

FUNCIONALIDAD DE JUEGOS DE ESTRATEGIA VIRTUALES Y DEL SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE II EN EL APRENDIZAJE DE LA SIMETRÍA EN SECUNDARIA

Guadalupe Rodríguez y Verónica Hoyos

Presentamos resultados de un estudio exploratorio cuyo propósito es indagar sobre el uso del Cabri-Géomètre II y de un juego matemático virtual de estrategia cuando se incluyen en clases ordinarias de matemáticas de estudiantes de 12-13 años en una escuela secundaria pública de México. Para este trabajo, el tema abordado fue la simetría. El análisis de datos permitió ver la funcionalidad de estos ambientes para transformar las nociones del alumno sobre el tema y para reconocer que se puede avanzar en el desarrollo de un pensamiento matemático distinto a través de ambientes de aprendizaje computacionales.

Términos clave: Cabri-Géomètre; Instrumento de mediación; Juego virtual de estrategia; Simetría; TIC

Functionality of Mathematical Strategic Electronic Games and Cabri-Géomètre II Software in Learning Symmetry in Secondary Schools

We present the results of an exploratory study whose purpose was to explore the use by 12-13 years old students of Cabri-Géomètre II and a mathematical strategic virtual game in a Mexican state school. For this paper, the mathematical focus was on symmetry. The data analysis allowed us to observe the functionality of this learning environment to transform the students' conceptions and to recognize that a different type of mathematical thinking can be developed with these computational learning environments.

Keywords: Cabri-Géomètre; ICT; Instruments of mediation; Mathematical strategic virtual game; Symmetry

Rodríguez, G. y Hoyos, V. (2010). Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en secundaria. *PNA*, 4(4), 161-172.

Uno de los objetivos principales de la escuela secundaria en México (12-14 años) es ofrecer al alumno el acceso a contenidos que respondan a las necesidades básicas de aprendizaje (Secretaría de Educación Pública, 1993). Sin embargo, evaluaciones internas y externas nos hacen repensar el alcance en el aprendizaje de las matemáticas en México.

Desde el patrón clásico de enseñanza, pareciera que lo único importante para estudiar matemáticas fuera la memoria necesaria para recordar algoritmos y procedimientos, reduciéndose el espacio para la inducción, la formulación de hipótesis, la búsqueda de caminos propios, etc. Es por ello que, inmersos en este patrón, hacemos un intento por promover un ambiente distinto de aprendizaje y que incluya el software computacional dinámico y juegos electrónicos (Hunscheidt y Koop, 2006; MacFarlane y Kirriemuir, 2005; Sandford, Ulicsak, Facer y Rudd, 2006; Shaffer, 2006), buscando que tal ambiente tenga la ventaja de incidir significativamente en el desarrollo intelectual de los alumnos (Vygotsky, 1978).

Una de nuestras hipótesis es que el uso de tales materiales computacionales promueve la construcción de bases matemáticas que probablemente permitan el desarrollo de formas de proceder semejantes a las requeridas en la resolución de problemas matemáticos (Pólya, 1945). El trabajo de Corbalán (1998) es uno de los antecedentes de esta idea, aunque no utilizó ambientes computacionales.

En el presente artículo los materiales que se introdujeron en la clase fueron el Cabri-Géomètre II (Laborde y Bellemain, 2000) y el Juego Dominó (Raggi, 2006), que es una versión electrónica del juego denominado Dominó Cuadrado (Corbalán, 1998).

El Juego Dominó se desarrolló específicamente para llevar a cabo la investigación que aquí se reporta (Rodríguez, 2007) y se caracteriza porque se puede jugar por una sola persona o por parejas. En el primer caso, el oponente es el programa matemático que se concibió para la versión electrónica, llamado Robi. El tema matemático que subyace en el juego es la simetría central.

El juego se lleva a cabo por turnos y las reglas son dos:

- ◆ cada jugador puede colocar, por turnos, un dominó en el tablero de juego ocupando exactamente dos cuadros; y
- ◆ gana el jugador que coloca el último dominó.

Una diferencia fundamental entre tener como contrincante al programa y tener un compañero es que la máquina siempre tira con una estrategia determinada¹. Esto es, en la versión de mesa es posible que dos oponentes tiren todo el tiempo de manera aleatoria, lo cual tal vez no los conduzca a generar una hipótesis de estrategia ganadora. En contraposición a esto, la máquina permite que la experiencia de jugar con ella pueda llevar a establecer inferencias acerca de cómo ganar.

¹ La máquina tira con la estrategia ganadora que subyace en la estructura matemática de su elaboración, la de tirar el simétrico de la ficha elegida por el competidor contrario.

El objetivo principal del empleo de la tecnología en el aula no se reduce a practicar algoritmos, sino que ayuda al alumno a descubrir y construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión. Así, la matemática pasa a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos. (Zubieta, Martínez, Rojano y Ursini, 2000, p.11)

MARCO TEÓRICO

Saxe y Bermudez (1996) elaboran un modelo de objetivos emergentes en el cual las metas emergentes están influenciadas por cuatro parámetros: (a) estructura de actividades, (b) interacciones sociales, (c) artefactos y convenciones, y (d) las comprensiones previas. En este modelo la construcción esencial está en las metas emergentes que elaboran los niños. La hipótesis clave de Saxe y Bermudez es que los medios matemáticos que construyen los niños no pueden ser entendidos de forma separada de las actividades cognitivas y socialmente organizadas que ellos delimitan, pues las metas y sub-metas que construyen toman forma y se modifican de acuerdo a sus conocimientos previos y a medida que participan en la actividad. Utilizamos este modelo para el análisis de la actividad de los niños durante el Juego Dominó.

Los juegos de estrategia se definen como aquellos en los que se trata de poner en marcha uno o varios procedimientos típicos de resolución de problemas o los modos habituales de pensamiento matemático (Corbalán, 1998). El Juego Dominó se enmarca dentro de éstos. Como se comentará más adelante, conocer las etapas por las cuales se transita para solucionar un problema (Pólya, 1945) permitió establecer una equivalencia entre este tipo de procedimientos y el modo en que los alumnos encontraron estrategias ganadoras en el Juego Dominó.

El uso de la tecnología en la escuela no es en sí mismo el objetivo central de nuestra propuesta de indagación. Lo que nos interesa es el pensamiento matemático que se puede obtener a partir del uso de estas herramientas, las cuales proporcionan medios alternativos de expresión y diversas formas en las que se puede manipular el objeto de estudio. De esta manera, se posibilitan nuevas formas de argumentación que no por ser diferentes son menos válidas.

Noss y Hoyles (1996) afirman que cuando existe una integración sólida entre maestro, alumno, conocimiento y software, se forja un soporte educativo potencial que, sin duda, deja libre el camino a la comunicación de ideas, estrategias, conjeturas, etc., que surgen de la reflexión que propician estos cuatro elementos. Así también, en una situación o escenario con ciertas características, se van a producir significados particulares del objeto matemático en cuestión.

Por otro lado, en este trabajo retomamos las ideas de Kozulin (1994) en cuanto al papel de los instrumentos de mediación para propiciar el desarrollo de nociones o conceptos complejos. Actualmente, entre las teorías de la cognición de mayor influencia en los contextos escolares, se reconoce el principio de me-

diación instrumental como uno de los principios teóricos básicos para el logro del aprendizaje a través de la utilización de medios materiales reales o virtuales. Tal principio se puede expresar como que todo acto cognoscitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico (Kozulin, 2000).

La introducción y uso de instrumentos, sean materiales o psicológicos (lenguaje, medios computacionales, símbolos, etc.) en la educación, lleva a alcanzar muchos cambios tanto estructurales como funcionales en la cognición del sujeto (Vygotsky, 1930). Una de las conclusiones de Verillon y Rabardel (1995) es que hay muy poca actividad humana donde la mediación de los artefactos no interviene, de tal manera que desde la edad más temprana, los artefactos constituyen factores contextuales del funcionamiento cognitivo.

METODOLOGÍA

En el estudio participaron aproximadamente 100 alumnos de 12 y 13 años que iniciaban el primero y segundo grado en una escuela de secundaria pública en México Distrito Federal. El trabajo de campo se realizó en el laboratorio de matemáticas de la escuela. Para llevar a cabo el estudio exploratorio se eligieron tres grupos (un grupo de primer grado y dos grupos de segundo). Se trabajó con estos grupos durante seis meses, en dos sesiones semanales de 50 minutos cada una y un grupo de control con quienes sólo se requirió su participación al inicio y al final del trabajo de campo.

Las fuentes que se utilizaron para la obtención de datos fueron tres: (a) cuestionarios, (b) guías de trabajo y (c) videograbaciones. El análisis de los resultados fue guiado por el trabajo metodológico descrito por Miles y Huberman (1994).

Hubo dos cuestionarios, uno inicial y otro final, con 10 ítems relacionados con la simetría. El cuestionario inicial tuvo la finalidad de identificar en los estudiantes conocimientos básicos, habilidades y concepciones sobre la simetría en relación a los contenidos del eje temático de geometría que proponía el plan y programas de estudio de ese entonces. Con el cuestionario final intentamos corroborar avance en el aprendizaje del estudiante después de las sesiones de trabajo realizado con el software de geometría dinámica.

Respecto a las guías de trabajo, éstas fueron la principal fuente de evidencia de la evolución de los alumnos. En concreto, elaboramos 10 guías en relación al uso del software para ayudar a los estudiantes en la exploración de la simetría en las sesiones en las que se utilizó el menú de transformaciones geométricas del software. La idea principal del diseño de las actividades planteadas en las guías fue asegurar el registro de la evolución o dificultades de los estudiantes con respecto a la comprensión de las regularidades o propiedades que persisten en las figuras simétricas. Las guías se trabajaron individualmente y sirvieron de intermedio escrito en la exploración de la simetría.

Las primeras dos guías fueron de carácter introductorio, al considerar que ninguno de los estudiantes había tenido contacto anteriormente con el software. Se considera como una tercera actividad, la puesta en práctica del Juego Dominó. El resto de las guías consistieron en actividades de la simetría con respecto a un punto y con respecto a un eje.

Finalmente, la tercera fuente de información utilizada fueron las transcripciones de las videograbaciones acerca de la puesta en práctica del Juego Dominó de todos los grupos participantes.

Iniciamos el análisis de resultados estableciendo una categorización de las posibles respuestas de los estudiantes para cada ítem del cuestionario. El segundo paso fue la tabulación de respuestas según la categorización. Establecimos cuatro tabulaciones. En las tabulaciones primera y segunda se categorizaron las respuestas de los estudiantes. A partir de las tablas se hicieron gráficas y análisis preliminares. La tercera tabulación corresponde a la concentración de resultados grupales. En la última tabulación comparamos ambos cuestionarios basándonos en la tercera. Cada tabulación se realizó con respecto a las respuestas de cada uno de los estudiantes, a cada una de las preguntas de ambos cuestionarios, por cada grupo de trabajo y de control.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En esta siguiente sección describimos los resultados relativos a la puesta en práctica del Juego Dominó, seguidos de los resultados del software Cabri-Géomètre II.

Avances de la Puesta en Práctica del Juego Dominó

En primer término, observamos que la utilización del juego virtual generó estrategias emergentes de los estudiantes para ganar en el juego. Así fue en el caso de dos estudiantes de primer año de secundaria. Ellos generaron su estrategia con la intención de ganarle a la máquina o a su compañero y no la relacionaron con la simetría. La estrategia ganadora que generaron no estuvo asociada a la estructura matemática subyacente al juego sino a la estructura real del mismo (Saxe y Bermudez, 1996). En efecto, estuvo asociada a conteos numéricos complejos, por lo que se pudo constatar un sentido numérico desarrollado. En otras palabras, la estrategia de estos niños no fue la de aplicar la simetría, sino la de bloquear espacios al compañero y darse cuenta que el ganador de la partida dependía del número de casillas vacías que quedaban al final de la partida, sin importar el turno que tuviera cada jugador (ya que existía la hipótesis de que el segundo en tirar siempre ganaría). A continuación mostramos fragmentos de una entrevista a estos alumnos en la que se aprecia su estrategia de conteo.

Entrevistador: ¿Y tú por qué piensas que ganaste?

Alumno: Sí, es que aquí él lo que hizo fue tapar dos hoyos [dos casi-

llas] y como él tiro primero, yo tenía que tapar dos para que fueran ocho y fuéramos otra vez parejos y yo ganaría.

Entrevistador: ¡Ah! ¿Sí? A ver, me explicas otra vez un poco más despacio.

Alumno: Como son dos, cuatro, seis, espacios [casillas] sueltos... él me pudo ganar porque hay seis espacios sueltos, si yo hubiera podido dejar otros dos destapados yo a lo mejor le hubiera ganado a él.

En realidad, lo importante para estos niños residió en contar el número de casillas vacías que quedaban al final de la partida: si se es el primero en tirar, se ganará siempre y cuando el número total de casillas sin activar sea un número impar; por el contrario, si se es el segundo en tirar, se ganará siempre y cuando este número de casillas sea un número par. En la Figura 1 se ejemplifican estas dos estrategias ganadoras. La estrategia de la izquierda corresponde a un primer turno que gana con cinco dominós, mientras que la segunda es la de un segundo turno que gana con cuatro dominós. Según Verillon y Rabardel (1995), son las características de la herramienta las que definen la forma en la que ésta se utiliza.

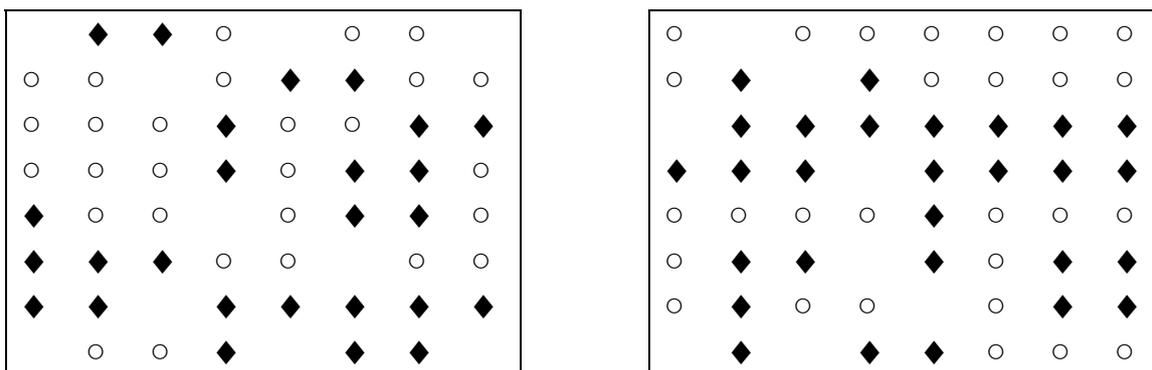


Figura 1. Ejemplos de estrategias ganadoras

En segundo lugar, confirmamos lo expresado por Corbalán (1998) en cuanto a que los juegos proporcionan situaciones en las que la actividad generada es semejante a la de resolver un problema de matemáticas. La observación de una situación semejante en el contexto de utilización de un juego electrónico, resultó ser una de las más significativas en la exploración educativa que aquí se reporta, sobre todo por las dificultades que han encontrado los educadores de sacar ventajas, desde el punto de vista educativo, a la introducción de juegos electrónicos en el salón de clase (Hunscheidt y Koop, 2006; MacFarlane y Kirriemuir, 2005; Sandford, Ulicsak, Facer y Rudd, 2006; Shaffer, 2006).

Un ejemplo interesante es el de una estudiante de 12 años, que recorrió las fases de resolución de un problema que, al traducirse como fases de juego, serían las siguientes:

- ◆ se familiarizó con el juego, detectó cual era el objetivo del juego, observó el tipo de movimientos que hacia el programa (Robi);
- ◆ relacionó la estrategia de Robi con otra de un juego comercial (batalla naval), que ella conocía, adoptó esa estrategia y formuló una hipótesis;
- ◆ probó y practicó su estrategia con el programa y una compañera; y
- ◆ probó nuevamente su estrategia con otro compañero, pero en esta ocasión se vio obligada a reflexionar sobre el proceso del juego, lo que le permitió modificar su estrategia, fusionando estrategias, para más adelante ganar las partidas.

La estrategia final ganadora de esta estudiante estuvo asociada a la estructura matemática subyacente del juego, es decir, la simetría que se tuvo en cuenta en el diseño del mismo (Raggi, 2006; Saxe y Bermudez, 1996).

Avances en el Aprendizaje de la Simetría tras Utilizar el Cabri-Géomètre II

Durante la realización de las actividades utilizando el software, una de las demandas cognitivas más complejas fue la de imaginar la posición relativa de la figura simétrica a una dada, con respecto a un objeto matemático específico, el cual se tiene que elegir convenientemente (uno de los vértices de una figura dada) para producir el efecto deseado. Esto se puede apreciar en una actividad en la que se requería reproducir un tapiz a partir de un hexágono dado. Aproximadamente la mitad de los alumnos se dio cuenta que para producirlo no era necesario hacer clic en todos los vértices del hexágono inicial (ver Figura 2).

b) Ahora haz en Cabri el procedimiento que realizaste en el inciso a), comenzando por dibujar un hexágono regular en tu pantalla, utilizando el comando "polígono regular".
 Explica cómo lograste obtener el tapiz cada como lo fuimos formando de sus vértices simetría

edimiento que realizaste en el inciso a)

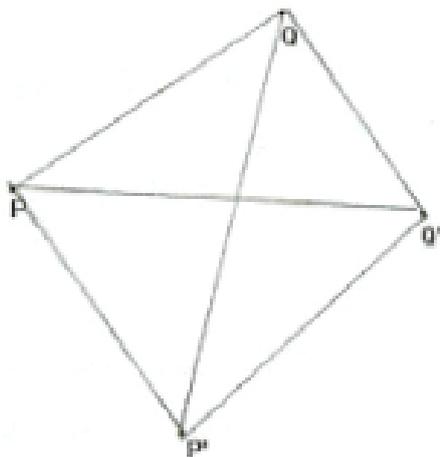
c) Compara el dibujo que hiciste en el inciso a) con el que estás obteniendo en Cabri.
 ¿Son iguales? (Si, No) Si
 ¿Por qué? le dimos simétricas a los vértices indicados dando lo así forma

Figura 2. Respuestas a la actividad del tapiz

Finalmente, fue significativa la diferencia encontrada en las respuestas dadas al cuestionario inicial y final. Hubo más alumnos que contestaron a los ítems y observamos una mejora en la calidad de las respuestas. A modo de ejemplo, observamos una muestra de mejora en el trabajo de una estudiante en la actividad en la que pedíamos trazar el eje de simetría entre los puntos dados (ver Figura 3). La

primera respuesta corresponde al cuestionario inicial, mientras que la segunda, sensiblemente más evolucionada, al cuestionario final.

2. Los puntos P' y Q' son los simétricos de P y Q respecto a una recta L . ¿Puedes encontrar cuál es esa recta L utilizando tu regla pero sin medir? ¿Qué trazos podrías efectuar con el fin de encontrar el eje de simetría en cuestión?



2. Los puntos P' y Q' son los simétricos de P y Q respecto a una recta L . ¿Puedes encontrar cuál es esa recta L utilizando tu regla pero sin medir? ¿Qué trazos podrías efectuar con el fin de encontrar el eje de simetría en cuestión?

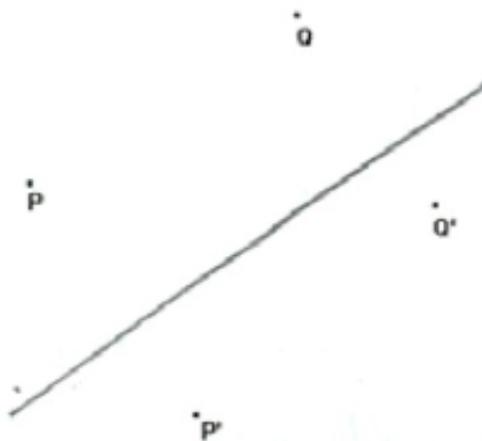
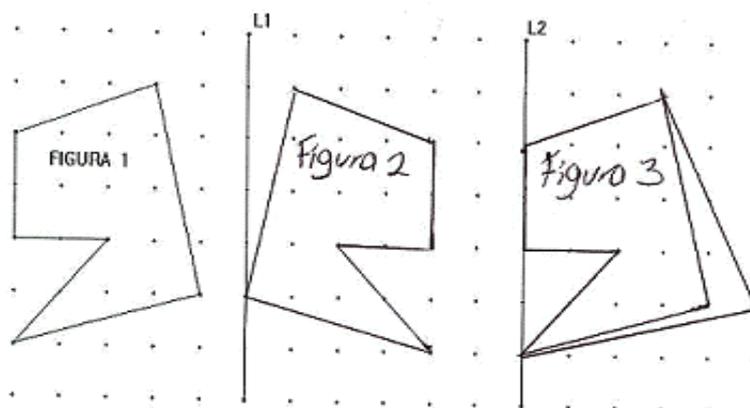


Figura 3. Mejora en la calidad de la respuesta de una estudiante

En general, en los ítems de trazado del eje de simetría, la demanda cognitiva estriba en establecer una relación espacial entre dos figuras de acuerdo con un objeto matemático específico, el cual se tiene que imaginar.

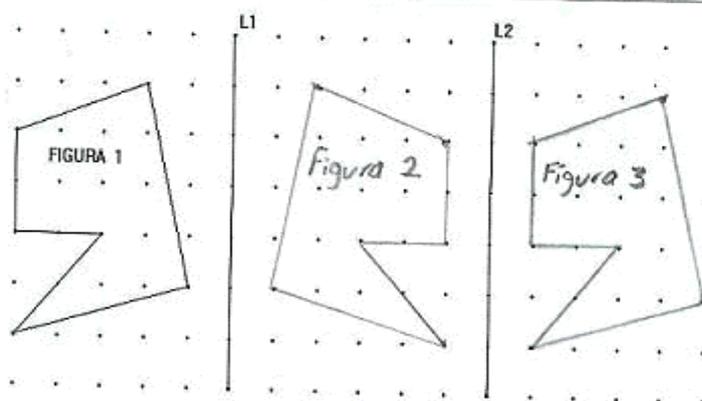
Otro ejemplo de avance se corrobora en el ítem 8, que trata de la composición de simetrías con respecto a un eje perpendicular (ver Figura 4).

VIII. Tomando L_1 como eje de simetría, obtén la simétrica de la figura 1, llámale figura 2. Luego tomando L_2 como eje de simetría, obtén la simétrica de la figura 2, llámale figura 3.



¿Hay alguna relación entre la figura 1 y la figura 3? Si o No. Explica cuál.

Si que es la misma



¿Hay alguna relación entre la figura 1 y la figura 3? Si o No. Explica cuál.

Si, en que están en igual posición

Figura 4. Evolución positiva en el trabajo de otra estudiante

Cabe aclarar que la composición de simetrías no se abordó en las guías de trabajo. Sin embargo, tal como refleja la Figura 4, la práctica de la simetría con el software les sirvió a los estudiantes para resolver esta petición. De nuevo, la primera respuesta corresponde al cuestionario inicial y la segunda, más acertada, al cuestionario final.

CONCLUSIONES

La utilización del juego virtual permitió reconocer aplicaciones creativas del saber matemático por parte de los estudiantes, en particular se reporta que la actividad fue semejante a la de resolver un problema de matemáticas (Corbalán, 1998). Hemos observado estrategias de juego creadas por el propio estudiante que no fueron previstas por el maestro. Estas estrategias son una fuente de conocimientos en Didáctica de la Matemática poco explorada y valorada.

Con respecto al aprendizaje de la simetría, del análisis de ambos cuestionarios, concluimos que los estudiantes mostraron avances en la comprensión del tema, ya que en todos los ítems del cuestionario final excepto el último, se produjo un incremento del número de alumnos que respondieron correctamente (en comparación con los resultados del cuestionario inicial). También, en términos generales, el desempeño en la resolución del cuestionario final de los grupos de trabajo fue mejor que el del grupo control en muchos de los cuestionamientos.

Nuestro trabajo no solamente contribuye en sugerencias para la mejora del aprendizaje de la simetría en la clase de matemáticas, sino que también aporta en la promoción de actitudes matemáticas generales, que son importantes a lo largo del estudio de todos los contenidos de currículo matemático de la educación básica, como lo son la apropiación de heurísticas generales para la resolución de problemas, la comprensión del problema, el trazado de un plan, la puesta en práctica del plan y la comprobación de resultados (Pólya, 1945).

El estudio exploratorio ha sido un intento de promover nuevos ambientes de aprendizaje de las matemáticas en el salón de clase, en donde de ningún modo se pretende anular la enseñanza tradicional dentro del aula. Por el contrario, se busca ocupar un lugar dentro de ella, promoviendo que el alumno, el maestro y el conocimiento interactúen para lograr fortalecer una construcción de significados matemáticos interconectados (Noss y Hoyles, 1996).

REFERENCIAS

- Corbalán, F. (1998). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid, España: Síntesis.
- Hunscheidt, D. y Peter-Koop, A. (2006). Tools rather than toys: Fostering mathematical understanding through ICT in primary mathematics classrooms. En C. Hoyles, J. B. Lagrange, L. H. Son y N. Sinclair (Eds.), *Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain. Proceedings of the 17th Study of the International Commission on Mathematics Instruction* (pp. 228-235). Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology.
- Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygotski*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Kozulin, A. (2000). *Instrumentos Psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Madrid, España: Paidós.

- Laborde, J. M. y Bellemain, F. (2000). *Cabri-Géomètre II, software de geometría dinámico*. Grenoble, Francia: Université Joseph Fourier.
- MacFarlane, A. y Kirriemuir, J. (2005). *Computer and video games in curriculum-based education. Report of DfES*. Londres: NESTA Futurelab.
- Miles, M. y Huberman, M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Noss, R. y Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: University Press.
- Raggi, V. J. (2006). *Juego de dominó, versión virtual del juego de dominó cuadrado*. Descargado el 14 de abril de 2009 de <http://descartes.ajusto.upn.mx/html/simetria/simetria.html>
- Rodríguez, G. (2007). *Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-II en el aprendizaje de la simetría*. Tesis de Maestría en Desarrollo Educativo. Aguascalientes, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Sandford, R., Ulicsak, M., Facer, K. y Rudd, T. (2006). *Teaching with games: using commercial off-the-shelf computer games in formal education*. Bristol, Reino Unido: Futurelab.
- Saxe, G. y Bermudez, T. (1996). Emergent mathematical environments in children's games. En P. Nesher, L. D. Steffe, P. Cobb, B. Goldin y B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 51-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Shaffer, D. W. (2006). Epistemic frames for epistemic games. *Computers & Education*, 46(3), 223-234.
- Secretaría de Educación Pública (1993). *Plan y programas de estudio*. Tlalpan, México: Autor.
- Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.
- Vygotsky, L. S. (1930). *La imaginación y el arte en la infancia*. Madrid, España: Akal.
- Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, España: Grijalbo.
- Zubieta, G., Martínez, A., Rojano, T. y Ursini, S. (2000). *Geometría dinámica. Enseñanza de las matemáticas con tecnología (EMAT)*. Ciudad de México, México: SEP-ILCE.

Este documento se publicó originalmente como Rodríguez, G. y Hoyos, V. (2009). Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en secundaria. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Actas del XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (pp. 463-472). Santander, España: Universidad de Cantabria.

Guadalupe Rodríguez
Universidad Pedagógica Nacional México
pupitarodriguez@hotmail.com

Verónica Hoyos
Universidad Pedagógica Nacional México
vhoyosa@mail.ajusco.upn.mx