

ESTUDIO COMPARATIVO DE LA ESTIMACIÓN DE CANTIDADES CONTINUAS QUE HACEN LOS ESTUDIANTES DE SECUNDARIA Y FUTUROS MAESTROS

Jesús Castillo-Mateo, Isidoro Segovia y Marta Molina

Presentamos un estudio en el que se analizan los resultados y los procesos empleados en tareas de estimación de cantidades continuas de longitud, superficie, capacidad y masa, por estudiantes de tercero de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y estudiantes universitarios del Grado de Educación Primaria. Los resultados ponen de manifiesto que no hay diferencias entre ambos grupos de sujetos. Los participantes son buenos estimadores en el caso de las magnitudes longitud y superficie pero subestiman en capacidad y masa. No se detectan grandes diferencias en los procesos y estrategias empleados, salvo un uso mayor y más efectivo del empleo de fórmulas por los futuros maestros.

Términos clave: Capacidad; Estimación; Longitud; Masa; Superficie

Comparative Study of High School Students and Prospective Primary Teachers' Estimation Skills of Continuous Quantities

In this paper we analyze the results and processes used by third-year secondary students and prospective elementary teachers in estimation tasks of continuous quantities of length, surface, capacity and mass. The results show no differences between both groups of students. Both are good estimators of length and surface but underestimate capacity and mass. No big differences are detected in the processes and strategies used, except a higher and more effective use of formulas in the case of prospective teachers.

Keywords: Area; Capacity; Estimation; Length; Mass

Las normativas curriculares en España, entre las que se incluye la actual (Boletín Oficial del Estado, 2014), hacen hincapié en la necesidad de enseñar a estimar (Segovia y de Castro, 2013). Sin embargo, la estimación no acaba de incorporarse a la

Castillo-Mateo, J., Segovia, I. y Molina, M. (2017). Estudio comparativo de la estimación de cantidades continuas que hacen los estudiantes de secundaria y futuros maestros. *PNA*, 12(1), 45-62.

enseñanza como una parte más de la matemática (Frías, Gil y Moreno, 2001; Pizarro, 2015). Basta indicar que en los libros de texto más actuales, las tareas de estimación son muy escasas y que los maestros no tienen una idea clara acerca de la estimación (Pizarro, Gorgorió y Albarracín, 2015). Así, el interés de este trabajo se justifica a partir de las siguientes ideas extraídas de Castillo-Mateo (2012).

1. La estimación en medida forma parte del currículo escolar y, por tanto, es necesario conocer todos los aspectos involucrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la misma.
2. Numerosos investigadores e informes avalan la importancia de la estimación.
3. La estimación en medida contribuye a la adquisición de competencias.
4. La estimación es de utilidad en la vida real.
5. La estimación es un campo novedoso para la investigación.
6. La estimación conecta con la resolución de problemas.
7. La estimación es una herramienta para la enseñanza de otros conceptos y destrezas.

Los objetivos de la investigación que aquí se presenta son dos:

- ◆ Describir y caracterizar el error de las estimaciones de cantidades de magnitudes continuas (longitud, superficie, capacidad y masa/peso) realizadas por estudiantes para maestro y estudiantes de tercero de ESO.
- ◆ Estudiar las diferencias entre los dos grupos de alumnos para las diversas tareas de estimación propuestas.

MARCO TEÓRICO Y ESTUDIOS PREVIOS

Este trabajo está referido a la estimación de cantidades, es decir, al “juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad en función de circunstancias individuales del que lo emite” (Segovia, Castro, Castro y Rico, 1989, p. 18), y, dentro de estas, a cantidades de las magnitudes longitud, superficie, capacidad y masa/peso. Como se deduce de la definición anterior, se pueden diferenciar dos tipos de estimación, que llamaremos: estimación en cálculo o cálculo estimativo y estimación en medida. El primer tipo se refiere a juicios que pueden establecerse sobre los resultados de las operaciones aritméticas. El segundo trata de los juicios acerca de la medida de una determinada cantidad o bien la valoración del resultado de una medida. Se trata de un proceso mental que implica aspectos de visualización (Segovia y de Castro, 2013). Este trabajo centra la atención en estimación en medida.

De la definición de estimación se deducen las siguientes características que enumeran Segovia et al. (1989), y que coinciden parcialmente con las determinadas por Reys (1984):

- ◆ Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación.

- ◆ El sujeto que debe hacer la valoración tiene alguna información, referencia o experiencia sobre la situación que debe enjuiciar.
- ◆ La valoración se realiza por lo general de forma mental.
- ◆ Se hace con rapidez y empleando números lo más sencillos posibles.
- ◆ El valor asignado no tiene que ser exacto pero sí adecuado para tomar decisiones.
- ◆ El valor asignado admite distintas aproximaciones, dependiendo de quien realice la valoración.

En los procesos de estimación en medida están implicadas todas las componentes de estimación en cálculo y otras específicas que caracterizan cada una de las magnitudes (Castillo-Mateo, 2006, 2012). Estimar en medida, con cierto grado de exactitud, es una labor compleja que involucra conceptos y habilidades como la comprensión de la cualidad que se va a medir y del concepto de unidad, la imagen mental de la unidad que se va a usar en la tarea de estimación y de otros referentes, el conocimiento de técnicas indirectas como el empleo de fórmulas, y las habilidades de comparar objetos según el atributo que se va a medir, de seleccionar y usar estrategias apropiadas y de verificar la adecuación de las estimaciones (Hildreth, 1983; Segovia et al., 1989).

Las primeras investigaciones sobre estimación en medida realizadas en la década de los 50 (por ejemplo, Wilson y Cassell, 1953) indagaban en la precisión de las estimaciones que realizan niños y adultos, y pusieron de manifiesto que el grado de precisión depende de la magnitud a estimar, de la forma y de la posición espacial en que se presenta la cantidad a estimar, y que no depende del género (Castillo-Mateo, 2012). Además, la precisión mejora con la edad, con la práctica y con el dominio de diversas estrategias. Las investigaciones posteriores llevadas a cabo en los años 80 y 90 muestran interés por los procesos cognitivos (Forrester, Latham y Shire, 1990) y comienzan a atender a las estrategias que se utilizan. Los estudios revelan que la estimación de la medición es un proceso altamente volátil y fácilmente influenciado por las características de los objetos que van a ser estimados. Se identifican tres tipos de estrategias de medición: la medición mental, la transformación de la unidad estándar con la que se hacen las estimaciones y la transformación mental de la cantidad a estimar (Jones, Taylor y Broadwell, 2009; Joram, Subrahmanyam y Gelman, 1998; Segovia y de Castro, 2013).

La medición mental incluye dos estrategias: la aplicación mental de un instrumento de medida y la iteración de la unidad, también de forma mental, siendo esta última la estrategia más comúnmente utilizada para la estimación en medida. La estrategia de iteración de la unidad requiere, por parte del estimador, recordar la unidad si no está presente durante la estimación y dividir la cantidad a estimar en unidades. Ambas acciones plantean desafíos cognitivos para los estimadores.

Mediante la transformación de la unidad estándar, los estimadores hacen uso de un referente (cantidad de un objeto conocido que se emplea para comparar con la cantidad que se pretende estimar) en lugar de comparar la cantidad a estimar con una unidad estándar, iterándolo de la misma manera que dicha unidad (Gooya,

Khosroshahi y Teppo, 2011). Esto les permite hacer frente a los desafíos cognitivos referidos en la estrategia de iteración de la unidad.

En la categoría de transformación mental de la cantidad a estimar, mediante la estrategia de descomposición/recomposición, el estimador mentalmente descompone en pequeñas cantidades la cantidad a estimar y luego aplica alguno de los procesos descritos anteriormente para estimar cada una de estas cantidades.

Otros trabajos de Bright (1976), de Siegel, Goldsmith y Madson (1982) y de Segovia et al. (1989) sobre estrategias de estimación permiten identificar procesos, componentes de esas estrategias, que se describen más adelante en este trabajo y que permiten analizar las producciones de los sujetos.

MARCO METODOLÓGICO

Dentro de los estudios de desarrollo en el que se puede incluir este, el diseño de nuestra investigación es de tipo transversal o de medida independiente, ya que compara diferentes grupos de edad observados en un único momento (Arnal, del Rincón y Latorre, 1992).

Sujetos

Nuestro interés se centró en comparar dos grupos de sujetos: un grupo de 26 alumnos (16 chicos y 10 chicas) de tercer curso de ESO, de edades comprendidas entre los 14 y los 16 años de edad, con otro grupo de 26 alumnos (17 chicos y 9 chicas) de primer curso de los estudios para Maestro de Educación Primaria, cuyas edades superan los 18 años de edad.

Instrumento

Se diseñó un cuestionario en el que se pedía a los alumnos que realizaran diversas estimaciones y que describieran cuál había sido el procedimiento y/o razonamiento seguido para obtenerlas. Dicho cuestionario estaba formado por cuatro ítems:

1. Estima la longitud (el largo) de la mesa del profesor (en centímetros).
2. Estima la superficie de la pizarra (en metros cuadrados).
3. Estima la capacidad de la papelera (en litros).
4. Estima el peso de una silla (en kilogramos).

En ambas recogidas de datos se utilizó la misma papelera, de forma cilíndrica. Los otros objetos eran diferentes en ambos casos, iguales en forma y color pero diferentes en tamaño (ver figura 1, ilustrativa de los objetos considerados). Había una leve diferencia en el caso de la longitud de la mesa del profesor (11 cm de diferencia), en la superficie de la pizarra (0,31 m² de diferencia), así como en el caso del peso de la silla del alumno (0,5 kg de diferencia). Debido a estas pequeñas diferencias se optó por considerar el porcentaje de error, en lugar de la estimación de cada sujeto, como variable a analizar y comparar entre ambos grupos.



Figura 1. Fotografías que muestran los objetos referidos en el cuestionario

El cuestionario fue resuelto individualmente por los estudiantes a partir de las siguientes instrucciones: (a) no podían hablar entre ellos, para evitar que las estimaciones de unos influyeran en las de otros; (b) debían plasmar sobre el papel todo aquel razonamiento o procedimiento que utilizaran; y (c) no podían tocar los objetos de los cuales debían estimar alguna cantidad de magnitud, con la salvedad de la silla la cual debían coger y levantar para estimar su peso. La realización de la prueba fue de 40 minutos aproximadamente, suficiente para que todos contestaran de forma relajada todos los ítems.

Los alumnos no recibieron ningún tipo de instrucción en técnicas de estimación, salvo la breve explicación inicial acerca de lo que se les pedía. Los conocimientos que tenían al respecto los habían adquirido bien en cursos anteriores, o bien debido a las experiencias personales de cada alumno.

Análisis de los datos

Realizamos un análisis descriptivo de los datos recogidos, así como una serie de contrastes de hipótesis a un nivel $\alpha = 0,05$ (nivel de confianza del 95%), para cada una de las tareas de estimación. Como vamos a realizar estimaciones para la media de una distribución normal con varianza desconocida y $n \leq 30$ se ha utilizado la t de Student. Los resultados se generaron con el programa SPSS.

RESULTADOS

La tabla 1 recoge las medias de las estimaciones, así como los porcentajes medios de error que los alumnos de cada grupo cometieron para cada uno de los ejercicios.

Tabla 1
Resumen de resultados

	Longitud	Superficie	Capacidad	Masa/Peso
Estudiantes de tercero de ESO (Grupo A)				
Medida real	139 cm	2,69 m ²	12 l	4,4 kg
Estimación	140,77 cm	2,74 m ²	7,29 l	3,2 kg
% Error	1,27 %	1,86 %	-39,25 %	-27,27%
Futuros maestros (Grupo B)				
Medida real	150 cm	3 m ²	12 l	4,9 kg
Estimación	161,65 cm	3,8 m ²	9,27 l	3,44 kg
% Error	7,77 %	26,67 %	-22,75 %	-29,8%

Para el caso de las magnitudes longitud y superficie se observa, para los dos grupos de alumnos, una tendencia a la sobreestimación (es decir, estimar por encima del valor real), puesto que el porcentaje medio de error es positivo. En el caso de la capacidad y la masa/peso, por el contrario, la tendencia es a la subestimación (estimar por debajo del valor real); esto se aprecia en la tabla 1 porque el porcentaje medio de error es negativo.

Contrastes de hipótesis

En la actividad 1, sobre la longitud de la mesa del profesor, se realizaron los siguientes contrastes de hipótesis cuyos resultados se presentan en la tabla 2.

$H_{0,1A}$: La media aritmética de las estimaciones de la longitud de la mesa del profesor de los alumnos del grupo de tercero de ESO (Grupo A) es igual al valor real de la longitud de la misma (139 cm), es decir, no existen diferencias significativas entre ambos valores.

$H_{0,1B}$: La media aritmética de las estimaciones de la longitud de la mesa del profesor de los alumnos del grupo de futuros maestros (Grupo B) es igual al valor real de la longitud de la misma (150 cm), es decir, no hay diferencias significativas entre ambas medidas.

$H_{0,1AB}$: No hay diferencias significativas entre las medias aritméticas de los porcentajes de error de las estimaciones de la longitud de la mesa del profesor, de los alumnos del grupo de tercero de ESO y del grupo de futuros maestros.

Así pues, se evidencia que la capacidad estimativa de los alumnos de ambos grupos puesta de manifiesto en el ítem relativo a la longitud puede considerarse buena, dado que no hay diferencias significativas en media respecto al valor real de la medida. Tampoco hay diferencias significativas entre ambos grupos, como muestra el contraste de hipótesis.

Tabla 2

Contrastes de hipótesis para el caso de la estimación de la longitud

Contraste	T	gl	Sig. (bilateral)	Resultado	Interpretación
$H_{0,1A}$	0,535	25	0,597>0,05	Aceptamos $H_{0,1A}$	No existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los alumnos de secundaria y la medida real de la longitud de la mesa.
$H_{0,1B}$	2,031	22	0,055>0,05	Aceptamos $H_{0,1B}$	No existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los futuros maestros y la medida real de la longitud de la mesa.
$H_{0,1AB}$	-1,727	22	0,098>0,05	Aceptamos $H_{0,1AB}$	La capacidad estimativa evidenciada por los dos grupos es similar en el caso de la longitud.

Nota. gl= Grados de libertad; Sig.=Nivel de significación.

Respecto al ítem 2, en el que se pedía a los alumnos que estimaran la superficie de la pizarra, se realizaron los siguientes contrastes de hipótesis. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 3.

$H_{0,2A}$: La media aritmética de las estimaciones de la superficie de la pizarra de los alumnos del grupo de tercero de ESO es igual al valor real de la superficie de la misma (2,69 m²).

$H_{0,2B}$: La media aritmética de las estimaciones de la superficie de la pizarra de los alumnos del grupo de futuros maestros es igual al valor real de la superficie de la misma (3 m²).

$H_{0,2AB}$: La diferencia de las medias aritméticas de los porcentajes de error de las estimaciones de la superficie de la pizarra de los alumnos del grupo de tercero de ESO y del grupo de futuros maestros es igual a cero.

En el caso de la superficie, la capacidad estimativa puesta de manifiesto por los alumnos es buena y tampoco existen diferencias significativas entre ambos grupos de sujetos.

Tabla 3

Contrastes de hipótesis para el caso de la estimación de la superficie

Contraste	T	gl	Sig. (bilateral)	Resultado	Interpretación
$H_{0,2A}$	-1,266	23	0,218>0,05	Aceptamos $H_{0,2A}$	No existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los alumnos de secundaria y la medida real de la superficie de la pizarra.
$H_{0,2B}$	0,937	15	0,364>0,05	Aceptamos $H_{0,2B}$	No existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los futuros maestros y la medida real de la superficie de la pizarra.
$H_{0,2AB}$	-0,933	16	0,365>0,05	Aceptamos $H_{0,2AB}$	La capacidad estimativa evidenciada por los dos grupos es similar en el caso de la superficie.

Nota. gl=Grados de libertad; Sig.=Nivel de significación.

Para el ítem 3, sobre la estimación de la capacidad de la papelera, se realizaron los siguientes contrastes de hipótesis. Los resultados relativos a los mismos se recogen en la tabla 4.

$H_{0,3A}$: La media aritmética de las estimaciones de la capacidad de la papelera de los alumnos del grupo de tercero de ESO es igual al valor real de la capacidad de la misma (12 litros).

$H_{0,3B}$: La media aritmética de las estimaciones de la capacidad de la papelera de los alumnos del grupo de futuros maestros es igual al valor real de la capacidad de la misma (12 litros).

$H_{0,3AB}$: La diferencia de las medias aritméticas de los porcentajes de error de las estimaciones de la capacidad de la papelera de los alumnos del grupo de tercero de ESO y del grupo de futuros maestros es igual a cero.

Por último, para el ítem 4 (estimación del peso de la silla), se plantearon los siguientes contrastes de hipótesis, cuyos resultados se recogen en la tabla 5.

$H_{0,4A}$: La media aritmética de las estimaciones del peso de la silla de los alumnos del grupo de tercero de ESO es igual al valor real del peso de la misma (4,4 kg).

$H_{0,4B}$: La media aritmética de las estimaciones del peso de la silla de los alumnos del grupo de futuros maestros es igual al valor real del peso de la misma (4,9 kg).

$H_{0,4AB}$: La diferencia de las medias aritméticas de los porcentajes de error de las estimaciones del peso de la silla de los alumnos del grupo de tercero de ESO y del grupo de futuros maestros es igual a cero.

Tabla 4

Contrastes de hipótesis para el caso de la estimación de la capacidad

Contraste	T	gl	Sig. (bilateral)	Resultado	Interpretación
H _{0,3A}	-5,871	25	0,000<0,05	No aceptamos H _{0,3A}	Sí existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los alumnos de secundaria y la medida real de la capacidad de la papelerera.
H _{0,3B}	-2,394	20	0,027<0,05	No aceptamos H _{0,3B}	Sí existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los futuros maestros y la medida real de la capacidad de la papelerera.
H _{0,3AB}	-1,960	20	0,064>0,05	Aceptamos H _{0,3AB}	La capacidad estimativa evidenciada por los dos grupos es similar en el caso de la capacidad.

Nota. gl=Grados de libertad; Sig.=Nivel de significación.

En este caso sí que existen diferencias significativas de las estimaciones de los alumnos en relación con el valor real de la medida de la capacidad de la papelerera; la capacidad estimativa puesta de manifiesto por los alumnos en este caso no es buena. También se muestra que no se detectan diferencias significativas en la capacidad estimativa puesta de manifiesto por ambos grupos en el ítem relativo a capacidad.

En este último caso también existen diferencias significativas de las estimaciones de los alumnos con el valor real de la medida de la masa/peso de la silla; es decir, tampoco la capacidad estimativa evidenciada por los alumnos es buena. No hay diferencias significativas entre ambos grupos.

En resumen, los sujetos de ambos grupos ponen de manifiesto una buena capacidad estimativa en los ítems referidos a la longitud de la mesa del profesor y la superficie de la pizarra. Este resultado implica una interiorización aceptable de las unidades de longitud, ya que, como se muestra en el apartado de procesos que exponemos a continuación, para el caso de la superficie priman las técnicas indirectas (longitud de la base por la altura del rectángulo de la pizarra). No ocurre así en el caso de la capacidad y de la masa/peso. En ambas tareas los sujetos no muestran una buena capacidad estimativa. Esto pone de manifiesto procesos erróneos de estimación y/o una mala interiorización de las unidades de medida, litro y kilogramo, que estarían sobrevaloradas. Para estas dos magnitudes no se muestra que haya diferencias significativas entre ambos grupos de sujetos.

Tabla 5
Contrastes de hipótesis para el caso de la estimación de la masa/peso

Contraste	T	gl	Sig. (bilateral)	Resultado	Interpretación
H _{0,4A}	-2,880	24	0,008<0,05	No aceptamos H _{0,4A}	Sí existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los alumnos de secundaria y la medida real del peso de la silla.
H _{0,4B}	-5,558	21	0,000<0,05	No aceptamos H _{0,4B}	Sí existen diferencias significativas entre la media de las estimaciones de los futuros maestros y la medida real del peso de la silla.
H _{0,4AB}	0,598	21	0,556>0,05	Aceptamos H _{0,4AB}	La capacidad estimativa evidenciada por los dos grupos es similar en el caso de la masa.

Nota. gl=Grados de libertad; Sig.=Nivel de significación.

Procesos de estimación

Para realizar la identificación y clasificación de los procesos de estimación utilizados por los estudiantes se tuvo en cuenta el trabajo sobre estrategias de Siegel et al. (1982), la clasificación de estrategias de estimación en medida que realizan Segovia et al. (1989) y la idea de diferenciar entre si el referente está presente o ausente (Bright, 1976). De dichas clasificaciones y de la revisión de las producciones de los sujetos se obtuvieron los procesos que sintetizamos en la tabla 6.

Tabla 6
Procesos de estimación detectados

Denominación del proceso	Descripción
P1. "A ojo"	El sujeto hace una estimación sin explicar cómo la ha hecho o indicando que la ha hecho "a ojo".
Iteración de un referente	
P2. Iterando un referente presente	El sujeto usa como unidad de medida, y de forma mental, una cantidad que está presente (ej., el palmo), con la que compara la cantidad a estimar (ej., su estatura).
P3. Iterando un referente ausente	El sujeto usa como unidad de medida, y de forma mental, una cantidad que está ausente (ej., largo de una mesa de estudio de su casa), con la que compara la cantidad a estimar.

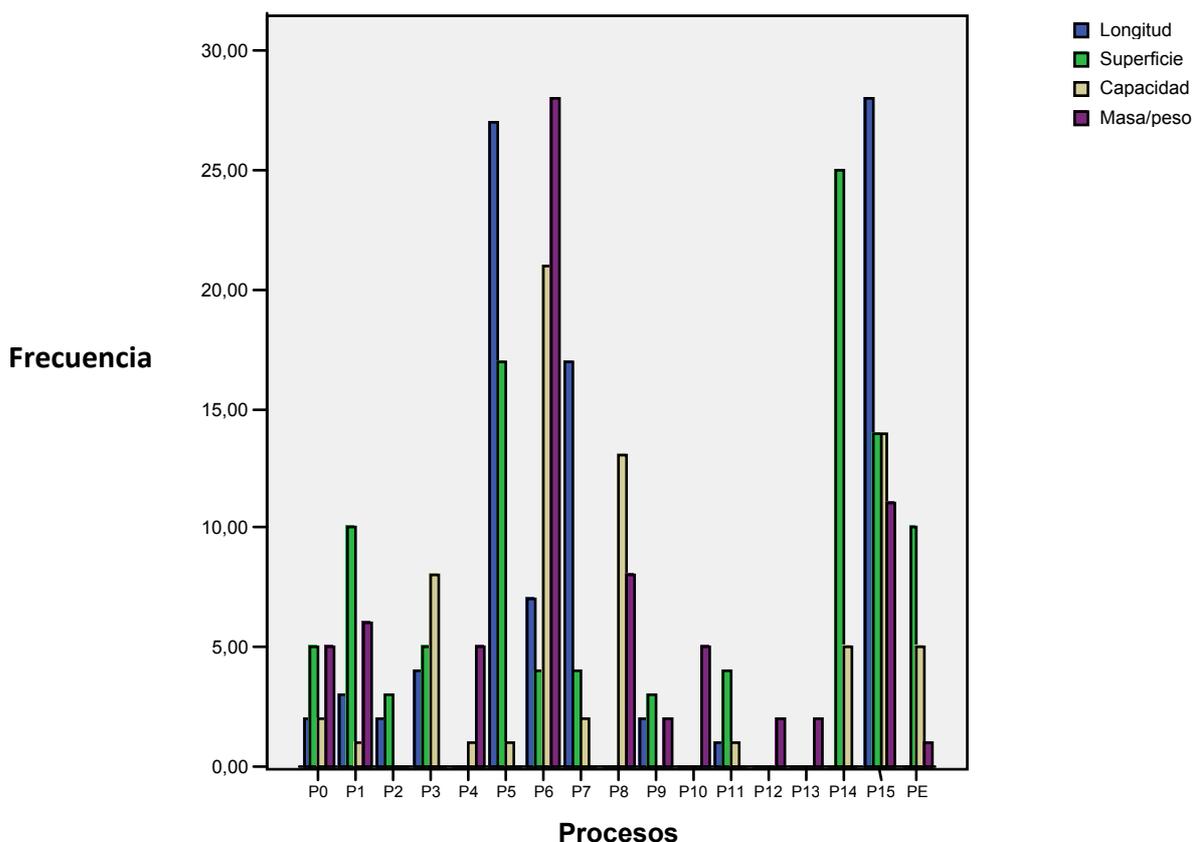
Tabla 6
Procesos de estimación detectados

Denominación del proceso	Descripción
P4. Acotando	El sujeto estima el valor de la medida estableciendo una cota inferior y otra superior. Por ejemplo, determina que mide entre 130 y 140 cm.
Comparación sin iteración	
P5. Comparando la cantidad a estimar con un referente aproximadamente igual. Referente presente	El sujeto compara la cantidad a estimar (ej., longitud de la mesa) con otra cantidad parecida y presente en el momento de la actividad (ej., su estatura).
P6. Comparando la cantidad a estimar con un referente aproximadamente igual. Referente ausente	El sujeto compara la cantidad a estimar (ej., longitud de la mesa del profesor) con otra cantidad parecida y ausente en el momento de la actividad (ej., longitud de la mesa de su casa).
P7. Comparando la cantidad a estimar con un múltiplo de un referente. Referente presente	El sujeto compara de manera multiplicativa la cantidad a estimar (ej., longitud de la mesa del profesor) con un referente presente (ej., longitud de su palmo).
P8. Comparando la cantidad a estimar con un múltiplo de un referente. Referente ausente	El sujeto compara de manera multiplicativa la cantidad a estimar (ej., longitud de la mesa del profesor) con un referente ausente (ej., longitud de una mesa de su casa). Por ejemplo, la mesa mide el doble que la mesa de mi casa.
P9. Comparando la cantidad a estimar con un divisor o fracción de un referente. Referente presente	El sujeto compara la cantidad a estimar (ej., longitud de la mesa del profesor) con una parte de un referente presente (ej., mitad de la longitud de la pizarra).
P10. Comparando la cantidad a estimar con un divisor o fracción de un referente. Referente ausente	El sujeto compara la cantidad a estimar (ej., capacidad de la papelera) con una parte de un referente ausente (ej., la mitad de una garrafa de agua).
Descomposición y recomposición	
P11. Descomponiendo/Recomponiendo en partes iguales	El sujeto descompone en partes, estima cada parte y recompone la cantidad sumando o multiplicando. Por ejemplo, divide la pizarra en dos partes iguales, estima la superficie de una de ellas y multiplica el resultado por dos.

Tabla 6
Procesos de estimación detectados

Denominación del proceso	Descripción
P12. Descomponiendo/Recomponiendo en una parte más su complementario	El sujeto descompone en dos partes, una que le es familiar y la complementaria. Por ejemplo, la papelerera es como un cubo de agua y un poco más.
P13. Descomponiendo/Recomponiendo en partes diferentes	El sujeto descompone la cantidad en varias partes diferentes, estima cada una y suma los resultados. Por ejemplo, la mesa del profesor mide de largo tanto como mi mesa y mi silla.
P14. Técnica indirectas: empleo de fórmulas	El sujeto aplica una fórmula. Por ejemplo, determina la superficie de la pizarra usando la fórmula del área del rectángulo.
P15. Reajuste	El sujeto estima la cantidad que luego reajusta con algún criterio. Por ejemplo, después de usar la fórmula del volumen del cilindro para estimar la capacidad de la papelerera, aumenta o disminuye su estimación porque considera que es mayor o menor.

Del estudio de los procesos de estimación utilizados en cada una de los ítems planteados (ver tabla 6) se obtuvieron los resultados recogidos en el diagrama de barras de la figura 2. En esta figura se clasifican como procesos erróneos aquellas respuestas de los estudiantes que ponen de manifiesto que no conoce la magnitud a estimar o no utiliza adecuadamente la equivalencia entre diferentes unidades de medida (por ejemplo, “No sé, pero me parece que al medir más o menos un metro su capacidad será un litro” refiriéndose a la capacidad de la papelerera). En la figura 2 se observa de un modo global que en la estimación de longitud (ítem 1), los procesos más frecuentes son P5 y P15; en la estimación de superficie (ítem 2), el proceso más frecuente es P14, seguido también de P5; y en las estimaciones de capacidad y masa/peso (ítems 3 y 4), el más frecuente, en ambos casos, es P6.



Nota. P0 denota los casos en los que el estudiante no contesta; PE refiere a procesos erróneos.

Figura 2. Diagrama de barras de frecuencias de procesos según el ítem

La tabla 7 presenta las frecuencias de uso de los diferentes procesos distinguiendo ambos grupos de alumnos.

A partir de los datos recogidos en la tabla 7 se extraen los siguientes resultados. En la estimación de la longitud (ítem 1) se aprecia que los alumnos de secundaria utilizaron el proceso P7 más que los futuros maestros. En la estimación de la superficie (ítem 2), los futuros maestros utilizaron 13 veces el proceso P5 frente a tres veces que lo utilizan los estudiantes de tercero de ESO. Seguramente la disponibilidad de referentes en el aula pudo influir en este mayor uso de los procesos P7 y P5, en ambos ítems, respectivamente. Por otro lado, en la estimación de la superficie, los alumnos de tercero de ESO utilizaron 10 veces el proceso P1 mientras que los futuros maestros no lo usaron; recordemos que P1 (“A ojo”) es el proceso más básico. Hay que añadir que los estudiantes del grupo de secundaria emplearon un proceso erróneo ocho veces, mientras que entre los futuros maestros únicamente sucedió dos veces. Estas dos últimas circunstancias ponen de manifiesto diferencias en la estimación de la superficie a favor del grupo de futuros maestros.

En la estimación de la capacidad (ítem 3), los procesos más frecuentes fueron P6, P8 y P15, aunque no en la misma medida para ambos grupos. No obstante, se manifestó cierto equilibrio en el uso de los diferentes procesos; salvo P3, que fue más

usado por los estudiantes del grupo de tercero ESO que por el grupo de futuros maestros. En cambio, P14 lo emplearon los alumnos futuros maestros con bastante más frecuencia que los estudiantes de ESO. La razón de esta última diferencia puede estar en la falta de manejo por parte de los alumnos de secundaria de la relación entre los conceptos y las unidades de capacidad y volumen.

Tabla 7

Comparativa del uso de procesos según el grupo de alumnos

Proceso	Frecuencias absolutas de procesos utilizados									
	Longitud		Superficie		Capacidad		Masa/peso		Totales	
	GSec	GFM	GSec	GFM	GSec	GFM	GSec	GFM	GSec	GFM
P0	1	1	1	4	1	1	1	4	4	10
P1	2	1	10	0	0	1	4	2	16	4
P2	0	2	1	2	0	0	0	0	1	4
P3	2	2	2	3	5	2	0	0	9	7
P4	0	0	0	0	1	0	3	2	4	2
P5	15	12	3	13	0	1	0	0	18	26
P6	2	5	3	1	9	12	11	17	25	35
P7	13	4	2	2	0	2	0	0	15	8
P8	0	0	0	0	9	4	3	5	12	9
P9	0	2	2	1	0	0	2	0	4	3
P10	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0
P11	0	1	2	2	1	0	0	0	3	3
P12	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
P13	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0
P14	0	0	11	14	1	4	0	0	12	18
P15	16	12	6	7	10	4	7	4	39	27
PE	0	0	8	2	2	3	1	0	11	5
Totales	51	42	52	51	39	34	39	34	181	161

Nota. GSec=Grupo de educación secundaria; GFM=Grupo de futuros maestros, P0=No contesta; PE=Proceso erróneo; Pi=Proceso i (explicación de procesos en tabla 6).

CONCLUSIONES

Para el caso de las magnitudes longitud y superficie se observa para los dos grupos de alumnos una tendencia a la sobreestimación, que sugiere una consideración de las

unidades de medida, centímetro y metro cuadrado, con valores superiores a los reales. Sin embargo, el contraste de hipótesis revela que ambos grupos se pueden considerar buenos estimadores, dado que las diferencias entre la media de las estimaciones y el valor real de las medidas no son significativas; tampoco hay diferencias significativas entre ambos grupos. En el caso de la capacidad y la masa/peso, por el contrario, la tendencia es a la subestimación, lo que pondría de manifiesto una consideración de las unidades, litro y kilogramo, por encima de su valor real. Para estas magnitudes los sujetos de ambos grupos no son buenos estimadores: las diferencias entre las medias de las estimaciones y los valores reales de las medidas sí que son significativas. Por otro lado, entre ambos grupos no hay diferencias significativas.

Por tanto, desde tercer curso de la ESO hasta primer curso universitario, en el caso de los sujetos de nuestra investigación, no se produce ningún cambio significativo en los resultados de sus estimaciones.

También hemos descrito los procesos y estrategias que emplean los sujetos en la estimación de las cantidades de longitud, superficie, capacidad y masa/peso, magnitudes continuas, deduciendo de los mismos que no se producen grandes diferencias en el empleo de procesos entre los dos grupos, salvo un mayor uso y más efectivo del empleo de fórmulas por los futuros maestros. Los errores del grupo de ESO ponen de manifiesto deficiencias conceptuales asociadas a la tarea de estimación de superficie, especialmente.

Como implicación para la enseñanza, incidimos en lo que ponen de manifiesto los resultados: los alumnos de la muestra no son buenos estimadores para el caso de la capacidad y la masa. Parece necesario, por tanto, que la enseñanza de la medida de estas magnitudes incluya más actividades prácticas de medida y de estimación.

REFERENCIAS

- Arnal, J., del Rincón, D. y Latorre, A. (1992). *Investigación educativa. Metodologías de investigación educativa*. Barcelona, España: Labor.
- Bright, G.W. (1976). Estimation as part of learning to measure. En D. Nelson y R. E. Reys (Eds.), *Measurement in School Mathematics: 1976 Yearbook* (pp. 87-104). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Boletín Oficial del Estado (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. (Vol. BOE N° 52, pp. 19349-19420). Madrid, España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Castillo-Mateo, J. J. (2006). *Estimación de cantidades continuas: longitud, superficie, capacidad y masa* (Trabajo de investigación tutelada). Universidad de Granada, España.
- Castillo-Mateo, J. J. (2012). *Estimación de cantidades continuas: longitud y superficie* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

- Frías, A., Gil, F. y Moreno, M. F. (2001). Introducción a las magnitudes y la medida. Longitud, masa, amplitud y tiempo. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria* (pp. 477-502). Madrid, España: Síntesis.
- Forrester, M. A., Latham, J. y Shire, B. (1990). Exploring estimation in young primary school children. *Educational Psychology*, 10(4), 283-300. doi: 10.1080/0144341900100401
- Gooya, Z., Khosroshahi, L. G. y Teppo, A. R. (2011). Iranian students' measurement estimation performance involving linear and area attributes of real-world objects. *ZDM*, 43(5), 709-722. doi: 10.1007/s11858-011-0338-1
- Jones, M. G., Taylor, A. y Broadwell, B. (2009). Estimating linear size and scale: Body rulers. *International Journal of Science Education*, 31(11), 1495-1509. doi: 10.1080/09500690802101976
- Joram, E., Subrahmanyam, K. y Gelman, R. (1998). Measurement estimation: Learning to map the route from number to quantity and back. *Review of Educational Research*, 68(4), 413-449. doi: 10.3102/00346543068004413
- Hildreth, D. J. (1983). The use of strategies in estimating measurements. *The Arithmetic Teacher*, 30(5), 50-54.
- Pizarro, N. (2015). *Estimación de medida: el conocimiento didáctico del contenido de los maestros de primaria* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona, España.
- Pizarro, N., Gorgorió, N. y Albarracín, L. (2015). La definición del concepto estimación de medida de los maestros de primaria. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 28* (pp. 1202-1209). Barranquilla, Colombia: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Reys, R. E. (1984). Mental computation and estimation: Past, present, and future. *The Elementary School Journal*, 84(5), 547-557. doi: 10.1086/461383
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid, España: Síntesis.
- Segovia, I. y de Castro, C. (2013). La estimación y el sentido de la medida. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 43-49). Granada, España: Comares.
- Siegel, A. W., Goldsmith, L. T. y Madson, C. R. (1982). Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 211-232.
- Wilson, G. M. y Cassell, M. (1953). A research on weights and measures. *The Journal of Educational Research*, 46(8), 575-585.

Jesús Castillo-Mateo
I.E.S. "Algazul", España
jjmat12358@hotmail.com

Isidoro Segovia
Universidad de Granada, España
isegovia@ugr.es

Marta Molina
Universidad de Granada, España
martamg@ugr.es

Recibido: Agosto 2017. Aceptado: Septiembre 2017.
Handle: <http://hdl.handle.net/10481/48174>

