

ANÁLISIS DIDÁCTICO Y FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES: COMPETENCIAS Y CAPACIDADES EN EL APRENDIZAJE DE LOS ESCOLARES

Jose Luis Lupiáñez y Luis Rico

En este trabajo precisamos el significado de los términos capacidad y competencia en el marco de un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Describimos brevemente las bases de ese programa y, a continuación, presentamos y ejemplificamos un procedimiento mediante el cual los futuros profesores reflexionan en torno al aprendizaje de los escolares y usan esas nociones cuando abordan la planificación de una unidad didáctica.

Términos clave: Análisis didáctico; Capacidades; Competencias; Expectativas de aprendizaje; Formación inicial de profesores

Didactical Analysis and Teacher Training: Competences and Capacities in Students' Learning

In this paper we propose specific meanings for the notions of capacity and competence in the context of a Secondary mathematics teacher training program. We briefly describe this program, and present a procedure with which prospective teachers can reflect on students' learning in the classroom and use these notions for planning didactical units.

Keywords: Capacities; Competences; Didactical analysis; Learning goals; Teachers training

En la actualidad existe una marcada preocupación por establecer los fines y metas de la educación en términos de las *competencias* que deberían desarrollar los estudiantes al término de su formación, tanto en el periodo obligatorio como durante la educación superior. Este interés se pone de manifiesto en proyectos de evaluación como PISA (OCDE, 2005); de organización formativa, como Tuning (González y Wagenaar, 2003); y en las directrices curriculares escolares de varios países como Canadá (Ministerio de Educación de Ontario, 2005; Scallon,

Lupiáñez, J. L. y Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *PNA*, 3(1), 35-48.

2004), Perú (Ministerio de Educación de Perú, 2001), o Portugal (Abrantes, 2001), que emplean las competencias como marco orientador de la acción educativa. En estos casos, los objetivos de la educación se expresan en términos de qué capacidades o competencias sería deseable que los escolares desarrollaran a lo largo del proceso educativo.

Asimismo, en la investigación en formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria también existe una marcada preocupación por establecer las competencias que debería desarrollar un futuro profesor de matemáticas para el ejercicio de su actividad docente (Abbott y Huddleston, 2000; Beck, Hart y Kosnik, 2002; Niss, 2003; Recio, 2004; Rico, 2004). Una de las competencias básicas que se espera que desarrollen estos futuros profesores a lo largo de su formación inicial tiene que ver con la capacidad para planificar su actuación docente (Campillo, 2004; Rico, 2004).

En la Universidad de Granada se imparte una materia orientada a la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, cuya finalidad principal es que los futuros profesores adquieran y empleen conocimientos para diseñar unidades didácticas sobre un tema matemático concreto. Para el diseño de unidades didácticas esperamos que los futuros profesores pongan en juego un procedimiento denominado *análisis didáctico* (Gómez, 2002). Parte de ese análisis consiste en establecer, analizar y organizar las capacidades y competencias que los futuros profesores esperan desarrollar en los escolares en torno a ese tema matemático. En ese punto centraremos este documento.

En este trabajo presentamos parte de la organización del análisis cognitivo como conceptualización de un procedimiento que llevan a cabo profesores en formación inicial. Este estudio forma parte de una investigación en curso cuyo objetivo central es describir, organizar y analizar las capacidades que desarrollan esos futuros profesores sobre planificación en el marco del plan de formación presentado (Lupiáñez, 2006).

Describiremos brevemente el procedimiento del análisis didáctico como noción central del programa de formación inicial, analizaremos el significado que le damos a los términos capacidad y competencia en ese marco, y mostraremos cómo los futuros profesores usan esas nociones para organizar el aprendizaje de sus escolares y diseñar tareas de aprendizaje.

ANÁLISIS DIDÁCTICO EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

El análisis didáctico es un procedimiento cíclico que describe cómo el profesor debería idealmente diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje. Se puede articular en cuatro fases: (a) análisis de contenido, (b) análisis cognitivo, (c) análisis de instrucción y (d) análisis de actuación (Gómez, 2002, pp. 262-285).

El análisis de contenido es el procedimiento en virtud del cual el profesor identifica, organiza y selecciona los significados de un tema matemático que considera relevantes a efectos de la planificación de la instrucción. El análisis cognitivo, desde un planteamiento constructivista (Coll, 2002), capacita a los futuros profesores para que, a partir de la información obtenida en el análisis de contenido previo y del conocimiento sobre matemáticas escolares y sobre su aprendizaje, enuncien y organicen las capacidades que ellos esperan que desarrollen los escolares de secundaria sobre ese tema matemático. Los futuros profesores también analizan la contribución que realizan esas capacidades al desarrollo de competencias matemáticas globales. Lupiáñez, Rico, Gómez y Marín (2005) han desarrollado un procedimiento que permite a los futuros profesores llevar a cabo estos dos aspectos del análisis cognitivo, que describiremos y ejemplificaremos más adelante. En el análisis cognitivo, los profesores en formación también llevan a cabo un estudio de errores y dificultades, estudio que no describiremos en este trabajo.

Antes, y dado que los términos capacidad y competencia constituyen un organizador central del plan de formación inicial de profesores, realizaremos una breve descripción de los diferentes significados que admiten, y caracterizaremos el que nosotros asumimos en el marco del análisis cognitivo.

CAPACIDADES Y COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

En su uso cotidiano, ambos términos tienen significados propios que permiten diferenciarlos: capacidad y volumen; competencia y rivalidad. Pero también existen acepciones similares que hacen que, a menudo, se empleen indistintamente ambos vocablos como si fueran sinónimos. Uno de esos significados comunes es el que alude a la posesión de autoridad para realizar algún acto, y otro es el que se ocupa de describir la cualidad o conocimiento que pueda tener una persona sobre algún tema.

En su compendio de términos de psicología, Dorsch (1985) describe el término general *capacidad*, como el conjunto de condiciones necesarias para llevar a cabo una actividad concreta. Son cualidades complejas, adquiridas paulatinamente, y que controlan la realización de esa actividad (p. 96).

Con respecto al significado de competencia, en general la psicología analiza y emplea el término en términos del lenguaje, uso muy vinculado con las investigaciones de Chomsky en este campo, tal y como se describe en Wilson y Keil (2002).

En educación, ya desde los años setenta se fortaleció una corriente denominada educación basada en competencias, que podemos caracterizar como un “sistema educativo que enfatiza la especificación, aprendizaje y demostración de aquellas competencias (conocimientos, destrezas y actitudes) que tienen una im-

portancia central para determinadas tareas”¹. Desde entonces, el término competencia se ha empleado con diferentes acepciones y, en ocasiones, existen dudas e imprecisiones sobre su interpretación, tal y como señala Short (1985).

Birzea (1980), para formular objetivos de aprendizaje, considera que las competencias constituyen objetivos de largo plazo, que se corresponden con los componentes clásicos de la personalidad intelectual, físico, social, efectivo, evolutivo y comprenden capacidades psíquicas individuales: operaciones mentales, conceptos, resolución de algoritmos, habilidades, destrezas, intereses, actitudes, etc. (p. 60). Algunas características de los objetivos expresados como competencias son que posibilitan un desempeño autónomo, obrar con fundamento, interpretar situaciones, resolver problemas y realizar acciones innovadoras. Se basan en un saber profundo en el que se integran conocimientos y acción: *saber qué* es saber, *saber hacer*, y *saber explicar lo que se hace y porqué se hace* (Avolio de Cols, 1998).

En proyectos recientes como PISA (OCDE, 2005) o Tuning (González y Wagenaar 2003), se ha hecho un especial esfuerzo por emplear el término competencia para expresar lo que deberían lograr los estudiantes al término de su educación obligatoria en el caso de PISA, y de su formación universitaria en el caso de Tuning. Por tanto, en estos casos el término competencia se refiere a objetivos a largo plazo que debieran ser observables al término de todo un ciclo de enseñanza mediante un conjunto de habilidades y capacidades que las caractericen.

Esta caracterización de competencia como finalidad global, para distinguirla de capacidad como objetivo cercano en el campo de las matemáticas, permite relacionar estructuralmente dos niveles diferentes de la planificación curricular: el de la planificación de todo un ciclo educativo y el de la planificación de un tema matemático concreto. A continuación, profundizaremos en la relación entre capacidad y competencia en matemáticas y ejemplificaremos estas nociones considerando el tema de la función cuadrática.

Capacidades, Competencias y Tareas Matemáticas

Partimos de la noción de capacidad. En el contexto de las matemáticas escolares, utilizamos este término para referirnos a la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea (por ejemplo, los problemas de transformar una forma simbólica de la función cuadrática —la estándar— en otra —la canónica). Los objetivos de aprendizaje sobre un tópico concreto se suelen enunciar en términos de capacidades. Esta noción es coherente con las posiciones de Grant (1996) y Schulze (1994), quienes relacionan capacidad con los conocimientos, experiencias y habilidades necesarias para desarrollar una tarea o actividad (Gómez y Lupiáñez, 2007).

¹ Traducción de la definición del término “Competency-based Education” recogida en la base de datos sobre términos educativos de la UNESCO (<http://www.ulcc.ac.uk/unesco>).

Por tanto, un individuo ha desarrollado una cierta capacidad cuando él puede resolver tareas que la requieren. Por lo tanto las capacidades:

- ◆ son específicas a un tema concreto;
- ◆ pueden incluir o involucrar otras capacidades; y
- ◆ están vinculadas a tipos de tareas.

La noción de capacidad es un elemento que relaciona los aspectos cognitivos (un individuo desarrolla una capacidad), de contenido (es específica a un tema concreto) y de instrucción (se refiere a tipos de tareas o problemas), como muestra la Figura 1.

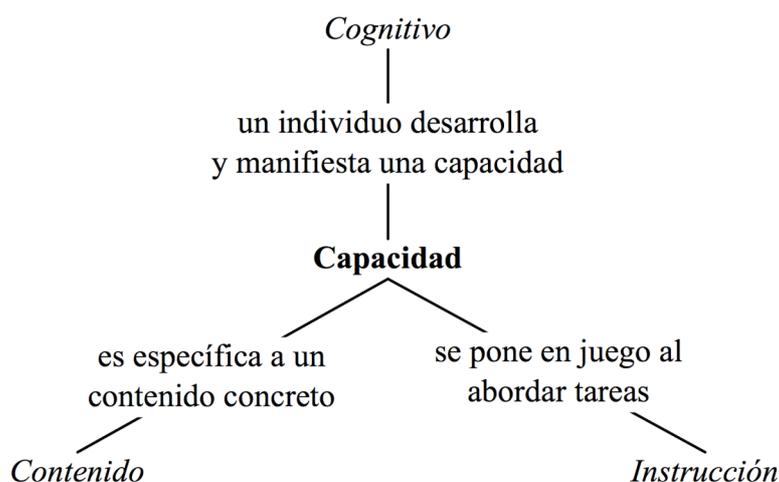


Figura 1. *Relaciones de la noción de capacidad (Gómez y Lupiáñez, 2007)*

Si consideramos el tema de la función de segundo grado, podemos enunciar algunas capacidades específicas a dicho tema:

- ◆ Relacionar las diferentes expresiones simbólicas mediante los procedimientos de factorización, expansión y completación de cuadrados.
- ◆ Reconocer e interpretar los coeficientes de las expresiones estándar, multiplicativa y canónica.
- ◆ Identificar e interpretar los principales elementos gráficos de una parábola: vértice, puntos de corte, eje de simetría, foco y directriz.
- ◆ Aplicar los principales procedimientos de transformación gráfica: traslaciones y dilataciones.
- ◆ Interpretar gráficamente, las variaciones de los coeficientes en las expresiones simbólicas de una función cuadrática.

Las capacidades aluden a cómo un escolar puede movilizar y usar su conocimiento sobre un contenido concreto, y se desarrollan y movilizan por medio de las actuaciones de los escolares cuando se enfrentan a la resolución de tareas. Pero al ir desarrollando capacidades relativas a diferentes temas matemáticos, los escolares se hacen paulatinamente más competentes en matemáticas.

Esa noción de competencia aparece en el marco del proyecto PISA y se usa para describir diferentes perspectivas:

La noción de competencia es central en el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- ◆ *Expresa una finalidad prioritaria en la enseñanza de las matemáticas.*
- ◆ *Expresa un conjunto de procesos cognitivos que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas.*
- ◆ *Concreta variables de tarea para los ítems en la evaluación; destaca por los grados de complejidad.*
- ◆ *Marca niveles de dominio al movilizar las capacidades para resolver tareas matemáticas. (Rico, 2005, p. 14)*

El término competencia alude a los modos en lo que los escolares actúan cuando hacen matemáticas y cuando se enfrentan a problemas. Pero el ser competente en matemáticas es un objetivo a largo plazo que se conseguirá a través de toda la formación escolar obligatoria. En la evaluación que se llevó a cabo en el estudio PISA, se propusieron problemas a los escolares en diferentes contextos y situaciones. Para resolverlos, debían activarse diversos procesos cognitivos o competencias matemáticas. Las competencias seleccionadas fueron: (a) pensar y razonar, (b) argumentar, (c) comunicar, (d) modelizar, (e) plantear y resolver problemas, (f) representar y (g) utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico, y operaciones (Rico, 2005).

Por tanto, las capacidades que desarrollan los escolares en los distintos temas de matemáticas contribuyen, en mayor o menor medida, a la evolución de sus competencias, y esas capacidades se muestran al afrontar tareas. Esta relación entre competencias, capacidades y tareas se describe en la Figura 2.

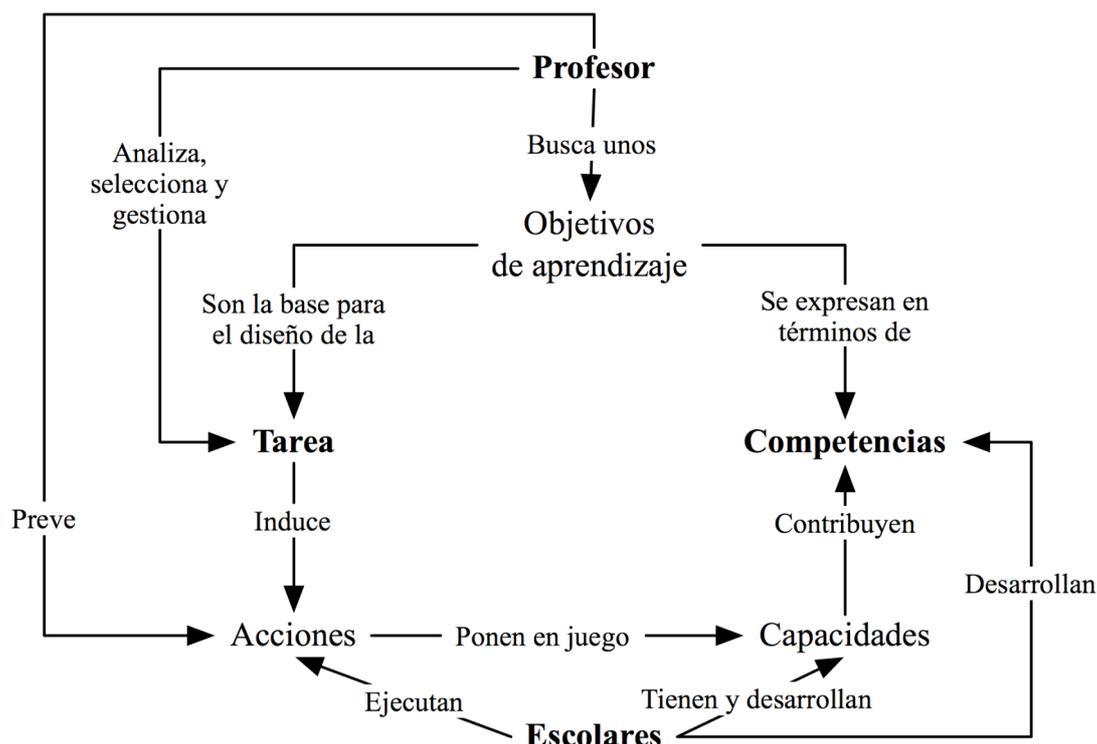


Figura 2. *Relación entre competencias, capacidades y tareas* (Gómez y Lupiáñez, 2007)

CAPACIDADES Y COMPETENCIAS EN EL ANÁLISIS COGNITIVO

En el análisis cognitivo los futuros profesores describen sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento cuando se enfrenten a las tareas que componen la instrucción sobre un tema matemático concreto. Este análisis implica, entre otros aspectos, describir y relacionar:

- ◆ las capacidades que los escolares tienen antes de la instrucción;
- ◆ qué capacidades deben desarrollar los escolares;
- ◆ la contribución de esas capacidades al desarrollo de competencias matemáticas; y
- ◆ los posibles grados de desarrollo de esas competencias.

Lupiáñez, Rico, Gómez y Marín (2005) han desarrollado un procedimiento para describir el modo en el que unas capacidades específicas a un tema matemático contribuyen al desarrollo de las competencias consideradas en el proyecto PISA. De esta manera es posible establecer un vínculo entre la planificación a nivel local —de unas actividades específicas en un tema concreto— y el diseño curricular global —de una asignatura, curso o nivel educativo.

Para describir las capacidades que se espera que el escolar desarrolle durante la implementación de la unidad didáctica, hay que delimitar y concretar el nivel

educativo al que se dirige esa planificación. Una revisión curricular en ese nivel permite delimitar unas prioridades de contenidos, de objetivos y de aspectos a evaluar.

Con esa revisión, se vuelve a la información suministrada por el análisis de contenido previo. Aunque el problema que se está abordando es cognitivo (desarrollo de capacidades sobre un tema matemático), comprender y abordar ese problema requiere conocer en detalle la complejidad y multiplicidad de significados del tema matemático. Esa información proviene del análisis de contenido realizado previamente. De hecho, sólo es posible concretar las capacidades que se desea que los escolares desarrollen cuando, después de haber realizado el análisis de contenido, se han identificado, organizado y seleccionado los significados relevantes del tema matemático en cuestión (Gómez y Lupiáñez, 2007).

En Gómez y Carulla (2001) se describe con detalle el análisis de contenido de la función cuadrática y, basándonos en ese análisis, vamos a ejemplificar un grupo de capacidades relacionadas con ese tema para escolares de 3º de enseñanza secundaria obligatoria. Concretamente, nos ubicamos en un bloque inicial centrado en caracterizar y reconocer funciones cuadráticas. En la Tabla 1 mostramos cómo describir esas capacidades de una manera operativa.

Tabla 1

Capacidades sobre la función cuadrática y su contribución al desarrollo de competencias matemáticas en el bloque de caracterización y reconocimiento de funciones cuadráticas

Capacidades	Competencias matemáticas							
	PR	A	C	M	RP	R	LS	
Construir ejemplos de funciones cuadráticas, simbólica y gráficamente	×					×	×	
Proporcionar argumentos para justificar por qué una función es cuadrática o no		×	×					
Argumentar porqué una función cuadrática tiene siempre un extremo	×	×	×					
Ejemplificar funciones cuadráticas con un extremo dado, simbólica y gráficamente	×					×	×	
Identificar el vértice y el eje de simetría de una parábola	×					×		
Identificar elementos en la expresión simbólica: variable, exponente, coeficiente, etc.	×						×	
Usar términos habituales: función cuadrática (2º grado), igualdad, valores, gráfica, etc.		×	×					

Tabla 1

Capacidades sobre la función cuadrática y su contribución al desarrollo de competencias matemáticas en el bloque de caracterización y reconocimiento de funciones cuadráticas

Capacidades	Competencias matemáticas						
	PR	A	C	M	RP	R	LS
Interpretar y manejar convenios habituales de representación: $f(x) =$, uso de “=”, variables, etc.			×			×	×
Describir verbalmente situaciones asociables matemáticamente con una función cuadrática			×	×	×		
Describir situaciones y contextos en los que se encuentran formas u objetos parabólicos			×	×	×		

PR: pensar y razonar, A: argumentar, C: comunicar, M: modelizar, RP: resolver problemas, R: representar, LS: lenguaje simbólico.

Cada una de las siete últimas columnas corresponde a una de las siete competencias caracterizadas en el estudio PISA mencionadas anteriormente. La contribución prioritaria de cada capacidad a las diferentes competencias se expresa poniendo una marca en la celda correspondiente. Esa marca indica si las capacidades se orientan a contribuir al desarrollo de las diferentes competencias. Existen varios criterios para tomar esa decisión.

El primer criterio tiene que ver con el diseño curricular global de la asignatura, e incluso del nivel educativo en el que se enmarque la unidad didáctica. En ese nivel de descripción curricular se expresan objetivos generales de aprendizaje que pueden interpretarse en términos de las capacidades y competencias seleccionadas. Esta descripción genérica de un objetivo de aprendizaje para todo un curso nos da información para tomar decisiones sobre qué competencias interesa desarrollar y, por tanto, qué capacidades hay que esperar que los escolares alcancen sobre cada tema de ese curso.

El segundo criterio tiene que ver con la información que ha suministrado previamente el análisis de contenido. En ese análisis se ponen de manifiesto multitud de significados de las nociones matemáticas involucradas y se describen los vínculos que se establecen entre ellas. La cantidad y la fuerza de esos vínculos permiten concluir que cuando se desarrollen ciertas capacidades, se está contribuyendo especialmente a algunas competencias. Por ejemplo, si analizamos la estructura conceptual de la función cuadrática (Gómez, 2001), puede observarse el peso que tienen las relaciones entre los sistemas de representación simbólico, numérico y gráfico en esa estructura. Si esperamos que los escolares sean capaces, por ejemplo, de construir ejemplos de funciones cuadráticas tanto simbólica

como gráficamente, sin duda estamos contribuyendo a que esos escolares desarrollen su competencia para representar y relacionar representaciones de nociones matemáticas.

El tercer criterio está asociado a las decisiones personales que el futuro profesor toma a la hora de planificar sus clases. Se pueden indicar preferencias sobre métodos de resolución, tipos de problemas y formas de razonamiento, entre otras, que luego se ven reflejadas en tareas y actividades que planteará a sus alumnos.

Otra información que se muestra en la Tabla 1 es la relación entre el conjunto de capacidades y cada una de las siete competencias. Esa contribución viene marcada en las celdas en las que se interseca la segunda fila de la tabla con cada una de las siete columnas de competencias. El grado de contribución se muestra haciendo un recuento ponderado del número de cruces que se han puesto en cada columna, usando un sistema de sombreado. De esta forma es posible hacer un balance de cuáles competencias se enfatizan, y eso nos lleva a valorar la descripción de capacidades que se han enunciado. En el ejemplo anterior, se ha enfatizado la competencia de comunicar, y apenas se han considerado las de modelizar y plantear y resolver problemas.

En resumen, este procedimiento brinda información importante sobre el tipo de aprendizaje que se persigue con las capacidades enunciadas, pues pone de manifiesto unas prioridades y énfasis acerca de lo que se pretende que los escolares aprendan. Al mismo tiempo, sienta las bases para el posterior diseño de las tareas que harán parte de la instrucción.

CONCLUSIONES

La descripción de capacidades y su contribución al desarrollo de competencias que realizan los grupos de profesores en formación al llevar a cabo el análisis cognitivo, pone de manifiesto algunas potencialidades de esta técnica.

En primer lugar, permite a los grupos de futuros profesores establecer una relación entre el currículo global de todo un nivel educativo y el nivel local relativo a un tema específico. Partiendo de las directrices sobre objetivos, contenidos y evaluación que se expresan en el currículo general de un nivel educativo, los profesores en formación establecen las capacidades que deben desarrollar los escolares de ese nivel en torno a un tema concreto, y describen en qué medida esas capacidades contribuyen a la formación matemática general de esos escolares en términos de competencias.

En segundo lugar, con esa descripción de capacidades, los futuros profesores ya no tratan con la generalidad que tiene cualquier tema de matemáticas, sino que ese tema se concreta en una serie de actuaciones, enunciadas en términos de habilidades y destrezas, que se espera que los estudiantes dominen al finalizar el desarrollo de la unidad didáctica.

En tercer lugar, como parte de la planificación de una unidad didáctica, los futuros profesores, merced a esta descripción de capacidades, relacionan el análisis de contenido con el análisis de instrucción desde dos puntos de vista. Por una parte, los profesores en formación disponen de criterios para estudiar, seleccionar y diseñar las tareas que habrán de resolver los escolares a lo largo de la implementación de la unidad didáctica. Si el objetivo es que los escolares lleguen a desarrollar ciertas capacidades, esa capacitación ha de mostrarse en la ejecución de tareas que muestren de qué son o no capaces esos escolares. Por eso, las tareas que se planteen a los escolares han de tener en cuenta el uso del conocimiento matemático que se describe en la selección de capacidades a desarrollar. Por otra parte, al delimitar qué capacidades desean que desarrollen sus escolares, los futuros profesores están sentando las bases para el diseño de actividades de evaluación. Estas actividades deben permitirles valorar el grado de desarrollo de las capacidades que desean evaluarse.

En cuarto lugar, mediante la descripción de capacidades y competencias que realizan los profesores en formación, ellos hacen explícita la manera que tienen de entender las matemáticas y de cómo se aprenden.

Al hacer balance de las competencias que se desean desarrollar, puede ocurrir que éstas pongan su énfasis en aspectos más formales de las matemáticas, como las de pensar y razonar o usar lenguaje simbólico. Pero puede ocurrir que sean los aspectos de modelización los que más se persigan, en cuyo caso se pone de manifiesto una visión más aplicada de las matemáticas.

Además, los futuros profesores también establecen qué tipo de actuaciones han de promoverse en el aula para lograr el aprendizaje de sus escolares. Por ejemplo, si enfatizan el desarrollo de las competencias de argumentar y comunicar, se hace una apuesta por una visión social del aprendizaje más que por una perspectiva individual del mismo.

Todos estos aspectos ponen de manifiesto que la estructura que se ha diseñado para el análisis cognitivo contribuye a que los profesores en formación adquieran herramientas útiles que les permitan planificar sus actuaciones profesionales de una manera fundamentada y sistemática.

Desde otro punto de vista, la fundamentación y organización del análisis cognitivo que hemos descrito permite avanzar y mejorar el desarrollo conceptual del análisis didáctico, ya que pone de manifiesto los vínculos entre diferentes elementos que lo constituyen, y refuerza su estructura cíclica. Asimismo, el estudio de capacidades y competencias se integra en el conjunto de organizadores curriculares que conforman el análisis didáctico (Gómez, 2002; Rico, 1997). Este desarrollo conceptual incide a su vez en el programa de formación inicial para profesores de matemáticas de secundaria, pues lo hace más coherente y potencia su carácter relacional, en el que las diferentes herramientas conceptuales y metodológicas que se desarrollan adquieren fuerza y validez en su conjunto.

REFERENCIAS

- Abbott, I. y Huddleston, P. (2000). Standards, competence and knowledge: Initial teacher training and business. *International Journal of Value-Based Management*, 13(3), 215-227.
- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 125-143.
- Avolio de Cols, S. (1998). *Los proyectos para el trabajo en el aula*. Buenos Aires: Marymar.
- Beck, C., Hart, D. y Kosnik, C. (2002). The teaching standards movement and current teaching practices. *Canadian Journal of Education*, 27(2-3), 175-194.
- Birzea, C. (1980). *Hacia una didáctica por objetivos*. Madrid: Morata.
- Campillo, A. (2004). *Título de grado en matemáticas*. Madrid: Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación.
- Coll, C. (2002). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Comp.), *Desarrollo psicológico y educación. 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 157-186). Madrid: Alianza.
- Dorsch, F. (1985). *Diccionario de psicología*. Barcelona: Herder.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-293.
- Gómez, P. y Carulla, C. (2001). *Sistemas de representación y mapas conceptuales como herramientas para la construcción de modelos pedagógicos en matemáticas*. Bogotá: Grupo Editorial Gaia.
- Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98.
- González, J. y Wagenaar, R. (Eds.). (2003). *Tuning educational structures in Europe. Informe final. Fase uno*. Bilbao: Universidad de Deusto y Universidad de Groningen.
- Grant, R. M. (1996). *Dirección estratégica. Conceptos, técnicas y aplicaciones*. Madrid: Cívitas.
- Lupiáñez, J. L. (2006). *Análisis didáctico y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: capacidades, dificultades y tareas en el aprendizaje de los escolares (Proyecto de Tesis Doctoral)*. Documento no publicado, Universidad de Granada.
- Lupiáñez, J. L., Rico, L., Gómez, P. y Marín, A. (2005). *Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Trabajo presentado en V Congreso Ibero-americano de educação matemática, Oporto, Portugal.
- Ministerio de Educación de Ontario (2005). *The Ontario curriculum in Secondary mathematics*. Descargado el 23 de Marzo de 2006 de <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math.html>

- Ministerio de Educación de Perú (2001). *Marco curricular de bachillerato*. Descargado el 27 de Mayo de 2003 de http://www.minedu.gob.pe/gestion_pedagogica/of_bachillerato/xtras/marco_curricular_2001.pdf
- Niss, M. (2003). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. En R. Strässer, G. Brandell y B. Grevholm (Eds.), *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education* (pp. 179-192). Göteborg: Royal Swedish Academy of Sciences.
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana.
- Recio, T. (2004). Seminario: itinerario educativo de la licenciatura de matemáticas. Documento de conclusiones y propuestas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 7(1), 33-36.
- Rico, L. (Coord.). (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 8(1), 1-15.
- Rico, L. (2005). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el proyecto PISA 2003. En Ministerio de Educación y Ciencia (Ed.), *PISA, 2003, pruebas de matemáticas y de solución de problemas* (pp. 11-25). Madrid: Editor.
- Scallon, G. (2004). *L'évaluation des apprentissages dans une approche par compétences*. Québec: Éditions du Renouveau Pédagogique.
- Schulze, W. S. (1994). Two resource-based theories of the firm: Definitions and implications. En P. Schrivistava, A. Huff y J. Dutton (Eds.), *Advances in strategic management* (Vol. 10, pp. 127-151). Greenwich: JAI Press.
- Short, E. (1985). The concept of competence: Its use and misuse in education. *Journal of Teacher Education*, 36(2), 2-6.
- Wilson, R., y Keit, F. (2002). *Enciclopedia MIT de ciencias cognitivas*. Madrid: Síntesis.

Este documento se publicó originalmente como Lupiáñez, J. L. y Rico, L. (2006). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades del aprendizaje de los escolares. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (pp. 225-236). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses y Universidad de Zaragoza.

Jose Luis Lupiáñez
Universidad de Granada
lupi@ugr.es

Luis Rico
Universidad de Granada
lrico@ugr.es