

ESTUDIO DEL CONOCIMIENTO DE PROFESORES DE SECUNDARIA SOBRE PROCESOS MATEMÁTICOS

José Romilio Loría y José Luis Lupiáñez

Analizamos el conocimiento de profesores de matemáticas de Educación Secundaria sobre la realización de procesos matemáticos en el aula para apoyar el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes. Para ello, identificamos y describimos los cambios en los conocimientos, capacidades y actitudes del profesorado, como parte de su competencia profesional, relacionados con el uso de procesos matemáticos en el diseño de tareas, a partir de su participación en una propuesta formativa. Observamos que los profesores desarrollaron capacidades para vincular habilidades, procesos y competencias, justificar esta vinculación así como para diseñar y seleccionar tareas que la atendieran.

Términos clave: Competencia matemática; Conocimiento del profesor de matemáticas; Currículo de matemáticas; Formación de profesores de matemáticas; Procesos matemáticos

Studying Secondary Teachers' Knowledge on Mathematical Processes

We analyze the knowledge of secondary school mathematics teachers on the realization of mathematical processes in their classroom performance to support students' development of mathematical competence. To accomplish this, we identify and describe changes in their knowledge, skills and attitudes related to using mathematical processes in tasks design, aimed to promote school learning, as part of their professional competence. These teachers participated in a training proposal. We observed that they improved their abilities to link skills, mathematical processes and competence, justify this connection and, design and select tasks that attend to this connection.

Keywords: Mathematical competence; Mathematical processes; Mathematics curriculum; Mathematics teachers' knowledge; Mathematics teachers' training

La noción de currículo es importante para la labor del profesor (Lupiáñez, 2014). En un currículo se concretan y organizan una serie de principios epistemológicos, pedagógicos y psicopedagógicos que, en conjunto, encauzan y definen la orientación general del sistema educativo correspondiente (Jonnaert, Barrette, Masciotra y Yaya, 2008), y se atiende a la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de cada disciplina, entre ellas las matemáticas. Cuando se aíslan las directrices curriculares de otros aspectos de la realidad educativa, como la labor del profesor, surgen problemas e inconvenientes que van precisamente en detrimento de esa propuesta curricular (Harris y Burn, 2011).

La base de la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (MEP¹, 2012) constituye una reorganización de las principales dimensiones y elementos curriculares, dotándoles de una gran cohesión y profundidad. Esta reforma, que ofrece una respuesta al fracaso escolar en matemáticas presente en años anteriores, propone un programa curricular que persigue el logro y el fortalecimiento de una serie de habilidades y capacidades cognoscitivas para conducir el desarrollo de la competencia matemática de los escolares.

Este programa, que destaca con solidez una visión funcional de las Matemáticas, emplea la noción de competencia matemática como expectativa a largo plazo, y en su articulación se emplean nociones, supuestos y referencias clave sobre tareas de aprendizaje contextualizadas, grados de desempeño y niveles de complejidad de los procesos básicos de actuación en esta área; los procesos matemáticos adoptados se introducen a partir de tareas para el aprendizaje en las que se persigue el desarrollo de habilidades específicas. El sujeto cognitivo usa las herramientas que tiene a su disposición para aproximarse a las tareas, movilizándolo y manifestando su competencia al efectuar los correspondientes procesos cognitivos (Rico y Lupiáñez, 2008).

Niss (2006) caracteriza un modelo de profesor competente para enseñar matemática, dentro del cual destaca una faceta curricular que debe formar parte de sus conocimientos y habilidades: analizar, evaluar, relacionar e implementar programas formativos y currículos. En esa línea, son numerosas las referencias relativas a la conceptualización de la noción de competencia profesional del profesor. Por su parte, Gordon et al. (2009) señalan que el profesor es el actor principal en el cambio hacia un enfoque curricular basado en la noción de competencia y la implementación de este enfoque también depende, en gran medida, de la formación y la actitud de los docentes.

Sin embargo, los profesores costarricenses arrastran debilidades de su formación inicial y manifiestan la ausencia de procesos continuos de capacitación (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez y Salas, 2013); particularmente en la formación en contenidos matemáticos y su didáctica. Ruiz (2015) reconoce que asumir el estilo de organización de las lecciones tratado en la reforma curricular, invoca una experticia docente que no ha sido generada hasta ahora por

¹ Ministerio de Educación Pública

las instituciones formadoras. Esta situación atenta con la implementación del nuevo currículo, por lo que el desempeño profesional y la calidad de la formación docente están en el punto de mira. Morales-López (2017) destaca que la formación del profesorado es una de las líneas prioritarias de actuación presentes en la Educación Matemática en Costa Rica.

El objetivo de nuestro estudio es identificar y describir los cambios en los conocimientos didácticos de un grupo de profesores, como parte estructural de su competencia profesional. Nos centraremos en conocimientos relacionados con el uso de procesos matemáticos para diseñar tareas que promuevan el aprendizaje escolar, al participar en una propuesta formativa basada en la reforma curricular en matemáticas en Costa Rica. Con esta finalidad nos aproximamos a dicho conocimiento analizando episodios de clase observados y las producciones elaboradas por los profesores, tanto en el desarrollo de la propuesta formativa como después de su implementación, a partir de un ciclo de análisis de información que recorre sucesivamente cuatro etapas: recogida, organización, procesamiento e interpretación (Miles, Huberman y Saldaña, 2014).

MARCO TEÓRICO

Los procesos matemáticos, que no dependen de áreas matemáticas, expresan modos de actuación para resolver e interpretar problemas y el fomento de su puesta en juego conduce y articula el desarrollo de la competencia matemática de los escolares. Es decir, los procesos describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto de un problema con las matemáticas y, de ese modo, resolverlo. Los procesos de la reforma curricular son: *razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar, comunicar y representar*, con un significado muy próximo al adoptado en el marco del proyecto PISA (OCDE, 2012).

Partiendo de que el aprendizaje escolar se moviliza y desarrolla al abordar la resolución de tareas, su diseño y su implementación en el aula son instrumentos fundamentales para que se promuevan los procesos matemáticos. Esto implica que la organización de la lección se debe pensar considerando la relación directamente proporcional entre los diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos y las oportunidades para realizar procesos matemáticos y nutrir el progreso de la competencia matemática. Los problemas deben poseer suficiente complejidad para provocar una acción cognitiva que no sea simple (MEP, 2012).

Ruiz (2017) explica que entre los niveles de complejidad de un problema y los procesos o capacidades superiores que estos buscan promover existe una estrecha relación; el punto teórico de partida es que los procesos (o capacidades que implican) determinan los niveles de complejidad. Si se establece el papel preciso de intervención de esos procesos en un problema será posible identificar

el nivel de complejidad. En términos introducidos por el autor: la estructura de intervención de los procesos en un problema (colección de indicadores distribuidos en tres grados de complejidad para los cinco procesos matemáticos) ayuda a identificar el nivel de complejidad de este.

Además, establece los siguientes criterios (Ruiz, 2017, pp. 124-125):

- ◆ NC1. Cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.
- ◆ NC2. Cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.
- ◆ NC3. Cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión.
- ◆ NC4. Cuando en un problema la intervención de procesos es de grados 2 o 1 y el número de los indicadores en el grado 2 es menor que tres, se requerirá hacer una valoración más específica para establecer si es de reproducción o conexión. Dependerá de la “fuerza” del indicador o indicadores de grado 2 para poder valorar el problema como de conexión. También este criterio aplica cuando en un problema aparecen tres indicadores de grado 2 en un proceso matemático y en los otros procesos los indicadores no sobrepasan el grado 1.
- ◆ NC5. Cuando en un problema la intervención de procesos es de grado 3, 2 o 1 y el número de los indicadores en el grado 3 es menor que tres, se requerirá hacer una valoración más específica para establecer si es de reproducción, conexión o reflexión. Dependerá de la “fuerza” del indicador o indicadores de grado 3 para poder valorar el problema como de reflexión. También este criterio aplica cuando en un problema aparece tres indicadores de grado 3 en un proceso matemático y en los otros procesos los indicadores no sobrepasan los grados 1 o 2.

De esta manera, la aplicación de estos criterios para valorar la complejidad de un problema propone como primer paso valorar los grados de los procesos. Además, es importante comprender que deben aplicarse de una manera flexible, y que siempre habrá problemas donde será complejo identificar su nivel. Es necesario señalar que los procesos no tienen el mismo impacto en un problema; los procesos razonar y argumentar y plantear y resolver problemas puede decirse que son más decisivos en la valoración global de la complejidad de un problema (Ruiz, 2017). Por ejemplo, este podría ser el caso de un problema o ítem donde un indicador de un solo proceso permita valorar el nivel de complejidad como el de conexión.

Un énfasis curricular que asume la resolución de problemas como su enfoque principal deberá privilegiar los problemas de conexión o reflexión sobre los de reproducción, ya que los primeros pondrán en movimiento más capacidades

(MEP, 2012). Esta visión de la educación matemática obliga a un planeamiento cuidadoso de las lecciones, involucrando la selección de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento (el profesor debe jugar un papel central en la interacción social y cognitiva en el aula). Además, su uso debe ser flexible, lo que dependerá de las condiciones y del contexto de aula, así como del nivel educativo en que se enseña.

En esta línea, Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008) consideran que,

La planificación, como competencia clave del profesor de matemáticas, demanda el desarrollo de capacidades específicas para identificar, organizar, seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos mediante el análisis cuidadoso de su contenido, análisis necesario para establecer las expectativas de aprendizaje, previo al diseño de tareas y necesario para la elección de secuencias de actividades. (p. 8)

Castro (2008) por su parte, señala que los profesores de matemáticas, ante una reforma curricular, utilizan las disposiciones de los programas de estudio como punto de partida para planear sus lecciones, pero son sus concepciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje quienes determinan las decisiones relacionadas con aspectos de la instrucción. En este sentido, Demonte (2013) destaca la importancia del profesor y afirma que su desarrollo profesional es el enlace entre el diseño y la implementación de una reforma curricular y constituye su éxito en el entorno escolar. Además, sostiene que desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje no se logra exclusivamente mediante el ejercicio de la práctica de enseñar; es necesario brindar a los profesores actividades de apoyo para alcanzar esa mejora. Asimismo, Fullan (2005) argumenta que el cambio educativo se logra mediante la reflexión sobre la práctica, la interacción y el intercambio de ideas que promueven la cohesión de grupo y la mejora continua en el aprendizaje profesional.

En este sentido, suponemos que el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas es una pieza clave en el complejo proceso de enseñar y aprender, y al hablar de este hacemos referencia al progreso del conjunto de competencias que poseen para desempeñarse de manera eficaz. Estas competencias las conforman el agregado de conocimientos, capacidades y actitudes que los profesores ponen en juego para desempeñar las tareas propias de su práctica docente (Caraballo, 2014, p. 64).

Las experiencias e iniciativas de desarrollo profesional deben realizarse con el objetivo de mejorar la calidad de la enseñanza de los profesores de matemáticas en ejercicio (Sowder, 2007) y permitir que los profesores reflexionen sobre su conocimiento (Climent y Carrillo, 2003). Niss (2011) señala que para fomentar su desarrollo profesional debe participar en cursos y conferencias, investigar y realizar proyectos, reflexionar sobre su propia actividad docente y mantenerse actualizado acerca de nuevas tendencias en

investigación y práctica. Estas actividades profesionales les proporcionan a los docentes directrices para que personalicen las orientaciones curriculares a las necesidades que perciben e identifican en sus alumnos (Caraballo, 2014). Por ejemplo, Sullivan, Clarke y Clarke (2013) aseguran que el conocimiento didáctico que posee un profesor se refleja en la manera como selecciona, elabora y usa las tareas matemáticas escolares.

Blömeke y Delaney (2012) reconocen que, en los últimos años, la investigación sobre la competencia profesional tanto del profesor en formación como del profesor en ejercicio ha tenido un auge sobresaliente. Esta noción se vincula, fundamentalmente, con las demandas propias de su profesión y con la importancia atribuida a su papel central para la optimización de todo el proceso educativo (Lin y Hsu, 2018). Basándonos en la estructuración propuesta por Döhrmann, Kaiser y Blömeke (2012), que propone una dimensión cognitiva y una afectivo-emocional para esta competencia profesional, y sobre todo, en el modelo de competencia profesional del modelo COACTIV² (Baumert y Kunter, 2013), asumimos que la competencia profesional del profesor la establecen la cualificación de sus conocimientos disciplinares y didácticos, sus capacidades de actuación y gestión, y los procesos de metacognición y autorregulación, todos ellos modulados y condicionados mediante la experiencia de su práctica. Esta competencia la manifiesta el profesor al precisar los significados de los contenidos matemáticos y científicos escolares, al identificar las necesidades de alfabetización de los estudiantes, al diagnosticar sus problemas de aprendizaje y al elaborar propuestas de intervención e instrucción para su abordaje y resolución. Baumert y Kunter (2013) destacan el carácter organizador y central del conocimiento en la competencia profesional, y nuestra posición enfatiza aún más, la puesta en juego de tal conocimiento para dar respuesta a las demandas y actuaciones propias de la actividad docente.

Según Rico, Lupiáñez y Molina (2013), un profesor de matemáticas evidencia su competencia profesional cuando aborda tareas y problemas relativos a la enseñanza de las matemáticas en contextos escolares reales. Nuestro trabajo forma parte de un estudio más amplio centrado en analizar el desarrollo de la competencia profesional de un grupo de profesores costarricenses en ejercicio, cuando diseñan tareas dirigidas al desarrollo de la competencia matemática de los escolares. En este caso nos preocupamos del estudio del conocimiento didáctico sobre procesos matemáticos, según la visión funcional de las matemáticas tratadas en la reforma curricular, como una de las dimensiones de esa competencia profesional.

² COACTIV: Professional Competence of Teachers, Cognitively Activating Instruction, and Development of Students' Mathematical Literacy (<https://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/en/>)

METODOLOGÍA

La puesta en marcha de la reforma del Programa de Estudio de Matemáticas en Costa Rica ha requerido el diseño y la activación de varias medidas, entre las que destacan promover la formación de profesores (Ruiz y Barrantes, 2016), de asesores (Poveda y Morales, 2015), elaborar materiales de apoyo (Ruiz, 2017), y difundir directrices, recomendaciones y redes de colaboración (como las que se encuentran en www.reformamatematica.net), entre otras.

También la investigación puede contribuir a analizar el diseño, la puesta en práctica y las implicaciones de esta reforma curricular, y en este caso nos planteamos describir y analizar la naturaleza y la dirección de los cambios producidos en los conocimientos didácticos de profesores de matemáticas en ejercicio, acerca de la manera en la que usan procesos matemáticos en el diseño de tareas que desarrollen la competencia matemática de los estudiantes.

Para lograrlo aplicamos métodos propios de la investigación cualitativa en un estudio más amplio con propósitos descriptivos, explicativos y evaluativos (Cohen, Manion y Morrison, 2011). Describimos el desempeño de un grupo de profesores en un curso-taller centrado en las nociones clave de esa reforma, e identificamos factores que contribuyen a explicar los cambios experimentados por los profesores durante esa experiencia en sus conocimientos, competencias y actitudes. También analizamos el impacto de esa formación en su práctica de aula, para lo cual hemos hecho un seguimiento de cuatro de los profesores participantes, más otra profesora que no siguió el curso-taller, durante cinco semanas de clases. Finalmente, toda esa información se emplea para hacer una evaluación de su calidad (Kirkpatrick, 2006; Maher, 2012; Pérez-Juste, 2006).

El carácter cualitativo de la investigación emerge por los métodos que aplicamos para procesar y analizar los datos que nos permitieron describir los cambios producidos en los profesores; usamos fuentes variadas de información, preguntas abiertas, análisis de textos o documentos, métodos emergentes e interpretación reiterada de las aportaciones de los informantes (Creswell, 2009).

El curso “Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar y evaluar la competencia matemática” fue elaborado por el equipo de investigadores, y proviene de la visión funcional del aprendizaje de las matemáticas escolares. Los meses previos a su implementación determinamos el contenido curricular del curso, a partir del marco conceptual de la reforma curricular de los programas de matemáticas en Costa Rica, y con base en los contenidos definidos, la secuencia temporal. Lo que nos permitió establecer diez sesiones de trabajo, organizadas en términos de las actividades que planificábamos realizar en cada una de ellas; la estructura general debía ser ajustada al desarrollo propio de cada sesión y consideraba como etapas: inicio, fundamentación, discusión y cierre. La estructura de las sesiones dio paso a otros detalles del diseño del curso como fueron la redacción de guiones de trabajo preliminares, cuestionarios, reflexiones escritas y actividades de aprendizaje grupales.

El foco de interés del curso se mantuvo en la percepción y comprensión de los participantes, tanto del enfoque como de los métodos que debían desarrollar, a fin de promover y evaluar la competencia matemática de sus alumnos según establecen las directrices curriculares. El tema central del curso y sobre el que se enfatizaron las sesiones, fueron las características de las tareas matemáticas escolares y su adecuación al modelo funcional del aprendizaje basado en competencias.

Determinados los elementos relativos al diseño, procedimos a recabar el juicio de expertos con el propósito de validar la relevancia de la formación que habíamos identificado y las decisiones tomadas respecto a los contenidos, la finalidad y demás elementos del curso-taller. Los comentarios más significativos nos permitieron precisar el modo de dar seguimiento a los profesores en la parte no presencial del curso y las técnicas e instrumentos de evaluación considerados, y extender la duración del curso lo suficiente para que los profesores lo realizaran cabalmente.

En cuanto a los participantes, nuestra muestra la constituye un grupo de profesores costarricenses de matemáticas de secundaria en servicio en las provincias de Alajuela, Heredia y San José. Una vez anunciado el curso por la Universidad Nacional de Costa Rica se confirmó la matrícula de un total de diez profesores, quienes se inscribieron de manera voluntaria y gratuita, motivados por el deseo manifiesto de desarrollar y fortalecer sus competencias profesionales en las temáticas tratadas en el curso. Del total de matriculados asistieron al curso nueve (ocho activos en algún centro educativo). El grupo de participantes se distinguió porque la mayoría trabajaban en centros privados y contaban con pocos años de experiencia profesional; la mediana de años de experiencia era tres. Además, siempre mostraron una conducta de compromiso e interés hacia el curso.

El curso tuvo lugar tres días a la semana y se concretó en 10 sesiones de tres horas de duración cada una, para un total de 30 horas presenciales, además de 55 horas para completar los trabajos no presenciales y 15 horas dedicadas exclusivamente a completar el trabajo final. El curso requirió de 100 horas para completarse exitosamente.

Durante la implementación del curso recogimos información sobre su desarrollo para reevaluar y revisar de manera continua las actividades propuestas y organizamos la información que eventualmente sería analizada. La recogida de información se realizó mediante la aplicación de diferentes instrumentos: cuestionario inicial, observación y registro de las presentaciones de los participantes, registro de sus aportaciones e intervenciones personales con relación a los temas y conceptos presentados, reflexiones escritas de los participantes, grabaciones de audio, trabajo final presentado por los participantes y cuestionario de evaluación final del curso.

Como parte de esta fase también tuvo lugar la revisión y reformulación del diseño del curso mediante observación crítica, continua y cíclica, de los

contenidos curriculares y las estrategias de enseñanza (Caraballo, 2014). El carácter iterativo de esta revisión se sintetizó en cuatro momentos: planificación de cada una de las sesiones, intervención en el aula, observación de los procesos y reflexión del equipo de investigadores.

La secuenciación de los contenidos en las sesiones del curso implicó desarrollos parciales en dimensiones concretas de la competencia profesional que al finalizar la implementación denominamos momentos. Estos momentos estuvieron demarcados por la secuencia temporal de las sesiones y se determinaron a partir del progreso en los conocimientos, capacidades y actitudes del profesorado manifestado en los procesos que llevaron a cabo durante las actividades propuestas en el curso; estos cambios nos aportaban indicios de posible desarrollo profesional y se consideraron como puntos de inflexión. Particularmente nos centramos en la evolución de aspectos conceptuales relacionados con las nociones curriculares de competencia y de tarea matemática escolar y su aplicación en el diseño y selección de tareas para promover y evaluar la competencia matemática. A cada uno de estos momentos se asoció una característica específica en términos de los contenidos tratados, las tareas realizadas y la información recabada durante los mismos. Identificamos cinco momentos determinantes en el desarrollo del curso: momento inicial, momento 1, momento 2, momento 3 y momento final.

El momento inicial (MI), ocurrido en una sesión preliminar al inicio del curso y durante la primera sesión, permitió determinar las condiciones específicas a partir de las cuales cada participante se integró en la dinámica del curso en términos de sus conocimientos y actitudes sobre los antecedentes y el marco conceptual que encuadraba el curso. El momento 1 (M1), transcurrido durante las sesiones segunda, tercera, cuarta y quinta, facilitó la conceptualización y caracterización de tareas matemáticas escolares de acuerdo con la fundamentación teórica del currículo. El momento 2 (M2) se concretó en la sesión sexta y constituyó un balance intermedio del curso. El momento 3 (M3), que transcurrió en las sesiones séptima, octava, y la primera mitad de la novena, favoreció a que los profesores se aproximaran con mayor profundidad y recibieran información sobre el diseño y selección de tareas que evaluaran la competencia matemática. En el momento final (MF), que comenzó en la segunda mitad de la sesión novena y culminó junto con el curso en la sesión décima, los profesores pusieron en acción el conjunto de conocimientos adquiridos para diseñar una prueba para evaluar la competencia matemática y establecer sus respectivos criterios de valoración.

Posterior a la implementación del curso, aproximadamente tres meses después, recolectamos información que nos permitiera determinar el impacto del programa de formación en la práctica docente de los profesores; cómo el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas influyen en su desempeño diario. Consideramos ese tiempo como suficiente para que los profesores pudieran manifestar cambios en sus prácticas de aula; particularmente nos

centramos en los cambios en conocimiento, capacidades y actitudes al diseñar y seleccionar tareas que desarrollen y evalúen la competencia matemática de los alumnos, provocados por la experiencia de desarrollo profesional.

Para ello confeccionamos una plantilla de observación de prácticas de enseñanza, tomando en consideración las nociones curriculares básicas y las categorías de observación que emplean Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán y Contreras (2013) en sus experimentos de enseñanza. Además, elaboramos instrumentos para valorar los planeamientos y las evaluaciones diseñadas por los profesores durante el periodo de observación; se usa como referencia para su elaboración las características óptimas que deberían tener estos documentos según las directrices curriculares.

La selección de los profesores observados obedece a su desempeño durante el curso y la actitud que mostraron a lo largo de este; escogimos cuatro docentes en cuyas intervenciones y producciones ponían de manifiesto un interés particular en mejorar sus prácticas de enseñanza. Además, se escoge una profesora que no había participado en el curso para contrastar que los cambios manifestados por los primeros, si los había, se debían en mayor parte por el diseño e implementación del programa formativo.

Del total de profesores observados dos trabajan en el mismo colegio, el cual es de carácter público. De estos dos profesores uno de ellos no había participado en el curso; se hace esta selección de forma planificada para que el contraste fuese directamente con profesores que por el tipo de colegio donde trabajan obligatoriamente debían considerar las orientaciones curriculares en sus prácticas de aula. Los otros tres profesores trabajan en colegios privados, y pueden asumir con mayor flexibilidad el currículo oficial. Cada profesor fue observado durante dos semanas, unos cinco episodios de observación de aula por profesor; uno de los investigadores participó como observador no participante en todos los episodios y se tiene el registro de audio o de video de la mayoría de ellos.

Con respecto al análisis de información que realizamos podemos decir, en términos generales, que recorre sucesivamente cuatro etapas: recogida con la ayuda de instrumentos variados durante el trabajo de campo; organización por medio de transcripción, categorización, codificación y descripción; procesamiento a través de técnicas propias del análisis de contenido; e interpretación por medio de la identificación de patrones (Miles, Huberman y Saldaña, 2014). Con el propósito de garantizar que la información obtenida fuera consistente y considerar todos los ángulos posibles de acuerdo con nuestros objetivos, procedimos a una triangulación metodológica entre diferentes documentos: producciones escritas del curso, registro de las observaciones de aula, planeamientos y evaluaciones diseñados por los profesores.

RESULTADOS

En este apartado presentamos el análisis de la información recogida para documentar los cambios en los conocimientos didácticos del grupo de profesores, relacionados con la manera en la que usan procesos matemáticos en el diseño y la selección de tareas que desarrollen la competencia matemática de los estudiantes, que se producen durante su participación en el programa de formación descrito. Organizamos la presentación de resultados de acuerdo con los momentos determinantes en el desarrollo del curso: momento inicial, momento 1, momento 2, momento 3, y momento final; y al periodo de valoración del impacto del programa de formación en la práctica docente de los profesores. Las fuentes de información asociadas a cada uno de estos momentos fueron analizadas para describir la naturaleza de los cambios percibidos por los profesores y si, en efecto, estos cambios pueden relacionarse con su participación en las actividades realizadas durante la experiencia de desarrollo profesional.

En el momento inicial logramos identificar los conocimientos de los profesores sobre aspectos teóricos y metodológicos del currículo costarricense a tratar en el curso. Por medio del cuestionario inicial y las primeras reflexiones escritas indagamos sobre la noción de competencia como innovación curricular, la selección de tareas y el desarrollo de la competencia matemática en los alumnos.

Tanto la encuesta como las reflexiones tuvieron formato de cuestionario abierto con aseveraciones para ser completadas. Recibimos respuesta de todos los profesores inscritos. Para efectos de su análisis, las preguntas las agrupamos de acuerdo con el contenido o concepto con el que se relacionan y la finalidad que persiguen. Al organizar las respuestas a las preguntas y extraer los enunciados significativos encontramos amplia variedad en las respuestas. Un análisis minucioso de éstas nos permitió sintetizarlas y definir categorías y subcategorías. A partir de dicho análisis destacamos que los profesores identifican como focos de conocimiento y de interés: la resolución de problemas como estrategia metodológica, la contextualización activa como elemento que da sentido funcional a las Matemáticas, los conocimientos y las capacidades de los estudiantes en términos de habilidades.

Cuando puntualizamos estos aspectos encontramos que los profesores reconocen la utilidad práctica de la noción de competencia como parte integral del currículo. Un profesor indicó que “Introducir la noción de competencia en el currículo favorece el aprendizaje de los estudiantes porque les permite desarrollar una serie de habilidades y capacidades necesarias para enfrentar problemas reales, de su entorno”. Pero ignoran su importancia como elemento curricular. Por ejemplo, uno de los profesores señaló que “para promover el aprendizaje de los estudiantes es suficiente con contextualizar los conceptos por medio de situaciones reales, mostrando a los estudiantes la utilidad que tiene la matemática en su vida”. Este tipo de razonamiento desmerita el papel de otros elementos del

currículo, que en su articulación son fundamentales para el desarrollo de la competencia matemática escolar, como los procesos matemáticos y las habilidades.

Además, manifiestan desconocimiento de los aspectos tanto conceptuales como técnicos del diseño y selección de tareas adecuadas para desarrollar la competencia matemática. Particularmente, en las reflexiones hechas por los profesores se evidenció una concepción de tarea distinta a la que se entiende en el currículo. Para ellos una tarea correspondía a una asignación de actividades que deben ser resueltas fuera del tiempo lectivo con el propósito de reforzar los conocimientos estudiados en clase; la mayoría de las veces se considera la resolución de listas de ejercicios donde se fomente la reproducción de procedimientos aprendidos.

Asimismo, las respuestas de la encuesta inicial sugieren que los profesores seleccionan tareas y planifican sus clases a partir de aquellos aspectos que consideran importantes como las características de los alumnos y el logro de su aprendizaje, los recursos disponibles (libros de texto, planes de estudio, el tiempo) y las expectativas de aprendizaje. Destacamos que solo un profesor mencionó los procesos matemáticos y los niveles de complejidad de un problema como aspectos a considerar en la selección de tareas. Comprendemos que los profesores poseen conocimiento adecuado sobre aspectos que deben priorizarse para desarrollar la competencia matemática. No obstante, el papel que le dan a las tareas para desarrollar esta competencia no es claro, lo cual aportó indicios de la necesidad de los profesores de conocer sobre el diseño, la selección y el análisis de tareas matemáticas.

Los patrones observados durante el momento inicial del curso corroboraron la necesidad de mejorar el conocimiento sobre el marco conceptual de la reforma y de recibir formación específica para lograr diseñar y seleccionar tareas que permitan planificar la mediación.

En el momento 1 lograron conceptualizar y caracterizar las tareas matemáticas escolares. Los profesores reflexionaron sobre los criterios que utilizan para seleccionar tareas que desarrollen la competencia matemática, y los elementos que las deben constituir, manifestando un progreso en el concepto de tarea. En las últimas sesiones de este momento, un profesor señaló que “una tarea matemática escolar es una actividad que el profesor propone para que en su resolución el estudiante use las matemáticas aprendidas”. Otro profesor agregó que “las tareas deben ser demandas cognitivas estructuradas y en su diseño intervienen variables como el contenido matemático, las habilidades, los procesos matemáticos, el contexto y los niveles de complejidad”.

Estas afirmaciones están respaldadas por los resultados que obtuvimos a partir del análisis de los trabajos no presenciales asignados en este momento. Los trabajos no presenciales constituyen la fuente de información principal relativa al logro de los objetivos del curso. Estas tareas grupales informan sobre el dominio de los profesores en el diseño y la selección de tareas y del avance en su

conocimiento didáctico. Los trabajos eran propuestos al final de cada una de las sesiones y discutidos al inicio de la sesión siguiente. Por medio de ellos pretendíamos que los profesores profundizaran en las nociones sujetas a reflexión y aplicaran los conceptos tratados durante el desarrollo de las sesiones.

La valoración de las producciones de los grupos está fundamentada sobre la reflexión que hicimos acerca de las expectativas de aprendizaje, consideradas en la relación entre las habilidades, los procesos y las competencias, y de las oportunidades de aprendizaje, en términos de tareas matemáticas; según la visión funcional de las matemáticas tratadas en la reforma curricular. Las funciones, variables y características de las tareas fueron el centro de nuestra reflexión. Como describimos en el marco teórico de este estudio el conocimiento didáctico del contenido es comprendido como el conjunto de conocimientos, capacidades y actitudes que los profesores ponen en juego al aplicar las nociones del currículo cuando diseñan, seleccionan y analizan tareas dirigidas a desarrollar la competencia matemática.

El análisis de los trabajos no presenciales asociados a este momento demostró que, a medida que el curso se desarrolló, los profesores ampliaron y profundizaron sus conocimientos sobre el modelo funcional de aprendizaje matemático adoptado por el currículo de matemáticas costarricense. Además, mejoraron sus capacidades para vincular habilidades, procesos y competencias, justificar esta vinculación y, conceptualizar variables de tarea (áreas matemáticas, contextos, niveles de complejidad). En una de las reflexiones de este momento un profesor estableció que “la competencia es algo que se desarrollará a través de los procesos a los que se enfrentan los alumnos en las tareas, estos procesos movilizan las habilidades que determinan las competencias”.

En cuanto a la complejidad de una tarea los profesores consideraron tres factores que la determinan: los procesos matemáticos, el contexto y el diseño. Un profesor expresó:

La complejidad de una tarea depende del tipo y la cantidad de procesos matemáticos que se proponen. Entre más procesos se utilicen más habilidades se activan y por lo tanto la tarea es más difícil y ayuda de mejor manera a desarrollar competencias.

Otro profesor que consideró el contexto manifestó que “Si el contexto en el que se plantea la tarea no es muy cercano al alumno, hará que la tarea se dificulte, porque el contexto despertará el interés del alumno para resolverla”. Otro profesor señaló que “los profesores no sabemos plantear tareas por lo que al no poder pedirle al alumno lo que queremos que haga aumenta la complejidad de la tarea, se vuelve para el estudiante un problema confuso”.

Los patrones observados durante el momento 1 del curso mostraron la necesidad de mejorar el conocimiento sobre los criterios que determinan los

niveles de complejidad de un problema de acuerdo con la estructura de intervención de los procesos matemáticos.

El momento 2 constituyó un balance intermedio del curso y, mediante la reflexión propuesta, los profesores deliberaron sobre la utilidad de lo aprendido hasta el momento para su práctica profesional. La utilidad que destacaron fue la comprensión del vínculo entre las nociones básicas de la reforma curricular. Un profesor explicó:

Antes de estar en el curso yo sabía que el aprendizaje se daba cuando los contenidos, las habilidades y los procesos se relacionaban al resolver un problema de la vida cotidiana pero no sabía cómo relacionar estos conceptos al proponer una tarea. Ahora comprendo que la competencia es algo que se desarrollará a través de los procesos a los que se enfrentan los alumnos en las tareas, las cuales deben ser enmarcadas en un contexto o situación real; los procesos movilizan las habilidades que determinan las competencias.

Otro profesor mencionó:

Ahora sé que las tareas más aptas para desarrollar la competencia matemática escolar son las de conexión y reflexión, por lo que antes de proponer una tarea en la clase debo revisar el grado de los procesos que se presentan en ella según los criterios que hemos estudiado.

En el momento 3 lograron conceptualizar y caracterizar tareas para evaluar la competencia matemática y aplicar las variables de tarea estudiadas en el diseño y selección de este tipo de tareas. Las reflexiones asociadas a este momento ponen de manifiesto que los profesores han adquirido conocimiento para valorar las funciones de las tareas matemáticas escolares según sus características y de acuerdo con el propósito para el cual fueron diseñadas, y para diseñar por su propia cuenta tareas pertinentes tanto para desarrollar competencias como para evaluarlas. Al finalizar este momento un profesor mencionó que “las tareas matemáticas escolares pueden clasificarse según queramos usarlas, ya sea como medio para promover el aprendizaje o como herramienta para la evaluación”. Otro profesor indicó que:

Las tareas para promover la competencia matemática son diferentes a las tareas que evalúan competencias porque las primeras guían al estudiante a dar significado y utilidad al conocimiento matemático, la mayoría de las veces en situaciones problemáticas nuevas, mientras que las segundas se proponen para aplicar esos conocimientos en problemas similares a los trabajados en clase. En el diseño de ambas tareas las variables estudiadas juegan un papel importante.

En los trabajos no presenciales correspondientes al momento 3 y al momento final los profesores profundizaron en la caracterización de las variables de tarea,

mejoraron su comprensión de estas, su capacidad para aplicarlas en el análisis de tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática y su conocimiento didáctico sobre el diseño y selección de tareas adecuadas para desarrollar y evaluar esta competencia. El avance en el conocimiento didáctico de los profesores es consistente con el manifestado durante los procesos reflexivos propuestos.

El análisis que hicieron los profesores de las tareas presentadas en estos trabajos no presenciales incluye una caracterización de estas en términos de las variables estudiadas en el curso: el contenido matemático tratado, las habilidades específicas asociadas al contenido, las habilidades de carácter más general vinculadas a las habilidades específicas, el contexto en el que se ubica la tarea, los procesos matemáticos que intervienen y el nivel de complejidad de la tarea a partir de la estructura de intervención de los procesos matemáticos. Además, crearon una plantilla con criterios de corrección para valorar el desempeño de los alumnos al realizar las tareas diseñadas para evaluar la competencia matemática escolar.

En la Figura 1 mostramos una tarea para desarrollar la competencia matemática, diseñada y presentada por uno de los grupos en el último trabajo no presencial del curso. La tarea evidencia el progreso en los conocimientos didácticos de los profesores participantes al usar procesos matemáticos en el diseño de tareas dirigidas al desarrollo de la competencia matemática.

En la caracterización de esta tarea los profesores explican que el contenido matemático tratado corresponde a la función lineal, asociado a las habilidades de representar gráficamente una función lineal y determinar la pendiente y la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica. Además, lo vinculan con habilidades de carácter más general como identificar situaciones dadas que pueden ser expresadas en la forma $y = mx + b$, representar de una forma tabular, algebraica y gráficamente una función lineal, y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita. Ubican la tarea en un contexto personal. Los procesos matemáticos que intervienen en la tarea son razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, y representar. A partir de la estructura de intervención de estos procesos los profesores determinan que el nivel de complejidad de la tarea es Conexión.

Además, en el momento final administramos el cuestionario de evaluación del curso; el cual fue contestado por todos los profesores matriculados. Su propósito fue conocer la opinión y el grado de satisfacción de los profesores sobre aspectos conceptuales y técnicos del curso, documentar la interpretación de los profesores sobre los acontecimientos y procesos del curso en general y obtener sugerencias para su mejora. La encuesta consistió en un cuestionario con 22 preguntas, distribuidas en dos partes. La primera parte constó de 14 preguntas cerradas que se contestaron mediante una escala de satisfacción de Likert. La segunda parte estuvo constituida por ocho preguntas abiertas, dirigidas a

informar sobre la utilidad para la práctica docente de lo aprendido y sobre los cambios sugeridos tanto al contenido temático como a los procesos en general. Para garantizar la confidencialidad de las respuestas, la encuesta se contestó anónimamente y las respuestas de cada uno de los encuestados se identificaron mediante un código.

<h1>Tarea 4</h1>	TELEVISIÓN SATELITAL CLARO Movilización y Aplicación de los Conocimientos
------------------	--

¿Sabías que la función lineal $f(x) = mx + b$ tiene aplicaciones en situaciones diversas?

Algunas de ellas son:

- En la transformación de la temperatura en la escala de grados Celsius a grados Fahrenheit o a grados Kelvin, las cuales se realizan mediante funciones lineales.
- En el cálculo de la edad, aproximada, en semanas, de un feto tras medir su longitud en centímetros.
- En Física, en la cual tiene aplicación en los Movimientos Rectilíneos uniformes.



Según la Encuesta Nacional de Hogares realizada por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) en el 2017, en Costa Rica, 69% de los hogares cuentan con televisión por cable. Santiago es uno de los costarricenses que actualmente no cuenta con dicho servicio, por lo cual se encuentra considerando la opción de contratar un servicio de televisión por cable. Él visita el sitio web www.claro.cr, y se encuentra con la siguiente información:

La empresa Claro S.A entre sus servicios ofrece televisión satelital, la tarifa base del paquete básico en HD tiene un costo de ₡12 500 para un televisor y ₡3500 por cada televisor adicional.



Con base en la información anterior:

- a. Realiza una representación tabular sobre el costo a pagar dependiendo de la cantidad de televisores que adquiera Santiago, hasta un máximo de 4.
- b. Escriba una función que estime el costo a pagar dependiendo de la cantidad de televisores.
- c. ¿Cuál es la pendiente de la función anterior y cómo se interpreta en este contexto?
- d. Realice un esbozo de la gráfica que relacione el costo a pagar dependiendo de la cantidad de televisores adquiridos.

Figura 1. Tarea para desarrollar la competencia matemática

Las preguntas cerradas de la primera parte se organizaron en una tabla de frecuencias y, en base a éstas, se calcularon porcentajes. Las preguntas abiertas

de la segunda parte se estudiaron mediante técnicas de análisis de contenido, de modo similar a como se hizo con la encuesta inicial del curso.

Los profesores expresaron satisfacción con las estrategias, aspectos técnicos, metodología y conceptualización de los contenidos tratados durante el curso. Además, manifestaron que la dinámica del curso y las herramientas adquiridas en este les permitió reflexionar sobre su labor docente y la de otros compañeros, por lo que la percepción que tenían sobre su competencia profesional mejoró; expresan sentirse más dispuestos para aplicar lo aprendido en el aula valorando así el curso como experiencia de desarrollo profesional. Para los profesores conocer y aplicar las variables de tarea en el diseño, selección y análisis de tareas fue lo más útil del curso y en donde sienten mayores cambios en sus conocimientos didácticos. Estas afirmaciones refuerzan la elección de la dinámica del curso como plan efectivo de formación y confirman esta elección como una decisión acertada, asimismo nos dan indicios de que los profesores vieron cumplidas sus expectativas de mejora profesional.

No obstante, opinan que un aspecto que debe mejorarse es la extensión del curso. Un profesor explicó: “El curso ha sido excelente, pero me hubiese gustado que se extendiera por mucho más tiempo, que durará lo que tarda un típico curso universitario, de tal manera que podamos hacer más exposiciones y estudiar más tareas”. La duración de la experiencia profesional debería ser mayor a cuatro semanas de tal manera que exista mayor margen de trabajo independiente entre una sesión y otra, y se puedan desarrollar más actividades en cada sesión presencial. Consideramos que la información proporcionada es valiosa para revisar el diseño y el desarrollo del curso y para introducir mejoras en ediciones futuras.

Finalmente, los planeamientos, las evaluaciones escritas y los reportes de observación constituyen la fuente de información para determinar el impacto del programa de formación en la práctica docente de los profesores; cómo el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas influyen en su desempeño diario. Estos documentos fueron valorados a partir de la reflexión que hicimos sobre las prácticas de enseñanza y las características óptimas que deberían tener los planeamientos y las evaluaciones escritas según las directrices curriculares. La información obtenida fue estudiada mediante técnicas de análisis de contenido. Las funciones, variables y características de las tareas fueron el foco de nuestra reflexión. El estudio de las prácticas de aula de los profesores observados y el análisis de sus planeamientos y evaluaciones evidenció que el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas en el curso influyen en la acción de aula de los profesores.

Se encontraron diferencias significativas en el abordaje y diseño de los planeamientos; cada profesor debe acoger las normas oficiales del colegio correspondiente. En relación con la congruencia entre el diseño de los planeamientos analizados y el modelo de planeamiento sugerido en el currículo, los profesores de colegios públicos se apegan estrictamente a las disposiciones

curriculares, por su parte, los planeamientos de los profesores de colegios privados coinciden con algunas nociones del modelo curricular, pero presentan diferencias marcadas en cuanto a fundamentación y formato. Esta diferencia ha constatado una dificultad inherente al profesorado que trabaja en centros privados. En esos casos, las directrices de organización y funcionamiento internas obligan a los docentes a realizar unas planificaciones de acuerdo con criterios particulares, que necesariamente no van en consonancia con las prioridades establecidas en los programas de Matemáticas. En algunos casos aparecen nuevas nociones organizadoras que no se describen conceptualmente, pero que sí debe ser ejemplificadas para cada curso o nivel. En varios de esos casos, los profesores deben realizar una planificación paralela en la que detallan las ideas, secuencias, ejemplos y enunciados de tareas, que son los que realmente tratarán en el aula.

Así, todos los profesores observados utilizan el planeamiento como un instrumento que organiza la instrucción, sin embargo, muchos de ellos complementan su uso con otros documentos como cuadernos de apuntes elaborados por ellos mismos o registros de actividades para respaldar las decisiones relacionadas con la instrucción, garantizando la concordancia entre lo planificado y lo que hacen en el aula.

En estos documentos los profesores que participaron en la experiencia de desarrollo profesional profundizan en el conocimiento desarrollado en el curso, y vinculan lo propuesto en la reforma curricular, conceptual y metodológicamente, con las disposiciones que dictan sus respectivos colegios para abordar la acción de aula. Para estos profesores los procesos matemáticos son fundamentales para diseñar, seleccionar y analizar tareas que desarrollen la competencia matemática. Además de vincularlos con las habilidades que esperan movilizar, consideran el papel de intervención de los procesos en una tarea para caracterizarla en términos de su complejidad, y a partir de los criterios respectivos determinar su pertinencia en el desarrollo de la competencia matemática y en qué momento de la lección plantearla; priorizan los procesos de razonar y argumentar y plantear y resolver problemas en la valoración global de la complejidad de un problema. Asimismo, plantean problemas enmarcados en un contexto para darle autenticidad y relevancia, y procuran que su resolución e interpretación implique un trabajo activo del alumno.

Por su parte, la profesora que no participó en el programa de formación realiza un análisis pobre de las características de las variables de tareas que selecciona para trabajar en el desarrollo de la lección; se limita a proponer solo los problemas que se sugieren en los programas de estudio, considera las habilidades como fines logrados, determina la complejidad de una tarea a partir de cómo se plantean las cuestiones y prioriza la adquisición del contenido matemático sobre el desarrollo de la competencia matemática.

Por tanto, aunque todos los profesores observados consideran las disposiciones curriculares para planificar y llevar a cabo su quehacer en el aula,

el nivel de reflexión que hacen los profesores que participaron en el curso sobre los elementos a considerar para la organización de la lección es superior al análisis con el que aborda la profesora dichos aspectos. El conocimiento de la profesora sobre la realización de procesos matemáticos en el aula para apoyar el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes es muy parecido al conocimiento que manifestaban los profesores al inicio del curso. Así, podríamos concluir que el programa de formación fue determinante en la mejora de las competencias profesionales de estos profesores.

En términos generales, los profesores son conscientes del desarrollo profesional vivido, pues así lo expresaron en las reflexiones finales del curso y también lo evidenciaron durante las jornadas de seguimiento en los centros, cuando explicaban y justificaban las planificaciones realizadas y las sesiones que impartían.

CONCLUSIONES

El currículo de matemáticas de la reforma educativa de Costa Rica propone un compendio completo en el tiempo y en la materia, de exposición sosegada y pormenorizada, donde se van desgranando conceptos y matices importantes, la terminología necesaria para manejarlos, su génesis, sus fundamentos y recomendaciones para su desarrollo posterior. Pero también se han incluido secciones dedicadas a desarrollar la praxis de esta propuesta con numerosos ejemplos que serán de gran utilidad para el profesorado. Al ser un currículo funcional que plantea como prioridad formativa el desarrollar estudiantes competentes, constituye, en sí mismo, una marcada implicación, un apasionante reto y un compromiso a futuro.

Sin embargo, las debilidades que arrastran los profesores costarricenses en su formación inicial atenta con la implementación del nuevo currículo; a pesar de tener claridad en la finalidad de las disposiciones curriculares los profesores evidencian dificultades para integrar las diferentes nociones tratadas en el currículo. De esta manera, el desempeño profesional y la calidad de la formación docente son objetos de observación y la existencia de procesos continuos de capacitación una necesidad prioritaria; particularmente en la formación en contenidos matemáticos y su didáctica.

Las conceptualizaciones desarrolladas y las actividades realizadas durante el programa formativo aportaron a los profesores participantes las explicaciones pertinentes para que comprendieran las condiciones que, como promotores de la competencia matemática, debieran cumplir. Además, brindaron a los profesores un marco de referencia común para reflexionar sobre sus propias prácticas docentes, particularmente, marcaron un camino para elaborar tareas que atendieran el desarrollo de la competencia matemática escolar. Asimismo, les

permitió proyectar la pertinente aplicación de los conocimientos desarrollados y, por consiguiente, la modificación de sus prácticas actuales.

Con la descripción de los cambios en los conocimientos didácticos que evidenciaron los profesores, mediante contraste entre el estado inicial y el estado final de sus conocimientos, pusimos de manifiesto un avance en el desarrollo de una dimensión clave de su competencia profesional. El marco analítico, reflexivo y sistemático que aportamos a los profesores les permitió tanto revisar y estructurar sus conocimientos como avanzar en su desarrollo y profundización.

La evolución de los conocimientos didácticos de estos profesores se ilustra en el tránsito entre el desconocimiento sobre la noción de tarea matemática a escolar y el diseño de tareas que vinculan habilidades, procesos matemáticos y competencias, la justificación de esta vinculación, y la organización de la lección a partir de la relación directamente proporcional entre los diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos y las oportunidades para realizar procesos matemáticos.

La participación activa de los profesores durante las actividades del curso, así como las interacciones entre ellos y su disposición permanente de compartir conocimientos y estrategias durante la realización del curso y posterior a este, evidencian su progreso en la capacidad para ser profesores reflexivos sobre sus prácticas de aula y las de sus colegas. La participación voluntaria de los profesores al curso como experiencia profesional que surge de haber identificado la necesidad de adquirir conocimiento sobre los temas y conceptos discutidos, y su satisfacción con los cambios manifestados a través de la experiencia formativa, hacen al curso que diseñamos e implementamos un recurso efectivo de desarrollo profesional.

Finalmente, la exploración sobre el impacto de los cambios en los conocimientos didácticos relacionados con el diseño y la selección de tareas matemáticas nos permite afirmar que la potencialidad de los cambios experimentados por los profesores participantes de la experiencia de desarrollo profesional permitirá mejorar y desarrollar la alfabetización matemática de los alumnos.

REFERENCIAS

- Alfaro, A. L., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez O. y Salas, O. (2013). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Número especial, Noviembre, 131-179.
- Baumert, J. y Kunter, M. (2013). The COACTIV Model of Teachers' Professional Competence. En M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss y M. Neubrand (Eds.), *Cognitive Activation in the Mathematics*

- Classroom and Professional Competence of Teachers* (pp. 25-48). New York: Springer.
- Blömeke, S. y Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM*, 44(3), 223-247.
- Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores*. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Castro, A. (2008). Planning for Mathematics Instruction: A Model of Experienced Teachers Planning Processes in the Context of a Reform Mathematics Curriculum. *The Mathematics Educator*, 18(2), 11-22.
- Climont, N. y Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional: Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las ciencias*, 21(3), 387-404.
- Climont, N., Romero-Cortés, J.M., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M.C. y Contreras, L.C. (2013). ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula? *Relime*, 16(1), 13-36.
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. London: Routledge.
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Demonte, J. (2013). *High-Quality Professional Development for Teachers: Supporting Teacher Training to Improve Student Learning*. Washington, DC: Center for American Progress.
- Döhrmann, M., Kaiser, G y Blömeke, S. (2012). The conceptualization of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM*, 44(3), 325-340.
- Fullan, M. (2005). *Leadership and sustainability: System thinkers in action*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Gordon, J., Halász, G., Krawczyk, M., Leney, T., Michel, A. Pepper, D., Putkiewicz, E. y Wisniewski, J. (2009). *Key Competences in Europe: Opening Doors for Lifelong Learning across the School Curriculum and Teacher Education*. Warsaw: Center for Social and Economic Research.
- Harris, R. y Burn, K. (2011). Curriculum theory, curriculum policy and the problem of III-disciplined thinking. *Journal of Education Policy*, 26(2), 245-261.
- Jonnaert, P., Barrette, J. Masciotra, D. y Yaya, M. (2008). La competencia como organizadora de los programas de formación: hacia un desempeño competente. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 12(3), 1-32.
- Kirkpatrick, D. (2006). *Evaluating Training Programs: The Four Levels*. San Francisco, CA: Berrte-Koehler Publishers, Inc.
- Lin, F-L. y Hsu, H-Y. (2018). Using Mathematics-Pedagogy Tasks to Facilitate the Professional Growth of Pre-service Elementary Teachers. En G. J.

- Stylianides y K. Hino (Eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers. An International Perspective* (pp. 3-17). Cham, Switzerland: Springer.
- Lupiáñez, J. L. (2014). Competencias del profesor de educación primaria. *Educação & Realidade*, 39(4), 1089-1111.
- Maher, C. (2012). *Planning and Evaluating Human Services Programs*. Bloomington, IN: Authorhouse.
- Miles, M., Huberman, A. y Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.
- Morales-López, Y. (2017). Costa Rica: The Preparation of Mathematics Teachers. En Á. Ruiz (Ed.), *Mathematics Teacher Preparation in Central America, and the Caribbean. The cases of Colombia, Costa Rica, Dominican Republic and Venezuela* (pp. 39-56). Cham: Springer.
- Niss, M. (2006). What does it mean to be a competent mathematics teacher? A general problem illustrated by examples from Denmark. En *Praktika*, 23^o Panellenio Synedrio Matematikis Paideias (pp. 39-47). Patras, Greece: Elleniki Matematiki Etaireia.
- Niss, M. (2011). The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6(9), 13-24.
- Pérez-Juste, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. Madrid: La Muralla.
- OCDE (2012). *Programa para la evaluación internacional de los alumnos. Informe español*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Poveda, R. y Morales, Y. (2015). Desafíos del Asesor Regional de Matemáticas ante la Reforma en Educación Matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13, 67-78.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editor.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática*. Granada, España: Editorial Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *SUMA*, 58, 7-23.
- Ruiz, A. (2015). Balance y perspectivas de la Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13, 15-33.
- Ruiz, A. (2017). Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 12, 1-307.

- Ruiz, A. y Barrantes, H. (2016). Desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 14, 9-81.
- Sowder, T. S. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 157-223). Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. New York: Springer.

José Romilio Loría
Universidad Nacional de Costa Rica
jrloria@correo.ugr.es

José Luis Lupiáñez Gómez
Universidad de Granada, España
lupi@ugr.es

Recibido: Marzo de 2019. Aceptado: Junio de 2019
doi: 10.30827/pna.v13i4.8892



ISSN: 1887-3987