

INFLUENCIA DE DECROLY EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: LAS MAGNITUDES

Dolores Carrillo Gallego

El trabajo estudia las propuestas decrolyanas sobre la enseñanza de las magnitudes en los niveles iniciales (4-8 años) analizando su carácter innovador en su época. Se ha elaborado un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) sobre las magnitudes en esos niveles. Este MER se ha contrastado con el Modelo Epistemológico Vigente (MEV) decrolyano, referido a ese tema y nivel educativo. El MEV se ha identificado analizando las propuestas decrolyanas que se encuentran en las fuentes de la investigación. También, se ha comparado el MEV con otras propuestas de la época. Por último, se han incluido unas consideraciones finales sobre los resultados obtenidos.

Términos clave: Decroly; Enseñanza de las magnitudes; Modelo epistemológico de referencia; Modelo epistemológico vigente

Decroly's influence on mathematics education: the magnitudes

The work studies the Decrolyan proposals on the teaching of magnitudes at the initial levels (4-8 years), analysing their innovative character at the time. A Reference Epistemological Model (REM) on magnitudes at these levels has been developed. This REM has been contrasted with the Decrolyan Current Epistemological Model (CEM), referring to that subject and educational level. The CEM has been identified by analysing the Decrolyan proposals found in the research sources. The CEM has also been compared with other proposals of the time. Finally, some final considerations on the results obtained have been included.

Keywords: Decroly; Current epistemological model; Reference epistemological model; Teaching of magnitudes

A influência de Decroly no ensino da matemática: as magnitudes

Este artigo estuda as propostas decrolyan sobre o ensino das magnitudes nos níveis iniciais (4-8 anos), analisando o seu carácter inovador na época. Desenvolveu-se um Modelo Epistemológico de Referência (MER)

sobre as magnitudes nestes níveis. Este MER foi contrastado com o Modelo Epistemológico Vigente (MEV) decrolyano, referente a essa disciplina e nível de ensino. O MEV foi identificado através da análise das propostas decrolyanas encontradas nas fontes da pesquisa. O MEV também foi comparado com outras propostas da época. Por fim, incluíram-se algumas considerações finais sobre os resultados obtidos.

Palavras-chave: Decroly; Ensino das magnitudes; Modelo epistemológico de Referência; Modelo epistemológico vigente

Ovide Decroly fue un médico belga y uno de los representantes más característicos del movimiento de la Escuela Nueva, movimiento internacional de reforma educativa que se desarrolló desde la última década del siglo XIX hasta la Segunda Guerra Mundial.

Las propuestas pedagógicas decrolyanas están vigentes. El libro sobre juegos decrolyanos (Decroly y Monchamp, 1914) sigue editándose y muchos de los juegos didácticos que se comercializan emergen de los que Decroly y sus colaboradores describieron y usaron. En Bruselas, la Escuela Decroly¹ sigue en funcionamiento. Sobre él, sus colaboradores y sus propuestas se están realizando estudios como los de Depaepe, Simon y Van Vorp quienes, en 2022, publicaron el libro *Ovide Decroly (1871-1932). Une approche atypique?*, en el que sintetizan y amplían trabajos anteriores; o los trabajos de Silvain Wagnon sobre los decrolyanos, en particular sobre Amelia Hamaïde, colaboradora y discípula de Decroly (Wagnon, 2013, 2015). También, De Bock y Vanpaemel (2019) se refieren a la Escuela Decroly en su libro sobre la matemática moderna en Bélgica. La difusión del método Decroly en España ha sido estudiada por M.M. del Pozo (Pozo, 2007). Entre los trabajos referidos a su contribución a la educación matemática, se encuentran Carrillo et al. (2020 y 2021) y Fernandes (2018).

La cuestión general de investigación es: ¿cuál ha sido la influencia de Decroly (y los decrolyanos) en la educación matemática? Esta cuestión ha dado lugar a trabajos de investigación sobre los juegos decrolyanos y la enseñanza de las matemáticas (Carrillo et al., 2021) y a un análisis del libro *El cálculo y la medida en el primer grado de la escuela Decroly* (Decroly y Hamaïde, 1932), utilizando la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Carrillo et al., 2020).

El objetivo de este trabajo es estudiar las propuestas decrolyanas sobre la enseñanza de las magnitudes en los primeros niveles educativos (4-8 años), analizando su carácter innovador con respecto a otras propuestas de la época.

¹ <https://www.ecoledecroly.be/>

OVIDE DECROLY (1871-1932)

Ovide Decroly nació en Bélgica. Estudió medicina y, tras acabar sus estudios, obtuvo una beca para estudiar en Berlín y en París, especializándose en Neurología y Psiquiatría. En 1898, comenzó a trabajar en la Policlínica de Bruselas tratando enfermedades nerviosas y se centró en los niños “irregulares”. Su trabajo profesional como médico siempre estuvo ligado a instituciones dedicadas a la infancia “irregular”, con dificultades para su adaptación a la sociedad y para el aprendizaje (Depaepe et al., 2022). En 1901, creó un *Institut d'enseignement spécial* para la educación de los “irregulares” con el fin de estudiar las posibilidades educativas de estos niños. A partir de su experiencia y la de sus colaboradores, fundó en 1907 una escuela primaria en Bruselas, denominada *Ecole de l'Ermitage*. Su lema era: “École pour la vie et par la vie”.

Las aportaciones más características de la propuesta de Decroly son el principio de globalización en la enseñanza; el trabajo por centros de interés — aunque no fue el primero en hablar de ellos, ha quedado como una de las características principales de su método (Pozo, 2007)— y la creación y uso de los juegos educativos. Decroly, como lo afirma Claparède (1923), fue una de las figuras importantes del movimiento de la Escuela Nueva.

(...) nosotros quisiéramos colocar al Dr. Decroly entre los grandes educadores contemporáneos, diríamos que su característica es formar [...] la síntesis de todo ese movimiento que se ha dibujado en los últimos veinticinco años y que aspira a colocar en el fundamento de la educación la actividad, la vida y el interés mismo establecido por las necesidades profundas particulares de cada edad; es decir, el niño mismo (Claparède, 1923, p. 11).

Decroly participó en los congresos de la Escuela Nueva y fue uno de los editores de la revista *Pour l'Ére Nouvelle*, órgano de difusión del *Bureau International des Ecoles nouvelles*. Sus escuelas fueron visitadas por educadores de muchos países, entre ellos españoles, apoyados en muchas ocasiones con becas de la Junta para la Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas (JAE). Sus obras y las de sus colaboradores fueron traducidas con prontitud en España y autores españoles difundieron sus métodos (Ballesteros, 1928; Llopis, 1927; Rubiés, 1929).

MÉTODO

Esta es una investigación en historia de la educación matemática y el método utilizado es el histórico. La historia proporciona conocimiento basado en fuentes, por lo que la búsqueda de dichas fuentes y su crítica (fase heurística del método histórico) fundamenta el trabajo posterior de la investigación. En este trabajo, las fuentes utilizadas son tres obras de Decroly y de sus colaboradores, dirigidas a docentes.

Para el análisis de las fuentes, se ha presentado un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) sobre las magnitudes continuas, con incidencia en los niveles educativos considerados (preescolar y primer y segundo curso de enseñanza primaria), que ha servido de contraste para identificar el Modelo Epistemológico Vigente (MEV) en las instituciones escolares decrolyanas. El MER utilizado y el MEV identificado han permitido comparar las propuestas decrolyanas con las de otros autores de la época, en lo que se refieren a la enseñanza de las magnitudes en los primeros niveles educativos. Por ello, el objetivo del trabajo se ha concretado en varios subobjetivos.

- ◆ Identificar las fuentes pertinentes para abordar el objetivo de la investigación.
- ◆ Presentar un MER sobre las magnitudes continuas, con especial atención a los niveles educativos iniciales.
- ◆ Identificar aspectos del MEV en las escuelas decrolyanas en los que se refiere a la enseñanza de las magnitudes continuas en los primeros niveles educativos.
- ◆ Comparar el MEV identificado con otras propuestas sobre la enseñanza de las magnitudes continuas de esa época.

Los siguientes apartados del trabajo recogen los resultados relativos a cada uno de los subobjetivos formulados. Por último, se han incluido unas consideraciones finales sobre los resultados obtenidos.

FUENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Las fuentes fundamentales de nuestra investigación son dos obras de Decroly (y colaboradores) y un libro sobre el método Decroly, escrito por Amelie Hamaïde, que fue directora de la escuela del Ermitage, que se considera el libro básico sobre el método.

En 1914, Ovide Decroly y Eugenie Monchamp publicaron un libro sobre los juegos educativos que utilizaban en las dos escuelas, *L'initiation a l'activité intellectuelle et motrice par les jeux éducatifs. Contribution à la pédagogie des jeunes enfants et des irréguliers*, editado en Ginebra con el apoyo del Instituto J.J. Rousseau. Fue la primera obra sobre el método y la más editada. Tuvo ediciones en francés en los años 1914, 1922, 1925, 1932, 1927 y 1950; en ellas cambiaron las introducciones, pero el núcleo de la obra, el listado y la descripción de los juegos permaneció. En 1978, André Michelet preparó una nueva edición del libro incorporando los juegos que Decroly había publicado en la revista *L'éducation infantine* y en otras publicaciones. También, reestructuró el listado de juegos de acuerdo con la teoría de Decroly, que ya había señalado el interés de cambiar la estructuración inicial.

En 1919, se publicó la traducción española de Decroly y Monchamp (1919), realizada por Jacobo Orellana, profesor del Instituto Nacional de Sordomudos y de

Ciegos de Madrid, que había visitado la escuela de Decroly. También en España, la obra fue editada repetidamente (en 1919, 1922, 1925, 1983). La edición de 1983 se basa en la edición francesa de 1978 y la editorial Morata ha seguido reeditándola, lo que indica el interés y la pervivencia de esta componente de la metodología decrolyana (hay una reedición de 2017).

Sin embargo, aunque puede que sea lo que más ha pervivido, los juegos decrolyanos no fueron uno de los principales aspectos del método. Más bien, fueron considerados algo secundario que permitía individualizar la enseñanza y realizar ejercicios de refuerzo. Decroly y los decrolyanos planteaban crear juegos acordes con el centro de interés (temática) que se estuviera trabajando. Los juegos comercializados y los que describen en sus obras son un ejemplo para ello. Decordes (1957), profesora de la Escuela Decroly, afirma

Los juegos se fabrican —Decroly insiste en ello— con cualquier material que no cueste nada o casi nada, es decir, que se renueve fácilmente (...)
Los elementos de los juegos se toman de la realidad de la vida (Decordes, 1957, p. 41).

(...) insistiremos en que los juegos indicados aquí lo son sobre todo a modo de ejemplo, de sugerencia, pero que pueden también realizarse fácilmente otros muchos juegos y que es de desear que así sea (Decordes, 1957, p. 42).

En 1932, Ovide Decroly y Amelie Hamaïde (directora de la escuela del Ermitage) publicaron la obra *Le calcul et la mesure au premier degré de l'école Decroly*, que es una recopilación y una reflexión sobre cuestiones relacionadas con el aprendizaje del cálculo y la medida, con ejemplos de la escuela, que es la fuente más importante de este trabajo. Es la última obra de Decroly, publicada el año de su muerte y fue traducida en España en 1934 (Decroly y Hamaïde, 1934). Amelie Hamaïde había publicado en 1922 el libro *La Méthode Decroly* que, a falta de publicaciones del propio Decroly, era considerado la obra de referencia y estaba prologado por Claparède. Fue traducido en España en 1923 (Hamaïde, 1923).

Para las citas, se han utilizado las primeras ediciones de las traducciones españolas, pero se han contrastado con los originales en francés. A partir de esas fuentes, se trata de determinar qué aspectos destacaban los autores al planificar el aprendizaje de las matemáticas. Esto supone determinar del Modelo Epistemológico Vigente en esas instituciones (MEV) con respecto a la enseñanza de las magnitudes en los primeros niveles educativos, que es el aspecto de las matemáticas que vamos a considerar.

PRAXEOLOGÍAS MATEMÁTICAS Y MODELOS EPISTEMOLÓGICOS

Para analizar la propuesta decrolyana para el aprendizaje de las magnitudes en los primeros niveles escolares y contrastarla con otras propuestas, se han utilizado los trabajos de Gascón (2014) y Gascón y Nicolás (2021) sobre los modelos epistemológicos. Estos son trabajos realizados dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Un modelo epistemológico es “una arborescencia de praxeologías de complejidad y completitud crecientes” (Gascón, 2014, p. 109). Más concretamente, estos modelos se pueden describir como “procesos de construcción de praxeologías de complejidad creciente, que parten de cuestiones problemáticas con suficiente poder generador” (García y Sierra, 2015, p. 301). Un modelo epistemológico puede estructurarse en una sucesión de niveles, que son modelos epistemológicos parciales, que responden a cuestiones cada vez más generales. Cada uno de estos modelos es un desarrollo de los precedentes.

La noción de praxeología es central en la TAD, que asume que “toda actividad humana, así como los productos de ésta, pueden describirse en términos de praxeologías” (Gascón y Nicolás, 2021, p. 10). Una praxeología se desarrolla a partir de una cuestión, de cualquier tipo, a la que hay que dar respuesta (Chevallard, 1999). En la actividad que se genera, se pueden diferenciar dos componentes. La primera es el práctico (*praxis*), formado por las tareas que hay que realizar y las técnicas usadas en dicha resolución. La otra componente es la teórica (*logos*), formada por las tecnologías, que están en la base de las técnicas utilizadas, y las teorías que fundamentan las tecnologías. El bloque teórico se considera a veces de manera conjunta y se habla de la componente tecnológico-teórica de la praxeología.

Gascón (2014) señala la necesidad de que el investigador adopte un punto de vista externo para analizar una situación. Para ello, se puede elaborar un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) con el cual el investigador pone de manifiesto lo que entiende “como modelo teórico básico (...) a la hora de analizar la transición y evolución de los saberes entre diferentes instituciones” (García y Sierra, 2015, p. 300). Considera que un MER es un instrumento de contraste que permite una emancipación epistemológica necesaria al investigador. Hay que señalar que el MER se construye asociado a la cuestión de investigación y es provisional (Gascón, 2014; Gascón y Nicolás, 2021).

El MER va a permitir analizar el Modelo Epistemológico Vigente (MEV) en una institución con respecto al ámbito que se quiere analizar. Para definir el MEV, hay que identificar las tareas que la institución considera pertinentes en ese ámbito y las técnicas que se utilizan o se aceptan para la resolución de esas tareas. “El MEV en una institución suele contener relaciones relativamente imprecisas entre praxeologías matemáticas que presentan incompletitudes e incoherencias que

aparecen cuando se analizan desde el punto de vista que proporciona un MER” (Gascón y Nicolás, 2021, p. 17).

En el siguiente apartado, se presenta un MER sobre magnitudes, centrado en los primeros niveles educativos. Se basa en las propuestas de Brousseau sobre el aprendizaje de las magnitudes y en el MER sobre magnitudes de Sierra (2006).

EL MER DE LAS MAGNITUDES

Sierra (2006) formuló un MER de las magnitudes, destacando la medida de magnitudes en el ciclo medio de la Educación Primaria. Este MER fue retomado en otro trabajo con Javier García (García y Sierra, 2015). Para la elaboración del mismo, utilizaron los trabajos de Guy y Nadine Brousseau sobre las magnitudes en el ciclo medio de la enseñanza primaria en Francia (Brousseau y Brousseau, 1991-92; Brousseau, 2002) que están dirigidos a la medida con distintos sistemas de unidades. Este es el MER que se describe en este trabajo, pero enfocándolo en los primeros niveles de enseñanza, correspondientes a la educación preescolar y los dos primeros cursos de primaria. Brousseau (2002) propone el siguiente esquema de la medida de magnitudes.

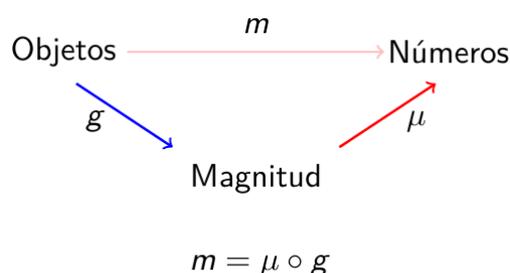


Figura 1. Esquema de la medida de magnitudes

En el esquema, se consideran tres universos: objetos, magnitud (cantidades) y números, así como las aplicaciones definidas entre ellos. El punto de partida es un universo de objetos de los que se va a considerar una determinada propiedad y se va a valorar (medir). El tipo de elementos considerado en este polo puede ser variado; dependiendo de la propiedad a considerar, podrían ser acontecimientos, relaciones, etc. Este esquema fundamenta la sucesión de tareas y técnicas que pueden ser propuestas o utilizadas y, por ello, puede ser considerado una representación del bloque tecnológico-teórico de las praxeologías del MER.

MER₁

El MER₁ corresponde al primer nivel del MER y se refiere a la comparación de objetos concretos respecto de una determinada cualidad, con técnicas basadas en su manipulación efectiva directa. Este MER₁ se sitúa en el universo de los objetos y se refiere a una selección de los mismos: aquellos objetos pueden ser comparados de forma directa. Por ejemplo, pueden ser varillas, cintas y cuerdas que están

cercanas y se pueden superponer para comparar su longitud. También, puede ser una colección de superficies que se pueden comparar por superposición o recipientes cuya capacidad es comparable trasvasando el contenido de un recipiente al otro. Algunas tareas asociadas a este MER_1 pueden ser las siguientes.

- ◆ T_1 : Comparación de dos objetos respecto a la magnitud considerada.
- ◆ T_2 : Dado un objeto, localizar, identificar o construir otro que sea más, menos o igual respecto a la magnitud considerada.
- ◆ T_3 : Ordenar varios objetos con respecto a la magnitud.
- ◆ T_4 : Dados dos objetos, localizar, identificar o construir otro que esté situado entre ellos respecto a la magnitud.

Para resolver estas tareas, se pueden utilizar *técnicas* como las siguientes.

- ◆ t_1 : percepción (cuando hay diferencias apreciables entre los objetos en lo relativo a la magnitud).
- ◆ t_2 : comparación directa de los dos objetos (para la tarea T_1). Dependiendo del universo de objetos (y de la propiedad que se considera), la técnica varía. Si se trata de comparar longitudes, se superponen los objetos haciendo coincidir uno de los extremos; si son superficies, se pueden comparar superponiéndolas; las capacidades se comparan mediante trasvases; la duración de dos acontecimientos, realizándolos de forma relativamente simultánea (por ejemplo, haciendo que los dos comiencen en el mismo momento).
- ◆ t_3 : (para la tarea T_2) ir comparando, de forma directa, el objeto dado con otros objetos.

Para la tarea de ordenación, hay que realizar comparaciones dos a dos entre los objetos a ordenar. Puede ser difícil si la ordenación no se puede validar de forma perceptiva. También lo dificulta no ser capaz de utilizar la propiedad transitiva del orden.

MER₂

El MER_2 aparece cuando se amplía el universo de los objetos. Las características de la situación hacen que aparezcan nuevas técnicas si no se pueden utilizar las anteriores: cuando no es posible comparar los objetos de forma directa, hay que recurrir a un intermediario. Por tanto, las tareas del MER_1 son también tareas del MER_2 . El uso del intermediario amplía las técnicas que se pueden utilizar para resolverlas: son técnicas de comparación indirecta.

Típicamente, en estas técnicas se utiliza un objeto intermediario que puede ser igual a uno de los objetos a comparar o mayor que todos ellos. En el caso de la longitud, por ejemplo, un uso posible de ese objeto intermediario (por ejemplo, una varilla de longitud mayor que la de los objetos a comparar) es marcar sobre el mismo (haciendo coincidir uno de los extremos fijado) la longitud de los objetos a comparar.

Las técnicas utilizadas dependen de la magnitud considerada pues los procesos de comparación de los objetos dependen también de ella. Al reconocer la utilidad de un intermediario para la comparación, de alguna manera, se consideran los objetos intercambiables en cuanto a la propiedad que se considera: son de la misma clase. Aparece la necesidad de considerar la propiedad transitiva de la ordenación o de la igualdad. También, de forma explícita o implícita, se realizan tareas de clasificación de los objetos con respecto a la magnitud. Por ello, aparecen nuevas tareas.

T_5 : Clasificar objetos con respecto a la magnitud. Se relacionan los objetos con la relación “es igual... que” y consideran equivalentes dichos objetos en lo que se refiere a la magnitud.

Como consecuencia de la actividad de clasificación, se generan clases de equivalencia. En cada clase, están los objetos que son iguales con respecto a la magnitud. Cada clase de equivalencia es una cantidad de magnitud. La magnitud considerada es el conjunto cociente del universo de los objetos mediante la relación de equivalencia “es igual de... que”; es el conjunto de las cantidades de magnitud. Uno de los objetos puede ser considerado representante de su clase de equivalencia.

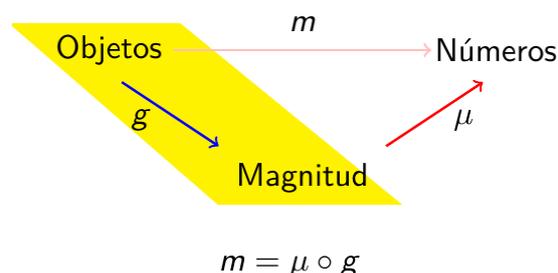


Figura 2. Aplicación $g: \text{Objetos} \rightarrow \text{Magnitud}$

En la figura 2, se considera la aplicación $g: \text{Objetos} \rightarrow \text{Magnitud}$, que a cada objeto le hace corresponder la clase a la que pertenece, la cantidad de magnitud considerada. La aplicación tiene que ser compatible con la ordenación de los objetos con respecto a esa propiedad y con la composición y descomposición de la misma. Como señala Sierra (2006), la validación del trabajo en el ámbito de las magnitudes se hace, inicialmente, en el universo de los objetos.

T_6 : Ordenar las cantidades de magnitud.

La aplicación $g: \text{Objetos} \rightarrow \text{Magnitud}$ conserva la relación de orden. Por tanto, el orden de los objetos con respecto a la propiedad considerada permite ordenar las cantidades (clases de magnitud), pues los objetos pueden ser considerados representantes de su clase. Una tarea relacionada es hacer una escala de comparación (T_6); es decir, elegir una colección de objetos ordenados, considerados como representantes de sus respectivas clases o cantidades.

T_7 : Evaluar la magnitud considerada en un objeto, dando un resultado prenumérico: ¿Cuánto de ... es este objeto?

Las técnicas prenuméricas que dan respuesta a esta tarea pueden ser de varios tipos.

- ◆ $t_{7,1}$: utilizando los términos mucho, poco, bastante... P. ej., “la cinta es muy larga”.
- ◆ $t_{7,2}$: en términos “es más que...”, “menos que” o “igual que”, “la cinta azul es más larga que la cinta roja”.
- ◆ $t_{7,3}$: Situándolo en la escala construida ($T_{6,1}$).

Hay magnitudes cuyas cantidades se pueden componer dando como resultado otra cantidad y teniendo esa composición propiedades similares a las de una suma de números. Se suelen denominar magnitudes sumables (o extensivas) (Chamorro y Belmonte, 1991); es el caso de la longitud, área, volumen, duración o masa.

En otro tipo de magnitudes las cantidades se pueden ordenar, pero no se puede definir una composición de cantidades de ese tipo. A estas magnitudes se les denomina ordinales o intensivas (Chamorro y Belmonte, 1991). Algunos ejemplos serían la dureza o la elasticidad. En estos casos, se puede definir una aplicación de las magnitudes en un conjunto numérico, pero solo se exige que la aplicación sea compatible con el orden y no tiene sentido la suma. Esta aplicación permite identificar de forma sencilla las diferentes cantidades de magnitud mediante un número.

En el caso de las magnitudes sumables, se pueden considerar nuevas tareas asociadas al MER_2 .

T_8 : Componer y descomponer objetos, dando lugar a otros nuevos (operación *).

La composición de objetos tiene que ser compatible con la aplicación g . Lo que se compone o descompone son las cantidades de magnitud, pero se basa en acciones de composición y descomposición realizadas con objetos. En el uso, suele hacerse una identificación entre los objetos y las cantidades de magnitud; es difícil diferenciarlos a veces. Guy y Nadine Brousseau (Brousseau y Brousseau, 1991-92) señalan “dos dominios bastante separados para los alumnos ... el ámbito de los objetos concretos y de las magnitudes con su entorno de propiedades y manipulaciones (y) el ámbito de los números y el entorno del cálculo” (p. 84).

T_9 : Componer y descomponer cantidades de magnitud (#).

Si tiene sentido, en la composición de objetos (*) se cumple: $g(a*b) = g(a) \# g(b)$. En el caso de las magnitudes sumables, para la tarea T_7 —Evaluar la magnitud considerada en un objeto, dando un resultado prenumérico: ¿Cuánto de ... es este objeto?—, se amplían las técnicas prenuméricas, pues se pueden dar respuestas del tipo “este objeto es como los objetos a y b compuestos”. Pero también provoca la búsqueda de nuevas técnicas más eficaces —se selecciona un objeto para comparar, una cantidad de referencia (unidad de medida)—, lo que da paso a los MER de evaluación cuantitativa, de medida.

En estos niveles del MER se plantean cuestiones relativas a la aplicación π : *Magnitud* \rightarrow *Números* (\mathbb{N} , \mathbb{Q}^+ , \mathbb{D}^+ o \mathbb{R}^+) o a la medida efectiva del objeto m : *Objetos* \rightarrow *Números* (\mathbb{N} , \mathbb{Q}^+ , \mathbb{D}^+ o \mathbb{R}^+).

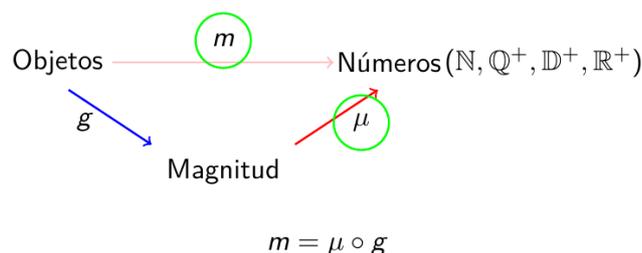


Figura 3. Aplicación m : *Magnitud* \rightarrow *Números*

La aplicación π se establece eligiendo un representante de la cantidad y midiéndolo con la unidad de medida elegida. Es decir, se realiza la medición efectiva de un objeto y se asume que el resultado es la medida de cualquier objeto de su clase (cantidad). La necesidad de medir aparece cuando hay que realizar comparaciones indirectas utilizando un intermediario (mucho) menor que los objetos a comparar o bien al evaluar un objeto usando una referencia (unidad de medida) menor que el objeto. La evaluación numérica permitirá una comparación, ordenación, composición, descomposición y evaluación más eficiente de los objetos.

MER₃

Lo que caracteriza al nivel MER₃ es el tipo de unidades de medida utilizadas. Se trata de unidades naturales o arbitrarias seleccionadas por su relación con la situación de evaluación. Aparece un nuevo tipo de tareas.

*T*₁₀: Evaluar un objeto utilizando unidades de medida naturales o arbitrarias (dependiendo de la magnitud y la situación considerada).

Las técnicas pueden ser las siguientes.

- ◆ *t*_{10,1}: contando tramos, si el objeto a medir está ya dividido en esas unidades.
- ◆ *t*_{10,2}: recubriendo el objeto a medir con ejemplares de la unidad.
- ◆ *t*_{10,3}: iterando la unidad de medida sobre el objeto a medir.
- ◆ *t*_{10,4}: utilizando un instrumento de medida graduado en las unidades propuestas.
- ◆ *t*_{10,5}: operando, cuando el objeto puede ser subdividido en otros.
- ◆ *t*_{10,6}: utilizando fórmulas (esta técnica suele estar más asociada a la utilización de unidades convencionales).

Estas técnicas admiten variantes si se acepta, por ejemplo, que el resultado sea aproximado; también si se utiliza una sola unidad de medida o varias (siendo el resultado de la evaluación medidas complejas). O, si se utiliza una unidad y fracciones de la misma, en este caso, el resultado puede expresarse con fracciones

o con números decimales, lo que supone una ampliación del campo numérico considerado a Q^+ .

En este MER, también se plantean las tareas T_1 a T_9 , pero aparecen nuevas técnicas de tipo numérico. Por ejemplo, para la tarea T_1 , comparar dos objetos con respecto a la magnitud, la técnica $t_{4,1}$ consiste en evaluar cada uno de los objetos utilizando la unidad elegida y comparar las dos medidas. La técnica $t_{4,2}$ sería similar, pero en el caso de que las medidas sean complejas; es decir, que cada objeto se haya evaluado usando más de una unidad de medida (se evalúan ambos objetos con más de una unidad de medida y se comparan las dos medidas). En este caso, se plantean tareas asociadas como las siguientes.

T_{11} : Determinar la relación entre las unidades de medida usadas.

T_{12} : Determinar la equivalencia de mediciones en este caso.

Para la tarea T_3 —Ordenar varios objetos con respecto a la magnitud—, la nueva técnica sería evaluar numéricamente cada uno de los objetos y ordenar las medidas obtenidas. Asociada a la técnica $t_{10,4}$ se formula una nueva tarea.

T_{13} : Elaborar instrumentos de medida con esas unidades no convencionales.

La poca estabilidad de las unidades de medida de este nivel de MER y la dificultad de comunicar los resultados llevan a la necesidad de unidades de medida convencionales, cuyo tamaño esté fijado en una sociedad determinada. Esto lleva a un nuevo nivel del MER.

MER₄

El nivel MER₄ es muy similar al MER₃. La diferencia es que las unidades utilizadas pueden ser las convencionales. La tarea característica de este MER es T_{14} .

T_{14} : Evaluar un objeto utilizando unidades convencionales.

Para la tarea T_{14} , las técnicas son similares a las de la T_{10} .

La aportación de este MER₄, en el caso del sistema métrico decimal, es la simplicidad y regularidad de las relaciones entre las distintas unidades, pues la relación se fundamenta en la base de nuestro sistema de numeración. En este caso, el campo numérico puede ser el de los números decimales, con las ventajas que tiene para la realización de cálculos con las medidas. En este MER, la facilidad de los cálculos puede producir una reducción aritmética de las actividades a realizar; se pone el acento en las técnicas de cálculo y se oscurecen las cuestiones de medida planteadas.

La complejidad de la realización efectiva de las mediciones y las dificultades materiales y conceptuales asociadas a estas prácticas de todo tipo llevaron rápidamente a los profesores a abandonar la mayor parte de las actividades de medición efectiva (especialmente las que son difíciles de controlar en situaciones escolares) en favor de situaciones simplificadas o metafóricas y de actividades de cálculo. Si bien esta

circunstancia tiende a simplificar el acto de enseñar, no favorece el dominio del conceptos de medida ni la representación de las matemáticas como un medio eficaz y simplificador para llevar a cabo y controlar actividades efectivas (Brousseau, 1992, p. 113).

Como se observa, la consideración de una actividad en un nivel u otro del MER depende de las técnicas que se pueden utilizar para resolverla. En los sucesivos niveles del MER considerados, se suelen ampliar las tareas propuestas, pero, sobre todo, aparecen nuevas técnicas para resolver tareas que pueden haberse formulado en etapas anteriores.

EL MODELO EPISTEMOLÓGICO VIGENTE EN LAS ESCUELAS DE DECROLY RESPECTO A LAS MAGNITUDES

Este trabajo se centra en el aprendizaje de las magnitudes desde la educación preescolar hasta el segundo año de la educación primaria —el primer grado de la escuela al que se hace referencia en el título del libro de Decroly y Hamaïde de 1932—. El MER que se ha planteado y el MEV al que nos referiremos en este apartado se sitúan en esos niveles de enseñanza.

Las actividades matemáticas en el método de Decroly

El lema que fundamentaba las actividades en las escuelas decrolyanas era “educación para la vida, a través de la vida”. Una forma de llevarlo a cabo en el aula era a través de los *centros de interés*, propuesta que no era original de Decroly, pero que se implantó y desarrolló en sus escuelas y ha quedado como una característica del método decrolyano. Para planificar las actividades de enseñanza en las escuelas de Decroly, se tenía en cuenta “el orden psicológico de los ejercicios”, que Hamaïde (1923) resume en las siguientes fases.

- ◆ Observación
- ◆ Asociación en el tiempo y en el espacio
- ◆ Expresión concreta —modelado, dibujo, trabajos en papel, cartón, madera, etc.—
- ◆ Expresión abstracta —lectura, conversación, escritura, ortografía, trabajos de redacción, etc.—

Las actividades de observación son una de las componentes de los centros de interés. Sobre ella, Decroly y Hamaïde (1934) comentan

(...) observar es más que percibir; es también establecer relaciones entre los aspectos graduados de un mismo objeto, rebuscar relaciones entre intensidades diferentes; es comprobar sucesiones, relaciones espaciales y temporales; es hacer comparaciones, notar diferencias y semejanzas en bloque o en detalle (análisis), es establecer un puente entre el mundo y el pensamiento (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 23).

Por tanto, las actividades correspondientes a la aritmética se situaban en la fase de observación, y se asociaban a cuestiones y problemas de cálculo y medida.

La observación de los fenómenos de la Naturaleza, de los animales, de las plantas y de las diversas actividades humanas, es una fuente inagotable en la que el niño recolecta los datos para los problemas a resolver. (...) Todo objeto o ser vivo puede servir para los ejercicios de medida, volumen, capacidad, superficie, longitud, peso, valor, etc. Y los datos recogidos pueden servir para resolver las cuestiones mediante operaciones con los números (Decroly y Hamaïde, 1934, pp. 18-19).

También, se consideraban necesarias actividades “cuyo objeto (era) facilitar la repetición e individualización de nociones” (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 25). Y, en una nota a pie de página, los autores añadían que “para permitir a los niños más lentos y peor dotados (...) repetir individualmente o entrenarse en hacer operaciones, se utiliza un material de juegos educativos y de fichas de aplicación” (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 26). Con estos materiales, se pretendía una cierta individualización de los aprendizajes, para que así “el o los alumnos puedan llegar a descubrir, sin ayuda del maestro, las diversas etapas a recorrer para resolver un problema y realizar las operaciones” (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 26).

La propuesta decrolyana sobre la enseñanza de las magnitudes

Las fuentes consultadas no proporcionan un tratamiento general sobre las magnitudes sino que, aunque organizados, van presentando ejemplos. A partir de esos datos, se va a identificar el MEV en las escuelas decrolyanas, utilizando y contrastando con el MER considerado.

En líneas generales, la propuesta decrolyana presenta paralelismos con el MER que hemos presentado. Las actividades correspondientes al cálculo y a la medida se incluyen en la fase de observación, “bajo la forma, primero, de ejercicios de comparación, y después, de ejercicios de medida con unidades naturales y, en fin, de medidas con unidades convencionales” (Hamaïde, 1923, p. 39), que se relacionan con los niveles del MER descrito. En 1932, Decroly y Hamaïde afirmaban lo siguiente.

Entre las etapas naturales que constituyen la transición entre la comparación grosso modo y la medida precisa, notemos las siguientes:

- 1.º Se comparan cualidades que no tienen expresión numérica (color, gusto, olor, belleza) y las susceptibles de expresarse con números.*
- 2.º Nos servimos de la estimación aproximativa usando términos globales de cantidad (mucho, poco, más, menos, demasiado, bastante, tanto, etc.).*
- 3.º Para las cantidades discontinuas se recurre, al principio, a las unidades naturales (como para las cantidades continuas).*

4.º *Se hacen, lo más pronto posible, comparaciones con referencias al peso, al tiempo, al valor, así como sobre las cantidades espaciales.*

5.º *Y para las medidas espaciales en sí mismas, se abordan las de volumen al mismo tiempo o antes que las de superficie y longitud.*

6.º *Gradualmente se pasa de las unidades naturales a las convencionales del sistema métrico y de la medida del tiempo* (Decroly y Hamaïde, 1934, pp. 25-26).

Estas indicaciones generales sobre magnitudes son acordes con el MER de la magnitudes descrito anteriormente, pero la descripción de las tareas y las técnicas que se proponen en las fuentes consultadas no es completa y la determinación del MEV decrolyano tampoco puede serlo. Hay indicaciones sobre actividades que se pueden realizar, es decir, ejemplos de tareas interesantes para el aprendizaje de las magnitudes. Pero la descripción de las técnicas a utilizar en la resolución de las tareas es muy incompleta; se sugiere, pero no se describe; se hace una referencia general; a veces se remite a una fotografía de niños realizando la tarea —como en la figura 4, en la que “los niños miden el crecimiento de la planta y la cantidad de agua absorbida”—.



Figura 4. Niños midiendo el crecimiento de una planta y la cantidad de agua absorbida (Decroly y Hamaïde, 1932)

Los tipos de tareas que se han detectado en las fuentes utilizadas son los mismos del MER, aunque se enuncian de forma sucinta. Por ejemplo, aparecen varias actividades de clasificación según distintas propiedades (Figura 5).

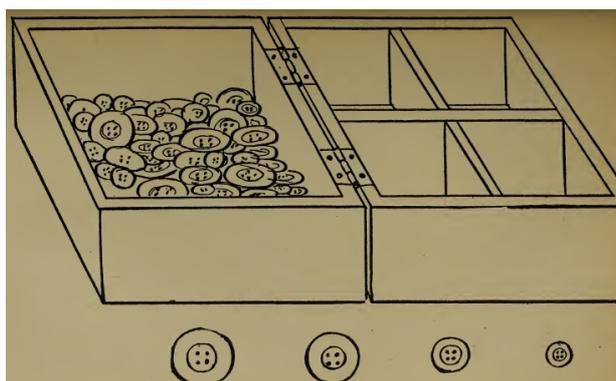


Figura 5. Esquema de clasificación según propiedades (Decroly y Monchamp, 1914, p. 49)

Las tareas se refieren a magnitudes variadas. Se hace referencia a las habituales en los textos de matemáticas (longitud, superficie, volumen, capacidad, peso — masa—, duración, precio, temperatura). A la medida de cada una de ellas y también a otras magnitudes de tipo físico y que pueden no ser sumables (rugosidad, sabor, gama cromática, densidad) se les dedica un capítulo del libro de 1932. Destacan las referencias al tiempo y al precio; la mayoría de las sugerencias de actividades del capítulo III, “Actividades de la vida práctica que dan lugar a los problemas y a las operaciones sobre los números”, se refieren a ellas. Además, se les han dedicado capítulos específicos: el capítulo XI, sobre la medida del tiempo, y el XII sobre “la noción de valor y la iniciación en el empleo de la moneda”.

En cuanto a las técnicas utilizadas para resolver las tareas, cuando hay que realizar comparaciones de objetos, la diferencia entre ellos, en lo que se refiere a la magnitud, suele considerarse suficiente para realizar una comparación perceptiva (técnica t_1). Otras técnicas (como t_2 o t_3) se insinúan, pero no se hacen explícitas. Por ejemplo, aunque se da importancia a la educación de los sentidos, no se plantea cómo hacer las comparaciones entre objetos (para distintas magnitudes) de manera eficiente.

Decroly y Hamaïde (1934) dedican el capítulo V —“Una primera etapa en la terminología cuantitativa. Los términos globales”— a las técnicas de comparación o de evaluación globales ($t_{7,1}$ o $t_{7,2}$). Afirman que es interesante seguir utilizando este tipo de técnica, aunque el niño ya se sea capaz de medir con unidades. También, comentan la confección y uso de escalas de objetos, según distintas propiedades (en la figura 6, han realizado una escala, por tamaño, de frutas) y hacen referencia a “cajas de comparación” (p. 58). Son cajas que contienen objetos graduados (una escala de objetos) para una determinada magnitud: densidad, rugosidad, dureza, elasticidad, flexibilidad, porosidad, gusto, olor.



Figura 6. Niños organizando frutas en una escala (Decroly y Hamaïde, 1932)

Varios capítulos están dedicados a la realización de actividades de medida utilizando unidades naturales que “son interesantes y cómodas, puesto que muchas de ellas forman parte integrante del propio niño o no necesitan más que un material muy sencillo, fácil de procurar y de renovar ocasionalmente” (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 47). A estas unidades se dedican los capítulos VII, “Material necesario para los ejercicios de medidas espaciales. Los objetos naturales” (p. 45); VIII, “Diversas medidas espaciales y ejemplos de su empleo” (p. 49); y IX, “Medidas de peso y otras clases” (p. 57). “Otras clases” hace referencia a propiedades con las que no se realiza el proceso de medir, es decir, la elección de una unidad de medida y la determinación de cuántas veces esa unidad aparece en el elemento a evaluar; lo que describen son las cajas de comparación descritas anteriormente. En esos capítulos, los autores citan medidas con unidades no convencionales, pero lo que se plantea es evaluar objetos con respecto a una escala ordenada (p. 58); no se diferencia esta técnica de la propiamente de medida usando una unidad. En la figura 7a, se reproduce un “cuadro de medidas naturales empleadas por los niños de siete años (mano, pie, talla, cuentagotas, vasos o cucharas).

En estos capítulos, se dan indicaciones sobre las tareas que se pueden realizar, pero no sobre las técnicas que se pueden emplear para resolver dichas tareas. Hay que recurrir a las fotografías que aparecen en la obra para obtener algunas indicaciones sobre dichas técnicas. Por ejemplo, en la figura 7b, los niños están respondiendo a la cuestión “¿Cuántas tazas caben en el cantarillo y en la jarra?”. Se está utilizando la técnica $t_{10,3}$ de iteración de unidades.



Figura 7. Representación de mediciones realizadas por los niños (Decroly y Hamaïde, 1932)

Las figuras 8a y 8b ilustran actividades de medida de pesos —masas—: “Los niños han construido una balanza para pesar sus animalitos” (figura 8a). Es una técnica de evaluación de masas usando una balanza y la castaña como unidad. En la figura 8b, los niños han pesado sus mascotas usando como unidad las castañas: “Los niños han dispuesto los cuadros que muestran el aumento en peso de sus animales "Negro de noche" y "Otoño", dos conejillos de Indias llamados así por aquellos (seis a siete años)”. En el cuadro, no han puesto solo el resultado de la medida sino también la colección de castañas equivalente en cada caso.



Figura 8. Actividades de medida de pesos (Decroly y Hamaïde, 1932)

En la figura 9, la tarea es medir la longitud del tronco con varias unidades de medida: “Veamos las manos, pies, pasos, piernas, brazadas y cuerpos que mide

este tronco”. Nuevamente, las técnicas no se han descrito, pero la imagen las sugiere. Una técnica utilizada es recubriendo con unidades de medida (técnica $t_{10,2}$) o, en el caso de los pasos, iterando la unidad (técnica $t_{10,3}$). Pero, en el texto, no hay aclaraciones sobre el cuidado a tener al realizar el procedimiento ni sobre la no uniformidad de los ejemplares de las unidades de medida.



Figura 9. Niños midiendo la longitud de un tronco (Decroly y Hamaïde, 1932)

Para la medida de duraciones cortas, los niños construían péndulos de un segundo de duración aproximada. En la figura 10, se está evaluando el tiempo que tarda la niña en ponerse un zapato o el niño en organizar unas cajas.



Figura 10. Niños experimentando la medición del tiempo (Decroly y Hamaïde, 1932)

Los autores sitúan el paso al uso de las unidades convencionales en el segundo año de la escuela primaria. Lo justifican por la variabilidad de las unidades no convencionales (las castañas pierden agua y se secan). Se destaca el interés de que los alumnos confeccionen modelos de las unidades convencionales (pp. 63-65) y utilicen instrumentos de medida. En la figura 11 (a y b), se responde a las cuestiones “¿He engordado?” y “¿He crecido?”, midiendo el peso y la altura de las alumnas, utilizando instrumentos de medida.

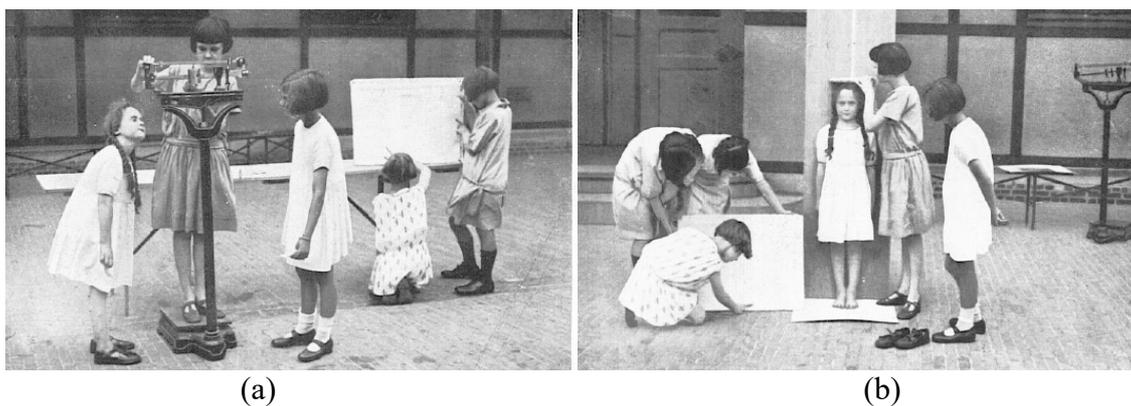


Figura 11. Medición de peso y altura (Decroly y Hamaïde, 1932)

La explicación de la figura 12 dice: “Cuando el sol brilla varias horas, se comparan las diversas longitudes, primero con unidades naturales, después con las convencionales”. Esta actividad fue observada, años después, por Emma Castelnuovo cuando visitó la École Decroly acompañada del profesor de matemáticas Paul Libois (Menghini, 2015, p. 271).

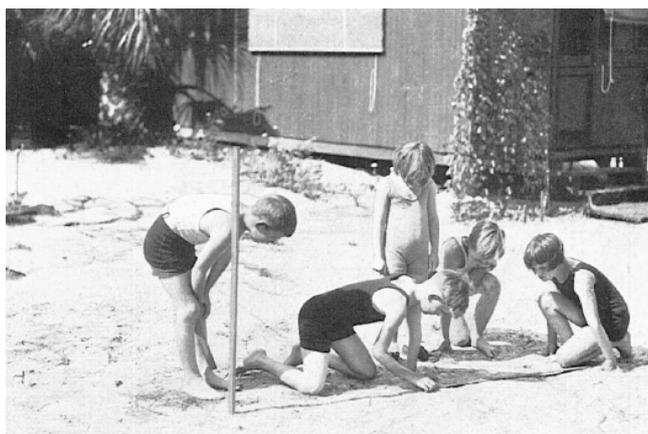


Figura 12. Medición de longitudes (Decroly y Hamaïde, 1932)

En el libro de juegos, Decroly y Monchamp (1914) incluyeron varios sobre el dinero y los precios (Figuras 13a y 13b).

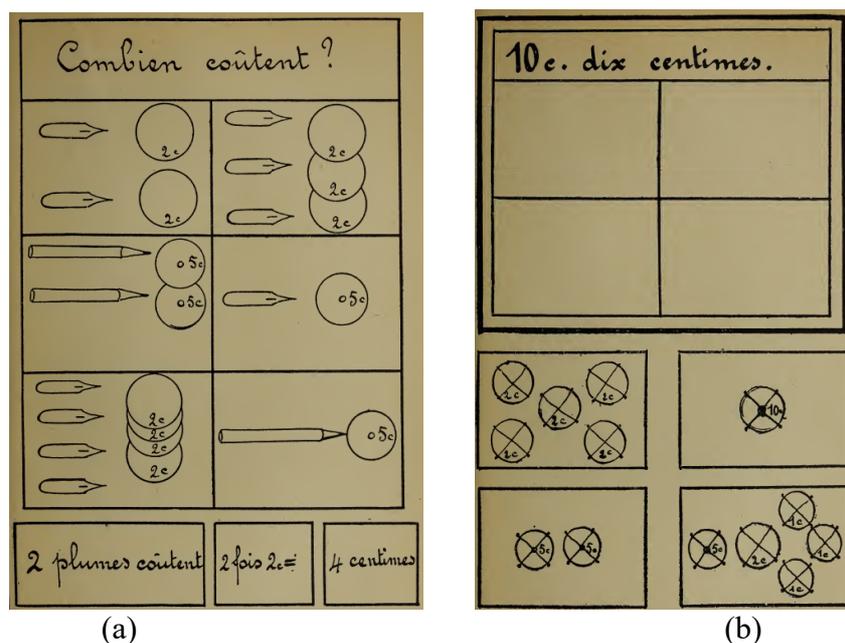


Figura 13. Juegos sobre dinero y precios (Decroly y Monchamp, 1914, pp. 109-119)

Otras tareas se refieren a la construcción de instrumentos de medida (longitud, peso, temperaturas, densidades), aunque no especifican las técnicas para hacerlos. En la introducción a la obra de 1932, se justifican, de forma general, las técnicas de resolución con argumentos pragmáticos, basados en el uso social de esas actividades y en su utilización en otras sociedades, alejadas en el tiempo o en el espacio. Decroly y Hamaïde señalan la carencia de una justificación suficiente, que correspondería al bloque tecnológico-teórico de las praxeologías, pues aunque habían querido “consagrar el principio de nuestra obra a las consideraciones sobre los medios de medir las cantidades de que se sirven los primitivos y de las que se han servido los pueblos en el curso de la Historia” (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 6), veían más adecuado incluirlas en un trabajo futuro sobre “la psicología de la aritmética y el desarrollo de las nociones de cantidades y números” (Decroly y Hamaïde, 1934, p. 6). El fallecimiento de Decroly impidió realizar ese proyecto.

INNOVACIONES DECROLYANAS

Para detectar qué hay de innovador de la propuesta decrolyana sobre las magnitudes y su medida, se ha contrastado el MEV descrito en los apartados anteriores con otras propuestas de esa época. En los documentos consultados, no se han encontrado propuestas referidas a los primeros niveles del MER que se han abordado (MER₁, MER₂ y MER₃); es decir, a las cuestiones sobre la comparación de objetos con respecto a una magnitud, consideradas como primeras fases del proceso de medida de dicha magnitud. Tampoco hay referencias a la utilización de

unidades no convencionales en los procesos de medida. A continuación, se comentan los resultados de algunos de los documentos consultados.

Pauline Kergomard (1838-1925) fue inspectora general de las escuelas maternas de Francia (1881-1917) y es considerada una referencia para esas escuelas en su época. Escribió varias obras educativas, entre ellas *L'Éducation maternelle dans l'école* (Kergomard, 1906), en dos volúmenes. En el tomo I, hay un capítulo dedicado al cálculo (capítulo XVI, pp. 266-273). Pero, a la medida, la autora dedica medio párrafo y solo alude a las unidades convencionales de longitud (metro, centímetro), a las monedas y al juego de tiendas.

José María Eyaralar (1890-1944) fue un profesor de Escuelas Normales en España y realizó un viaje, becado por la JAE, para estudiar la enseñanza de las matemáticas en Francia, sobre la que escribió un informe (Eyaralar, 1924). Visitó escuelas de todos los niveles educativos y recopiló sus programas. Sobre los contenidos relacionados con las magnitudes, en un programa de las escuelas maternas (5-6 años), lo que figuraba es: “Ejercicios y juegos con el metro, el franco, el litro y los pesos, utilizando la balanza” (p. 4). En otro de los programas que recoge, se incluye “Sistema métrico. Ejercicios con monedas, luego con el metro y finalmente con el litro” (p. 7).

Ángel Llorca (1886-1942) fue un defensor del movimiento de la Escuela Nueva en España. Maestro, director del Grupo escolar Cervantes de Madrid, realizó varios viajes para conocer la educación en Europa. Asistió a varios congresos del movimiento de la Escuela Nueva, a cursos del Instituto Jean Jacques Rousseau de Ginebra y visitó las escuelas de Decroly en varias ocasiones. Fue invitado a participar en el libro de Homenaje a Decroly (Dubois y Boon, 1933), concebido como festejo por su 60 cumpleaños y que se convirtió en homenaje póstumo. En sus obras, defendía una enseñanza activa, acorde con los principios de la Escuela Nueva. En su *Aritmética. Primer grado* (Llorca García, 1918), que escribió para el primer grado de la escuela primaria (cursos 1º y 2º), concretó esa actividad en la que los niños utilizaron el metro y realizaron medidas efectivas de objetos. Consideraba que estas unidades son las que están en el entorno del alumno. Este autor no se refiere a actividades con unidades no convencionales.

María Montessori (1870-1952) considera que “En un método experimental, la educación de los sentidos debe ser lo más importante” (Montessori, 2003, p. 199) y el objeto de dicha educación es “refinar las percepciones diferenciales de los estímulos por medio de repetidos ejercicios” (Montessori, 2003, p. 204). Para posibilitar esos ejercicios, creó un material (p. 200). En su *Manual Práctico del Método Montessori* (Montessori, 1939), plantea actividades de comparación de objetos, pero su finalidad es la educación de los sentidos —“Como el fin del ejercicio, sin embargo no es que los listones sean colocados en perfecto orden de graduación, sino que el niño *se ejercite él mismo*, no es necesario intervenir para corregir dicha falta” (p. 89)—. Se espera que los ejercicios de encajes o de construcción se realicen por ensayo-error. En lo que insiste es en los movimientos que hay que realizar para apreciar la propiedad (movimientos de las manos, de los

dedos), pero no lo considera dentro de un proceso sobre la magnitud y su medida. En su *Psicoaritmética* (Montessori, 1934), obra enfocada a la educación primaria, las actividades de medida se refieren a las unidades convencionales. Hay un capítulo dedicado específicamente al Sistema Métrico Decimal (p. 335). No hay un tratamiento prenumérico de las magnitudes.

CONSIDERACIONES FINALES

La elaboración de un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) sobre las magnitudes en los primeros niveles educativos y la identificación, a partir de las fuentes utilizadas, de un Modelo Epistemológico Vigente (MEV) en las propuestas decrolyanas, ha permitido valorar las aportaciones de Decroly y sus colaboradores a la enseñanza de las magnitudes que se presentan a continuación.

- ◆ Entre ellas, destaca la importancia concedida a las actividades prenuméricas sobre las magnitudes, pues consideran que permiten hacerse una idea más ajustada de la magnitud considerada y constituyen los primeros pasos de un proceso que llevará a la medida de dicha magnitud.
- ◆ Decroly y sus colaboradores tienen en cuenta una variedad de propiedades que pueden considerarse magnitudes. Estas propiedades son de dos tipos, las que permiten ordenar objetos o cantidades, pero no componerlos, y las que sí permiten esa composición con un resultado que dará lugar a la suma de las medidas de las cantidades. Los ejemplos propuestos contemplan los dos tipos de magnitudes.
- ◆ La elaboración de series de objetos graduados con respecto a una propiedad. Estas series pueden servir de elemento de comparación para evaluar dicha propiedad en otros objetos.
- ◆ La importancia del uso de unidades de medida no convencionales, ligadas a la situación planteada. La realización de este tipo de actividades y la reflexión sobre las mismas permiten descubrir las limitaciones de este tipo de unidades y, según Decroly y sus colaboradores, justifica el uso de unidades de medida convencionales.
- ◆ Sobre las unidades de medida convencionales, se recomienda la confección y utilización tanto de ejemplares de dichas unidades como de instrumentos de medida con las mismas.

En las fuentes consultadas, no se describen, en general, las técnicas utilizadas para resolver las tareas. Para dar idea de esa resolución, a veces se remite a una fotografía. Por ello, la descripción del MEV es incompleta. El contraste con el MER pone también de manifiesto insuficiencias en la propuesta decrolyana como la poca precisión en alguno de los términos; por ejemplo, “étalon” que es utilizado con distintas acepciones no clarificadas; o como la descripción poco precisa de alguna propuesta de actividad que mezcla la elección de un objeto para realizar una serie con su utilización como unidad de medida no convencional.

Decroly y Hamaïde (1932) integran en el aprendizaje de las magnitudes las actividades sensoriales, a diferencia de Montessori, quien las valora como educación de los sentidos en sus *casas dei bambini* (Montessori, 1939, 2003) y, cuando plantea en su Psicoaritmética el aprendizaje de las magnitudes en las escuelas primarias, se centra en el sistema métrico decimal (Montessori, 1934).

Al comparar el MEV decrolyano con aritméticas de esa época, dirigidas a esos niveles (los primeros de la educación primaria), se advierte que estas aritméticas obvian las cuestiones prenuméricas y el uso de las unidades no convencionales y comienzan el trabajo sobre magnitudes directamente con las unidades convencionales (como el sistema métrico decimal).

REFERENCIAS

- Ballesteros, A. (1928). *El método Decroly*. Publicaciones de la Revista de Pedagogía.
- Brousseau, G. (1992). Annexe. Problèmes de didactique de la mesure. En N. Brousseau (Ed.), *La mesure en cours moyen 1ère année. Compte rendu d'activités* (pp. 113-118). IREM de Bordeaux. Université de Bordeaux 1.
- Brousseau, G. (2002). Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. En J.L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot y R. Floris (Eds.), *Actes de la 11ème École d'été de Didactique des Mathématiques* (pp. 331-348). La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. y Brousseau, N. (1991-92). Le poids d'un récipient. Etude des problèmes du mesurage en CM. *Grand N*, 50, 65-87.
- Carrillo D., Maurandi, A. y Olivares, P. (2020). El cálculo y la medida en el primer grado de la escuela Decroly: Análisis desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *RECME*, 5(1), 13-24.
- Carrillo D., Maurandi, A. y Olivares, P. (2021). Los juegos decrolyanos matemáticos y los catálogos de material escolar en España (1920-1936). *Paedagogica Historica*, 57(1-2), 85-103. <https://doi.org/10.1080/00309230.2020.1831029>
- Chamorro, C. y Belmonte, J.M. (1991). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Síntesis.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Claparède, E. (1923). Prefacio. En Hamaïde, A. *El método Decroly*. Delachaux & Niestlé.
- De Bock, D. y Vanpaemel, G. (2019). *Rods, Sets and Arrows. The Rise and Fall of Modern Mathematics in Belgium*. Springer.
- Decordes, V. (1957). *El jardín de la infancia en la escuela Decroly, precedido de un texto inédito del Dr. O. Decroly, la educación del niño antes de los 6 años*. CIREB.

- Decroly, O. y Hamaïde, A. (1932). *Le calcul et la mesure au premier degré de l'école Decroly*. Delachaux & Niestlé.
- Decroly, O. y Hamaïde, A. (1934). *El cálculo y la medida en el primer grado de la escuela Decroly*. Espasa-Calpe.
- Decroly, O. y Monchamp, E. (1914). *L'initiation a l'activité intellectuelle et motrice par les jeux éducatifs. Contribution à la pédagogie des jeunes enfants et des irréguliers*. Delachaux & Niestlé.
- Decroly, O. y Monchamp, E. (1919). *El juego educativo. Iniciación a la actividad intelectual y motriz*. Beltrán.
- Depaepe, M., Simon, F. y Van Gorp, A. (2022). *Ovide Decroly (1871-1932). Une approche atypique?* The Theory and History of Education International Research Group (THEIRG).
- Dubois, F. y Boon, G. (1933). *Hommage au Dr Decroly*. Schreerders-Van Kerchove.
- Eyaralar, J.M. (1924). La enseñanza de las matemáticas en las escuelas francesas. *Anales de la JAE, Tomo XIX* (pp. 1-96).
- Fernandes, J.C.B. (2018). A matemática na proposta de Decroly: análise do livro “El cálculo y la medida en el primer grado de la escuela Decroly”. *Anais Do ENAPHEM - Encontro Nacional De Pesquisa Em História Da Educação Matemática*, (4). Recuperado de <https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/6525/>
- Gascón, J. (2014). Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. *Educación Matemática*, 25 años, 99-123.
- Gascón, J. y Nicolás, P. (2021). Incidencia de los paradigmas didácticos sobre la investigación didáctica y la práctica docente. *Educación Matemática*, 33(1), 7-40. <https://doi.org/10.24844/EM3301.01>
- Hamaïde, A. (1923). *El método Decroly*. Beltrán.
- Kergomard, P. (1906). *La educación maternal en la escuela. Tomo I*. Daniel Jorro.
- Llopis, R. (1927). *La pedagogía de Decroly*. La Lectura.
- Llorca García, A. (1918). *Aritmética. Primer grado II*. Casa Editorial Calleja.
- Menghini, M. (2015). Emma Castelnuovo's commitment to creating a new generation of mathematics teachers. En K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, J. Prytz y G. Schubring (Eds.), “Dig where you stand” 3. *Proceedings of the third International Conference on the History of Mathematics Education* (pp. 263-278). Uppsala Universitet.
- Montessori, M. (1934). *Psicoaritmética*. Araluce.
- Montessori, M. (1939). *Manual práctico del método Montessori* (3ª ed.). Araluce.
- Montessori, M. (2003). *El método de la pedagogía científica. Aplicado a la educación de la infancia*. Biblioteca Nueva.
- Pozo, M. M. (2007). Desde L'Ermitage a la Escuela Rural Española: introducción, difusión y apropiación de los “centros de interés” decrolyanos (1907-1936). *Revista de Educación, número extraordinario*, 143-166.

- Rubiés, A. (1929). *Aplicaciones del método Decroly a la enseñanza primaria*. Publicaciones de la Revista de Pedagogía.
- Sierra, T. A. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes* [Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid]. Repositorio institucional Universidad Complutense de Madrid.
- Wagnon, S. (2013). *Ovide Decroly, un pédagogue de l'éducation nouvelle, 1871-1932*. Peter Lang.
- Wagnon, S. (2015). Amelie Hamaïde (1888-1970) l'illustre inconnue de la pédagogie Decroly. *Cahiers Bruxellois-Brusselse Cahiers*, XLVII, 132-149.

Una versión previa de este documento fue presentada en el VII Congreso Ibero-Americano de Historia de la Educación Matemática (VII CIHEM, Costa Rica, 2023).

Dolores Carrillo Gallego
Universidad de Murcia, España
carrillo@um.es

Recibido: agosto, 2024. Aceptado: febrero, 2025

doi: 10.30827/pna.v19i5.30163



ISSN: 1887-3987

DECROLY'S INFLUENCE ON MATHEMATICS EDUCATION: THE MAGNITUDES

Dolores Carrillo Gallego

The aim of this work is to study the proposals of Decroly and his collaborators on the teaching of magnitudes at the initial levels by analysing their innovative character. The main sources of the work are Decroly and Monchamp's work on educational games (1914), Decroly and Hamaïde's work on "calculation and measurement in the first grade of the Decroly school" (1932) and Hamaïde's work on the Decroly method (1923); Amelie Hamaïde was the headmistress of the Ermitage school. For the analysis, an Reference Epistemological Model (REM) on the magnitudes at these levels has been developed. This REM has been contrasted with the Decrolyan Current Epistemological Model (CEM), referring to that subject and educational level; the CEM has been identified by analysing the Decrolyan proposals found in the research sources. The CEM has also been compared with other proposals of the time. The final considerations highlight the Decrolyan contributions to the teaching of magnitudes, such as the importance of pre-numerical activities, the variety of properties considered as magnitudes, the development of graduated series and the use of non-conventional units. These aspects are not dealt with in other proposals of the time, which begin work on magnitudes with conventional units.