenido de la materia y en cómo los alumnos aprenden ese contenido.
- ◆ Característica 2 de aprendizaje activo: oportunidades para que los profesores observen, reciban comentarios, analicen el trabajo de alumnos o realicen presentaciones, en lugar de una postura pasiva escuchando conferencias.
- ◆ Característica 3 de coherencia: contenido, metas y actividades consistentes con el plan de estudios y metas escolares, conocimiento y creencias de los maestros, necesidades de los estudiantes y políticas y reformas de la escuela, el distrito y el estado.
- ◆ Característica 4 de duración sostenida: actividades de DPD que están en el programa durante el año escolar e incluyen 20 horas o más de tiempo de contacto.
- ◆ Característica 5 de participación colectiva: maestros del mismo grado, materia o escuela participan juntos en actividades de DPD construyendo comunidad de aprendizaje.

MÉTODO

En este estudio se utiliza el enfoque de Investigación Basada en el Diseño, dada la necesidad de ocuparse de un problema complejo en la práctica educativa (Plomp, 2010), en nuestro caso para construir un modelo de programas efectivos para el DPD de profesores de matemáticas.

Este enfoque se preocupa por generar y promover un conjunto de construcciones teóricas que trasciende las particularidades ambientales de los contextos en los que se generaron, seleccionaron o refinaron, poniendo de manifiesto la importancia de promover la teoría fundamentada en contextos naturales (Barab y Squire, 2004), lo que concuerda con la necesidad metodológica de este estudio. Esto implica que el foco de este estudio no está en crear programas de DPD, sino en explicar por qué el diseño es efectivo y sugerir formas en las cuales puede ser adaptado a nuevas circunstancias, es decir, trasciende a un programa de DPD específico. Cabe hacer notar que la propuesta presentada es aplicable al ámbito de la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas tanto de Educación Primaria como de Educación Secundaria y universitaria. Este trabajo ha querido considerar una visión amplia de estos contextos, dejando una ventana abierta para indagar en las posibles y delicadas diferencias que puedan generarse el interior de cada contexto, esfuerzo que posteriormente es necesario y pertinente emprender.

Este enfoque contempla tres fases clásicas: preliminar o teórica, empírica o de desarrollo de prototipos, y terminal o de evaluación (figura 2).

En la fase teórica o preliminar se identifican las necesidades y el análisis del contexto, se realiza una revisión de la literatura para programas efectivos de DPD.

En la fase empírica, se establecen las directrices del diseño, donde se concreta el modelo de formación para programas efectivos de DPD, se optimizan los prototipos de la intervención a través de ciclos de diseño, se realiza la evaluación formativa y la revisión, en este caso, operativizando el modelo en un programa de DPD específico. En esta fase la evaluación formativa es la actividad de investigación más importante dirigida a la mejora y el perfeccionamiento de la intervención desde el punto de vista de programa efectivo de DPD. La información para esta fase se extrae de un programa de perfeccionamiento realizado en Chile.

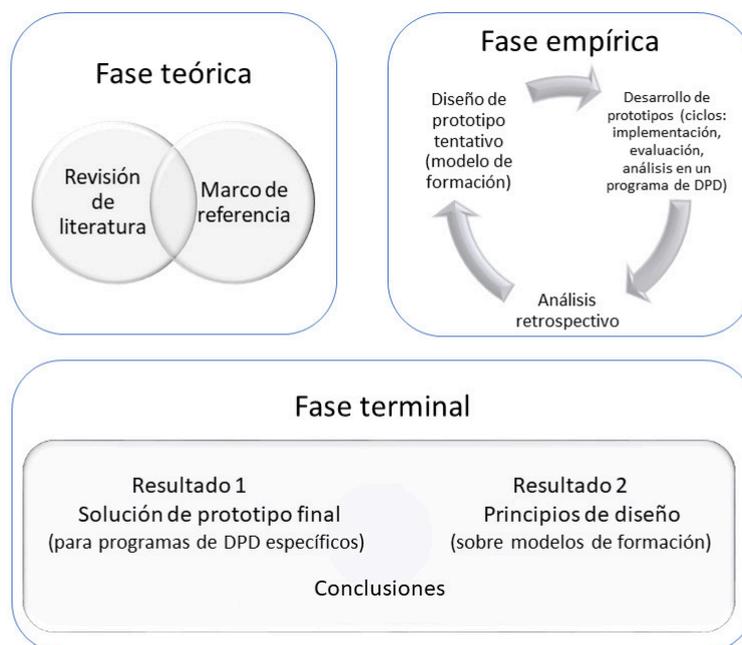


Figura 2. Esquema metodológico del estudio

En la fase terminal o de evaluación se busca concluir si la solución (modelo de formación) cumple con las especificaciones predeterminadas, evaluar si la propuesta teórica del curso formativo de DPD (el modelo que lo subyace) satisface lo que se pretende en torno a características de efectividad. También en esta fase a menudo se plasman recomendaciones para la mejora del modelo, a lo que denominan análisis retrospectivo, seguido de la especificación de las características de diseño y articulación de sus vínculos con el marco conceptual. Se observa coherencia y complementariedad entre el modelo formativo y su puesta en juego.

RESULTADOS

Se obtienen cuatro resultados, que emergen a la luz del enfoque de la Investigación Basada en el Diseño: bases teóricas para un modelo de formación, propuesta de modelo, operativización y su evaluación.

Primer resultado parcial: antecedentes y bases teóricas

Anteriormente, en la sección referida al marco conceptual se ha detallado los elementos teóricos referentes a programas efectivos de DPD y modelos de formación, en donde se plantean cinco características que subyacen a los programas efectivos de DPD (Desimone y Pak, 2017). En esta sección, desde una postura teórica, con objeto de centrarnos en la matemática, se presentan los constructos presentes en la literatura respecto de la formación de profesores de

matemáticas, en concordancia con las cinco características de programas efectivos de DPD: las tareas matemáticas escolares, la investigación sobre la propia práctica y la reflexión.

Las tareas matemáticas escolares son entendidas como aquellas propuestas para el alumno, que implican una acción de su parte (actividad) frente a las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o la evaluación del aprendizaje (Moreno y Ramírez-Uclés, 2016). Estas pueden ser analizadas desde distintas ópticas, una de ellas se ilustra en el modelo de la figura 3, a partir de la triada alumno-profesor-contenido (esta última desde la tarea matemática). El modelo presenta una forma de trabajar las tareas matemáticas escolares en la formación de profesores, considerando el análisis y la discusión estimulada por descriptores primarios y secundarios. Los primarios tienen que ver con lo observado a primera vista en las tareas matemáticas escolares, el propósito de estas y el contenido matemático que se pone en juego. Los descriptores secundarios requieren un análisis más acabado de la tarea, estudiar la coherencia entre la instrucción de la tarea y el propósito de esta, indagar en la demanda cognitiva y las limitaciones de aprendizaje (dificultades, errores y obstáculos) de los alumnos que se deben considerar en su implementación.

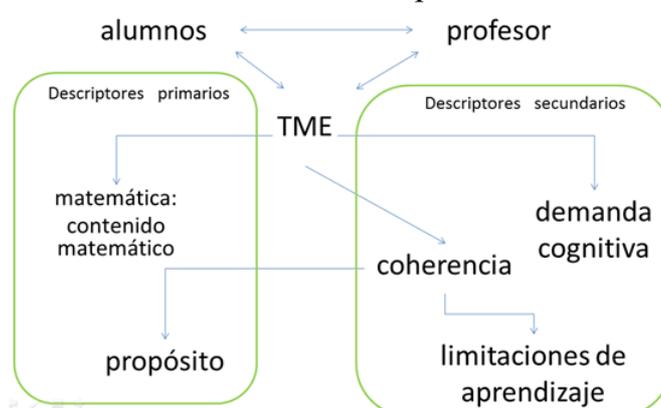


Figura 3. Caracterización de tarea matemática escolar (Ramos-Rodríguez et al., 2019)

Esta caracterización incluye varias ideas que apoyan la tercera característica de programas efectivos de DPD, propósito, limitaciones de aprendizaje (dificultades, errores y obstáculos) y coherencia, en el sentido del grado en que la tarea matemática se adecua al objetivo propuesto.

La presencia de las tareas matemáticas escolares en los programas de formación tiene distintas miradas. Una de ellas, es a través de una herramienta poderosa, el Análisis Didáctico (Rico et al., 2013), que permite al profesor seleccionar, diseñar y secuenciar tareas matemáticas escolares, de manera de fortalecer aprendizajes en los alumnos. Este tipo de análisis implica realizar cinco subanálisis: análisis conceptual, de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación. En Ramos-Rodríguez et al. (2019) se muestra cómo el análisis didáctico ha sido un dispositivo en la formación inicial y continua que permite al

docente o futuro docente focalizarse y profundizar en el conocimiento de la matemática y mejorar su práctica, lo que apunta a la primera característica de programas efectivos de DPD: foco en el contenido.

Otra forma de concretar las tareas matemáticas escolares en los programas formativos es observando su demanda cognitiva (Smith y Stein, 2011), concepto que surge y evoluciona dentro de la Didáctica de la Matemática, que permite ahondar en las características uno (foco en el contenido matemático) y tres (coherencia) de programas efectivos de DPD; y que se ha empleado incluso para promover el constructo que detallaremos a continuación: la reflexión en el profesor (ver, por ejemplo, Smith y Stein, 2011).

En los programas formativos, además de contar con las tareas matemáticas, se cuenta con la reflexión sobre la práctica (Schön, 1983) y a la reflexión sistemática (por ejemplo, a través del modelo ALaCT de Korthagen, 2017), constructos que dan sentido a las problemáticas de aula. Los cambios en las prácticas de los docentes, derivados de los programas de DPD en los que estos participan, dependen de las oportunidades que se le presentan en un entorno que apoya y fomenta la toma de riesgos y el acto de reflexionar (Sowder, 2007), dando protagonismo a la creación de actitudes de reflexión, sobre y en la práctica (Schön, 1983). La reflexión sistemática se robustece a partir de la socialización con pares y formadores, discutiendo puntos de vistas para formar una visión más acabada sobre los problemas que abordan (Ramos-Rodríguez, 2014). Esto apoya la presencia de la característica 2 (aprendizaje activo) y 5 (participación colectiva) de programas efectivos.

Por otro lado, la reflexión para, en y desde la práctica (Schön, 1983) permite contar con un aprendizaje responsable de los docentes, apoyando la profundización del contenido disciplinario y didáctico (característica 1), que está presente en las comunidades de aprendizaje (característica 2), otorgando oportunidades de aprendizaje y es más enriquecedora en programas de duración prolongada (característica 4) (Ramos-Rodríguez, 2014).

La investigación sobre la propia práctica permite realizar intervenciones significativas en los contextos de trabajo del docente, está orientada a solucionar problemas de la práctica referidos a la enseñanza o aprendizaje de un contenido (cobrando presencia la primera característica, del enfoque en el contenido, y la tercera característica, referido a las necesidades de los estudiantes), ayuda a identificar estrategias para afrontarlos y, al mismo tiempo, tiene un efecto formativo de largo alcance en los profesores (Ponte, 2014), pues involucra un tiempo oportuno de trabajo para su realización, lo que favorece la presencia de la quinta característica.

La investigación es una herramienta de transformación de las prácticas educativas, una de las mejores vías para la formación profesional en la sociedad, por lo que su explotación tiene una marcada tendencia internacional, tanto en didáctica de la matemática, como en didáctica general, observándose como un elemento clave en los programas de DPD (Ponte, 2014).

Se observa relación entre los constructos de investigación sobre la propia práctica y reflexión sobre la propia práctica. Sus diferencias pueden ser claves a la hora de considerarlas en un proceso formativo: que los docentes lleven a cabo investigación sobre la propia práctica es un escenario ideal para fomentar en ellos procesos reflexivos sobre la misma. Pero, se puede promover en ellos reflexionar sobre la propia práctica sin necesariamente investigar sobre ella. En este estudio se sostiene como hipótesis que la conjunción de ambos es clave para un programa efectivos de DPD.

Segundo resultado parcial: un modelo para programas efectivos de DPD

Este resultado apunta al objetivo específico 1 de este estudio: proponer un modelo formativo para programas efectivos de DPD para profesores de matemáticas a la luz de elementos detectados en la literatura especializada en el tema. Considerando los elementos teóricos plasmados en el resultado parcial 1, se propone un modelo para programas de DPD efectivos que emergen de la didáctica de la matemática y de la psicología (figura 4). El modelo se ha denominado “átomo-TP”, pues alude a una metáfora del átomo y la relación entre teoría y práctica.



Figura 4. Modelo del “Átomo-TP” para programas efectivos de DPD en la formación del profesorado de matemáticas.

La metáfora del átomo, que considera a este como la unidad más pequeña en que un elemento puede ser dividido sin perder sus propiedades, posee un núcleo en su centro y electrones girando a su alrededor. El átomo se ve representado como el elemento esencial de un programa de DPD donde los electrones que giran alrededor son los elementos del modelo y los problemas de la práctica sobre un objeto matemático representa su núcleo (que representan protones y neutrones). Esto otorga un carácter dinámico al modelo, interrelacionando los elementos

(electrones) y su centro (núcleo), considerando además las teorías de la didáctica de la matemática que hacen el papel de las fuerzas fundamentales en un átomo (mantienen unido a los electrones y núcleo). La naturaleza de este centro otorga presencia la característica 1, foco en el contenido matemático.

La teoría y la práctica están presentes desde el docente que se involucra en un problema de su práctica que implica un objeto matemático, centro del modelo. La práctica se materializa en este problema que tiene que ver con situaciones complejas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo que cobra presencia la característica 3. La teoría se hace presente desde dos ámbitos. Por un lado, por medio de los electrones que giran en torno al núcleo. Uno de ellos, la investigación sobre la propia práctica, para profundizar en la matemática y su relación con la práctica. También se tiene a las tareas matemáticas escolares, que permiten enfrentar los problemas de la práctica detectados desde el diseño de clases. Por último, se sostiene que un componente infaltable del modelo para programas efectivos de DPD, presente en otros modelos estudiados por su relevancia en la formación de profesores, es la reflexión, la cual puede ser abordada desde la reflexión para, de y sobre la práctica (Schön, 1983) y la reflexión sistemática (Korthagen, 2017). Por otro lado, la teoría también está presente a partir de las teorías de la didáctica de la matemática que hacen el papel de las fuerzas fundamentales en un átomo (mantienen unido a los electrones y núcleo).

Los electrones se relacionan entre sí de manera dinámica. En algunos momentos el foco de atención es la reflexión del profesor en torno a las tareas escolares, en otro puede ser una tarea escolar vista desde la investigación sobre la propia práctica, indagando en las tareas escolares que propone el mismo docente. En este sentido es difícil saber exactamente el lugar y papel que juega cada uno de ellos en los procesos formativos, lo que puede metaforizarse con el principio de incertidumbre de Heisenberg, en relación a un átomo. Este principio afirma, que no se puede determinar, en términos de la física cuántica, en forma simultánea y con precisión arbitraria, la posición y el momento lineal de un electrón. Para los tres electrones del modelo, no es posible saber con exactitud, el lugar y el papel que juega cada uno en el mismo. Aun así, la presencia y relación entre ellos es una fortaleza del modelo, pues se sostiene que aquellos procesos formativos que involucran interacciones entre ellos son más efectivos.

Tercer resultado parcial: operativización del modelo

Este resultado apunta al objetivo específico 2 de este estudio: mostrar los elementos principales que constituyen un programa de formación construido a la luz de un modelo formativo que considera características de programas efectivos de DPD.

Desde un punto de vista empírico, se observan los elementos principales que subyacen a perfeccionamientos (llevados a cabo por la autora de esta propuesta), dentro de la formación inicial y continua (figura 5), de manera que den insumos

para analizar desde la perspectiva de las cinco características de programas efectivos de DPD propuestos por Desimone y Pak (2017). Una década en la formación de docentes de primaria, secundaria y universitaria ha permitido contar con una mirada más profunda sobre qué elementos fortalecen su DPD, lo que hace destacar los constructos antes mencionados: tareas matemáticas escolares,



investigación sobre la propia práctica y reflexión.

Figura 5. Resumen de cursos de formación realizados

Los elementos teóricos mencionados en el resultado teórico 1 y 2, se han puesto en juego en los programas de DPD ilustrados en la figura 5 que de una u otra forma cuentan con las características de programas efectivos de DPD. En Ramos-Rodríguez (2014), Ramos-Rodríguez et al. (2017) y Ramos-Rodríguez et al. (2019), se constata que permiten fortalecer y apoyar el DPD de profesores de matemáticas donde se especifican, en cada caso, las características de programas efectivos de DPD. A partir de estos programas se va construyendo y consolidando el modelo del átomo-TP. A continuación se muestra los elementos principales de uno de estos programas diseñado e implementado a la luz del modelo del átomo-TP.

Por quinto año consecutivo se lleva a cabo un programa de DPD para docentes de matemáticas (Diplomado en Didáctica de la Estadística y la Probabilidad), donde se considera el modelo del átomo-TP. Este programa propone un curso de formación de 80 horas, cuyo objetivo es apoyar al docente en su desarrollo profesional desde la participación en un *estudio de clases* con una reflexión en torno a tareas matemáticas escolares de estadística y probabilidad. Se ha dictado en cinco años consecutivos dada la necesidad local de contar con herramientas para enfrentar la enseñanza de la estadística y la probabilidad, lo que otorga presencia a la tercera característica de programas efectivos: coherencia.

El curso conlleva un estudio de clases, herramienta metodológica formativa potente que emerge desde Japón (Isoda et al., 2012), que otorga sistematicidad y rigurosidad a los procesos formativos y que estimula elementos claves como la investigación sobre la propia práctica (Ponte, 2014), colaboración entre pares, conexión con la práctica y focalización en el estudiante, otorgando presencia a las características 1, 2 y 5 de programas efectivos de DPD.

Bajo este paraguas, se tiene presente los tres constructos que rodean al núcleo del átomo-TP: reflexión, tareas matemáticas escolares e investigación sobre la propia práctica.

En el curso, se considera como reactivo inicial para los participantes la identificación de un problema de su práctica relativo a la enseñanza y el aprendizaje de la estadística o las probabilidades (núcleo del átomo), el cual se denomina problemática. Algunas de sus problemáticas son procedimentales, como por ejemplo “los alumnos no saben interpretar una tabla de frecuencias” o “las estrategias de aprendizaje para la distribución normal son reducidas hacia la manipulación de fórmulas y procesos algorítmicos”, otras tienen una connotación más conceptual, por ejemplo: “los estudiantes conciben la distribución binomial como el cálculo en una fórmula determinando probabilidades individuales, y no en su noción como distribución”, o bien “los estudiantes logran desarrollar ejercicios de intervalos de confianza sin comprender ni desarrollar un pensamiento estadístico apropiado sobre el mismo”.

Posterior a ello, se provoca en los docentes diseñar, implementar y analizar una clase (en el contexto de un estudio de clases) que aborde su problemática. Estos momentos se llevan a cabo en un entorno colaborativo donde pares y formadores apoyan el refinamiento de la clase en pro de los aprendizajes de los alumnos.

En todo el proceso los formadores provocan ciclos de reflexión desde el modelo ALaCT de Korthagen (2017), a nivel macro (mirando todo el curso) y micro (en algunas sesiones) en sus participantes como, por ejemplo, en torno al diseño de tareas matemáticas escolares que apunten a mitigar la problemática.

Como el análisis didáctico (Rico et al., 2013) permite profundizar en la matemática y su enseñanza, en paralelo al estudio de clases, se plantea a los docentes llevar a cabo este análisis en relación al objeto matemático implicado en su problemática. Esto favorece la profundización del contenido matemático en juego (núcleo del átomo) y análisis de tareas matemáticas en torno a este. Para avanzar hacia una reflexión fundamentada se incluyen elementos didácticos, como limitaciones de aprendizaje, obstáculos epistemológicos (que emergen de teorías de la didáctica de la matemática).

Llevar a cabo el análisis didáctico sobre un objeto matemático implicado en una problemática de su práctica pretende incentivar a los docentes a una “investigación sobre su propia práctica”, donde identifican un problema de su práctica y buscan cómo enfrentarlo a partir de los cinco sub-análisis que implica

el análisis didáctico, de manera que puedan diseñar y analizar una clase que aborde dicho problema.

En síntesis, el curso se construye de manera que se articule el análisis didáctico, la reflexión sistemática, la investigación sobre la propia práctica y el estudio de clases (figura 6). En este proceso los profesores deben destinar inicialmente 40 horas para el diseño de la clase en forma colaborativa y el desarrollo de los cuatro primeros sub-análisis del análisis didáctico. Luego de dar espacio a la implementación de las clases diseñadas, las otras 40 horas se distribuyen durante 6 a 8 meses para el análisis de las implementaciones y las producciones de los estudiantes sobre los reactivos que usaron en ellas. Este trabajo lo realizan dentro de la institución que les ofrece el perfeccionamiento, exceptuando la implementación, la cual es realizada en sus propias aulas, y son grabadas para el posterior análisis en la institución formadora. Esta forma de gestionar los tiempos da presencia a la cuarta característica de programas efectivos: duración sostenida.

Si bien estos elementos dan un aspecto organizativo de las sesiones y contenidos del curso, lo relevante de ellos es mucho más que eso. Tiene que ver con los elementos matemáticos y didácticos implicados. Así, por ejemplo, la reflexión y el análisis didáctico (que involucra diseño y análisis de tareas matemáticas escolares) permiten que el docente tenga una mirada más profunda de las matemáticas a enseñar (Ramos-Rodríguez, 2014).

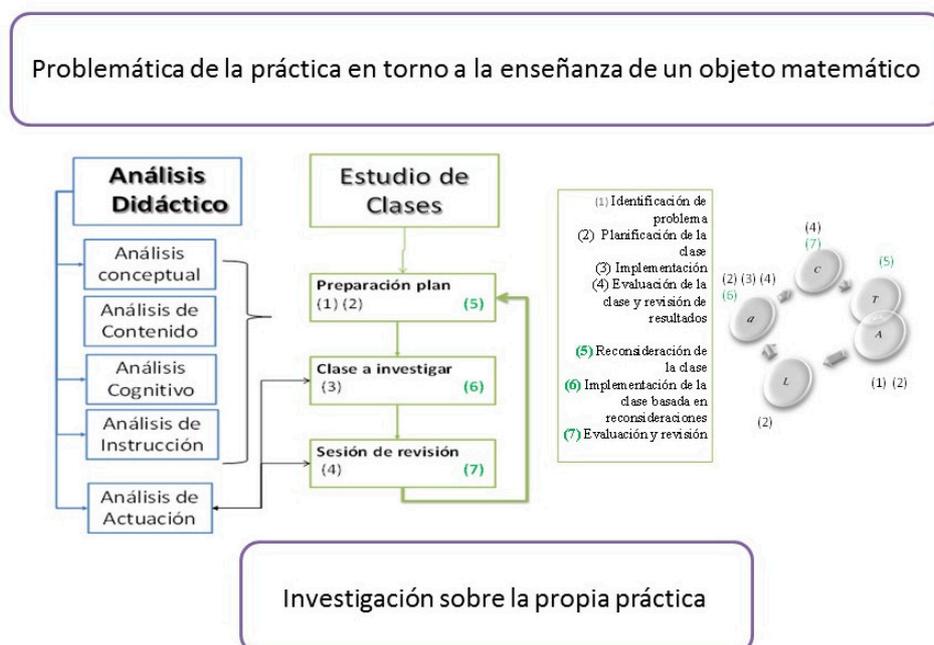


Figura 6. Articulación análisis didáctico, reflexión sistemática y estudio de clases

Por otra parte, en relación a los cuatro elementos esenciales que plantean Sztajn et al. (2011), a saber, objetivos, teorías, contextos y estructura, este programa se propone un objetivo que tiene que ver con una necesidad local en relación a la enseñanza de la estadística y la probabilidad. Además, considera la teoría a través del abordaje de limitaciones de aprendizaje y obstáculos epistemológicos, que emergen de teorías de la didáctica de la matemática. El programa tiene en cuenta el contexto a partir del desarrollo de temas a partir de las problemáticas detectadas por los mismos docentes en sus aulas y, por último, sobre la estructura, tiene claridad sobre qué experiencias tomar en cuenta, dónde las realiza, en qué periodo de tiempo, entre otros aspectos.

Cuarto resultado parcial: evaluación del modelo

En este apartado se evalúa si la propuesta teórica del modelo que subyace al curso formativo de DPD satisface lo que se pretende en torno a características de efectividad. Se observa coherencia y complementariedad entre el modelo formativo y su puesta en juego.

Si bien existe una variedad de estudios donde se han implementado propuestas formativas de DPD basados en características de programas efectivos (Desimone y Pak, 2017; Lee et al., 2008; McNeill y Krajcik, 2008, entre otros), se observa poca evidencia directa que muestre en qué medida estas características se relacionan con resultados positivos en la enseñanza del profesor y en el aprendizaje de sus alumnos (Capp et al., 2012; Garet et al., 2011, en matemáticas). Dada la complejidad que involucra su análisis, el que implica un estudio más amplio, no se abordará en este escrito.

Para poder observar la efectividad de un programa de DPD se estudia la mejora de la práctica de los profesores participantes y en el aprendizaje de los alumnos de estos docentes (Bautista y Ortega-Ruiz, 2015). Estos dos aspectos no deben verse como una relación de causa-efecto, sino como mediadores del DPD (Marcelo y Vaillant, 2010), es decir, se trata de ver la relación entre programa de DPD y la práctica del docente y el aprendizaje de sus alumnos.

Aun así, en Ramos-Rodríguez y Corrial (2016) se ilustra cómo la versión del año 2016 de este programa de DPD tuvo impacto en la práctica de una docente novel participante en él, al generar cambios en sus propuestas de enseñanza, estimulando el desarrollo de estrategias propias, conceptos y representaciones matemáticas. Al indagar en su rendimiento en la evaluación docente, ella calificó en competente siendo la primera vez que la rinde, lo que indica un buen desempeño de su parte, que si bien no necesariamente es fruto de esta formación, es un indicador plausible.

Por otro lado, para indagar sobre el impacto del programa de DPD en esta misma profesora, en relación a los aprendizajes de sus alumnos, sin perder el alcance que tiene, se averiguan aspectos de sus rendimientos en la prueba nacional SIMCE para estudiantes del país. Los alumnos mejoraron su rendimiento: 305 puntos (escala de 200 a 380 aproximadamente) en el año anterior a la participación

de la docente en el programa y 328 puntos en el año siguiente a la rendición del curso formativo. Se debe destacar que esta prueba consideró el 32% de estadística y probabilidad. Sin embargo, como ya se ha mencionado, hay que tener cautela con este resultado, pues una prueba de evaluación nacional es algo bastante más complejo de evaluar como predictor del impacto de un programa de DPD.

Se insiste en que estudiar el impacto de un programa formativo en la enseñanza de una profesora y en el aprendizaje de sus alumnos amerita un estudio de más largo alcance, si bien se entrega la información anterior como elementos que permiten tener una primera mirada sobre su alcance.

Siguiendo las ideas de Sztajn et al. (2011) sobre los cuatro elementos que se deben tener en cuenta en un modelo para un programa de DPD: objetivos, teorías, contextos y estructura, estos se concretan en el programa implementado. El programa de formación se ideó pensando de manera ambiciosa, considerando varios de los objetivos establecidos por Sowder (2007): una visión compartida para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, una comprensión sólida de las matemáticas para el nivel enseñado, una comprensión de cómo los estudiantes aprenden matemáticas y bajo un contenido pedagógico profundo conocimiento. El contexto se tomó en cuenta a la hora de discutir un problema que surge del mismo docente, desde su nivel curricular, desde sus necesidades. Las teorías de aprendizaje están presentes desde la realización del análisis didáctico, ya que en él se consideran diversos aspectos teóricos que abordan el aprendizaje del alumno. Por último, el programa formativo se diseñó de acuerdo a una estructura que permite aprendizajes significativos, por ejemplo, al considerar el número de horas de trabajo (que fueron 80 horas).

CONCLUSIONES

Se ha mostrado un modelo para programas de DPD para profesores de matemáticas a la luz de las características de aquellos que son efectivos. En este modelo resalta el carácter dinámico de la formación de profesores de matemática, donde confluyen por una parte la reflexión, la investigación sobre la propia práctica y las tareas matemáticas escolares y, por otra parte, se hace indispensable la presencia de las teorías de la didáctica de la matemática y los problemas de la práctica referidas a la enseñanza de la matemática. En él se evidencia aspectos comunes con los modelos mencionados en la problemática (Esteve et al., 2010; García, 2000; Levy y Puig, 2001 y Shulman, 1987), así como la reflexión cobra presencia en ellos, en este es un aspecto relevante para promover el DPD.

Hay que tener presente la necesidad de tener una continua vigilancia frente a los elementos que conforman este modelo. Es menester contar con más estudios pilotos controlados y aleatorios, efectivos y no efectivos, de manera de proporcionar evidencia emergente que ayude a conformar nuestra comprensión de cómo el modelo del Átomo-TP puede transformarse en base para programas

efectivos de DPD para profesores de matemáticas. Se reconoce las limitaciones de este estudio en cuanto a la precaria información respecto la evaluación del impacto del programa de DPD mostrado en término de la efectividad estudiada a partir de una profesora novel, dado que no ha sido el foco principal de este estudio, sino más bien presentar el modelo de forma que pueda dar luces sobre cómo ahondar en esta línea. Aun así, este estudio da un paso en esta dirección. Por tanto, se pretende continuar avanzando en esta línea de investigación, observando las particularidades del modelo y cómo se materializa en otros programas de DPD, mirando plausibles diferencias que puede haber en su concreción en los diferentes contextos y niveles educativos de primaria, secundaria y superior.

De acuerdo a Sztajn et al. (2011), el modelo del átomo-TP (figura 4) contempla de una u otra forma los cuatro elementos que se deben tener en cuenta en un modelo para un programa de DPD: objetivos, teorías, contextos y estructura. El objetivo se plantea en torno a una problemática de la práctica del profesor, la cual también otorga elementos de su contexto. La teoría está presente a partir de los tres electrones y de las fuerzas fundamentales. Por último, la estructura se plasma a partir de la puesta en juego de la reflexión (como la reflexión sistemática), las tareas escolares (con el análisis didáctico, por ejemplo) y la investigación sobre la propia práctica (por ejemplo, con el estudio de clases).

Esta propuesta formativa basada en el modelo del átomo-TP puede ser ampliada a otras áreas disciplinarias, teniendo cuidado en cómo se abordarán los constructos que lo conforman. Así, por ejemplo, al referirse a las tareas matemáticas escolares, en el caso de las matemáticas se está mirando elementos como la demanda cognitiva (Smith y Stein, 2011), concepto que surge y evoluciona dentro de la didáctica de la matemática, empleado incluso para promover otro de los constructos del modelo: la reflexión (Smith y Stein, 2011).

Se espera proporcionar una posición fundamentada, actualizada y más precisa respecto a modelos para programas efectivos de DPD para la formación del profesorado de matemáticas, de forma de poder entender de mejor forma qué elementos favorecen al docente en su desarrollo profesional con propósito de abrir caminos hacia una educación de calidad.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación está financiada por a) la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo, ANID, del Gobierno de Chile, mediante los proyectos FONDECYT N° 11190553, y FONDECYT N° 1200356; b) la Vicerrectoría de Investigación y Estudios Avanzados de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, proyecto 039.396/2019, y c) el Servicio Alemán de Intercambio Académico (DAAD) desde la Universidad de Bielefeld, proyecto 57335022.

REFERENCIAS

- Ávalos, B. (2004). Desarrollo docente en el contexto de la institución escolar. Los microcentros rurales y los grupos profesionales de trabajo en Chile. En J. C. Tedesco y E.T. Fanfani (Ed.), *Maestros en América Latina: Nuevas Perspectivas sobre su Formación y Desempeño*. PREAL.
- Ávalos, B. (2011). Teacher professional development in teaching and teacher education over ten years. *Teaching and teacher education*, 27(1), 10-20.
- Bautista, A. y Ortega-Ruiz, R. (2015). Teacher professional development: International perspectives and approaches. *Psychology, Society and Education*, 7(3), 240-251.
- Barab, S. y Squire, K. (2004). Design-based research: Putting a stake in the ground. *The Journal of the learning sciences*, 13(1), 1-14.
- Bennison, A. y Goos, M. (2010). Learning to teach mathematics with technology: A survey of professional development needs, experiences and impacts. *Mathematics Education Research Journal*, 22(1), 31-56.
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Caddle, M. C., Bautista, A., Brizuela, B. M. y Sharpe, S. T. (2016). Evaluating mathematics teachers' professional development motivations and needs. *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, 5(2), 112-134.
- Capps, D. K., Crawford, B. A. y Constan, M. A. (2012). A review of empirical literature on inquiry professional development: Alignment with best practices and a critique of the findings. *Journal of Science Teacher Education*, 23(3), 291-318.
- Chval, K., Abell, S., Pareja, E., Musikul, K. y Ritzka, G. (2008). Science and Mathematics teachers' experiences, needs, and expectations regarding professional development. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 4(1), 31-43.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*. Her Majesty Stationery Office.
- Copello, M. I. y SanMartí, N. S. (2001). Fundamentos de un modelo de formación permanente del profesorado de Ciencias centrado en la reflexión dialógica sobre las concepciones y las prácticas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(2), 269-283.
- Cortés, F., Taut, S., Santelices, V. y Lagos, M.J. (junio, 2011). *Formación continua en profesores y la experiencia de los Planes de Superación Profesional (PSP) en Chile: Fortalezas y debilidades a la luz de la evidencia internacional*. Paper presentado en Encuentro anual de la Asociación Chilena de Políticas Públicas. Santiago, Chile
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*. Her Majesty Stationery Office.

- Cusi, A. y Malara, N. A. (2015). The intertwining of theory and practice: Influences on ways of teaching and teachers' education. In L.D. Englsih y D. Kirshner, D. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 516-534). Routledge.
- Darling-Hammond, L., Hyler, M. E., Gardner, M. (2017). *Effective Teacher Professional Development*. Learning Policy Institute.
- Desimone, L. M. y Pak, K. (2017). Instructional coaching as high-quality professional development. *Theory in to Practice*, 56(1), 3-12.
- Esteve, O., Melief, K. y Alsina, A. (2010). *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado*. Octaedro.
- Even, R. y Ball, D. L. (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics*. Springer.
- García, M.M. (2000). El aprendizaje de los estudiantes para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: implicaciones para la formación inicial de maestros. En C. Corral y E. Zurbano (Ed.), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de profesores del área de la didáctica de la matemática* (pp. 55-79). Universidad de Oviedo.
- Garet, M. S., Wayne, A. J., Stancavage, F., Taylor, J., Eaton, M., Walters, K., ... y Doolittle, F. (2011). *Middle school Mathematics professional development impact study: Findings after the second year of implementation* (NCEE 2011-4024). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences.
- Hattie, J. A. C. (2012). *Visible Learning for Teachers*. Routledge.
- Isoda, A., Arcavi, A. y Mena A. (2012). *El estudio de clases japonés en matemáticas: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Korthagen, F. (2017). Inconvenient truths about teacher learning: towards professional development 3.0. *Teachers and teaching*, 23(4), 387-405.
- Lee, O., Deaktor, R., Enders, C. y Lambert, J. (2008). Impact of a multiyear professional development intervention on science achievement of culturally and linguistically diverse elementary students. *Journal of Research in Science Teaching*, 45(6), 726-747.
- Levy, M. I. C. y Puig, N. S. (2001). Fundamentos de un modelo de formación permanente del profesorado de Ciencias centrado en la reflexión dialógica sobre las concepciones y las prácticas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(2), 269-283.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en educación matemática en España: una aproximación desde "ISI-web of knowledge" y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 25-54). SEIEM.

- Lindvall, J. (2017). Two large-scale professional development programs for mathematics teachers and their impact on student achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(7), 1281-1301.
- Loya, H. (2008). Los modelos pedagógicos en la formación de profesores. *Revista Iberoamericana de Educación*, 46(3), 1-8.
- Marcelo, C. y Vaillant, D. (2010). *Desarrollo profesional docente*. Narcea.
- Martínez, A. (2009). El desarrollo profesional docente y la mejora de la escuela. En C. Marcelo y D. Vaillant (coord.), *Aprendizaje y desarrollo profesional docente* (pp. 79-88). Narcea.
- McNeill, K. L. y Krajcik, J. (2008). Scientific explanations: Characterizing and evaluating the effects of teachers' instructional practices on student learning. *Journal of Research in Science Teaching*, 45(1), 53-78.
- MINEDUC (2016). Ley 2090: *Crea el sistema de desarrollo profesional docente y modifica otras normas*. Consultado el 10 de septiembre del 2019 en: <https://epja.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/43/2016/07/Sistema-de-Desarrollo-Profesional-Docente-y-modifica-otras-normas.pdf>.
- Mizwell, H. (2010). *Why professional development matters. Learning forward*. Learning Forward.
- Moreno, A. y Ramírez-Uclés, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Org.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (pp. 243-254). Pirámide.
- Plomp, T. (2010). Educational design research: An introduction. En T. Plomp y N. Nieveen (Eds.), *An introduction to educational design research* (pp. 9-35). Enschede, The Netherlands: SLO.
- Ponte, J. P. (2014). Formação do professor de Matemática: Perspectivas atuais. Em J.P da Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 343-358). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ramos-Rodríguez, E. (2014). *Reflexión Docente sobre la Enseñanza del Álgebra en un Curso de Formación Continua* (Tesis doctoral). Universidad de Granada.
- Ramos-Rodríguez, E. y Corrial, C. (2016) ¿Qué cualidades de profesor experto tiene un profesor novel? respondiendo desde la reflexión sobre la práctica. En *II Jornada Internacional y V Jornada Nacional de Enseñanza de las Ciencias* (pp. 202-208). Universidad de Playa Ancha.
- Ramos-Rodríguez, E., Valenzuela, M. y Flores, P. (2019). El análisis didáctico como herramienta en la formación inicial y continua de profesores de matemática. En R. Olfos, E. Ramos y D. Zakaryan (Eds.), *Formación de profesores: Aportes a la práctica docente desde la Didáctica de la Matemática* (pp. 51-100). Graó.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Comares.
- Schoenfeld, A. (2011). Reflections on teacher expertise. En Y. Li, y G. Kaiser (Eds.), *Expertise in Mathematics instruction* (pp. 327-341). Springer.

- Schön, D. (1983). *La formación de profesionales reflexivos: Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Paidós.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of a new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Sims, S., & Fletcher-Wood, H. (2020). Identifying the characteristics of effective teacher professional development: a critical review. *School Effectiveness and School Improvement*, 1-17.
- Smith, M. S. y Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. NCTM.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.157-223). NCTM.
- Sztajn, P., Campbell, M. P. y Yoon, K. S. (2011). Conceptualizing professional development in mathematics: Elements of a model. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 5(3), 83-92.
- Timperley, H., Wilson, A., Barrar, H. y Fung, I. (2007). *Teacher professional learning and development: best evidence synthesis iteration [BES]*. Ministry of Education of New Zealand.
- Vaillant, D. (2016). El desarrollo profesional y su incidencia en la tarea del maestro. *Revista Internacional Magisterio. Educación y Pedagogía*, 78, 3-7.
- Vien, T. (2017). In search of effective professional development of EFL teachers in Vietnam. *VNU Journal of Foreign Studies*, 33(3), 157-166.

Elisabeth Ramos Rodríguez
Pontificia Universidad Católica de
Valparaíso, Chile
elisabeth.ramos@pucv.cl

Claudia Vásquez
Pontificia Universidad Católica de
Chile, Chile
cavasque@uc.cl

Recibido: Diciembre de 2019. Aceptado: Octubre de 2020

doi: 10.30827/pna.v15i1.11559



ISSN: 1887-3987