

# DEMANDAS MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO DE LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS EN UN AULA DE EDUCACIÓN INFANTIL

Enrique Carmona Medeiro y Nuria Climent Rodríguez

*Esta investigación se centró en la gestión de aula que una maestra realiza durante una tarea de formulación de problemas con alumnado de Educación Infantil (4-5 años). Mediante un estudio de caso único, nos enfocamos en identificar las demandas matemáticas que la maestra establece para favorecer el avance en la formulación de un problema, la actividad del alumnado que las detona y las relaciones entre ambas. Los resultados indican que la mayoría de las demandas matemáticas están orientadas a favorecer el desarrollo del contexto del problema y revelan que las dificultades que las detonan están ligadas al significado no matemático de problema que prevalece en el alumnado.*

**Términos clave:** Demandas Matemáticas; Educación Infantil; Formulación de problemas; Gestión de aula

Mathematical demands for the development of problem formulation in the early childhood classroom

*This research focused on the classroom management that a teacher performs during a problem formulation task with students in Early Childhood Education (4-5 years old). By means of a single case study, we focused on identifying the mathematical demands that the teacher establishes to favor progress in the formulation of a problem, the students' activity that triggers them and the relationships between both. The results indicate that most of the mathematical demands are oriented to favor the development of the context of the problem and reveal that the difficulties that trigger them are linked to the non-mathematical meaning of problem that prevails in the students.*

**Keywords:** Classroom management; Early childhood Education; Mathematical demands; Problem posing

Carmona Medeiro, E y Climent, N. (2024). Demandas matemáticas para el desarrollo de la formulación de problemas en Educación Infantil. *PNA*, 19(1), 25-51. <http://doi.org/10.30827/pna.v19i1.28408>

### Demandas Matemáticas para o desenvolvimento da formulação de problemas na sala de aula da Primeira Infância

*Esta investigação centrou-se na gestão da sala de aula que um professor realiza durante uma tarefa de formulação de problemas com alunos da Educação Infantil (4-5 anos de idade). Através de um estudo de caso único, procurámos identificar as exigências matemáticas que o professor estabelece para favorecer o progresso na formulação de um problema, a atividade do aluno que as desencadeia e as relações entre ambas. Os resultados indicam que a maioria das exigências matemáticas são orientadas para favorecer o desenvolvimento do contexto do problema e revelam que as dificuldades que as desencadeiam estão ligadas ao significado não matemático de problema que prevalece nos alunos.*

**Palavras-chave:** Demandas Matemáticas; Educação Infantil; Formulação de problemas; Gestão da sala de aula

La investigación ha repercutido en que la resolución de problemas matemáticos haya recibido mucha atención, tanto en el currículum escolar (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 2003) como en la actividad de aula (Silver, 1994). El desarrollo de habilidades para la resolución de problemas se ha tornado central (Ellerton et al., 2015; Lester y Cai, 2016). Aunque la formulación de problemas también ha sido reconocida como esencial en el avance de las matemáticas (Polya, 1985), la investigación sobre formulación de problemas es relativamente reciente en el ámbito de la Educación Matemática (Aktaş, 2022; Cai y Hwang, 2020). Hasta los años 80 y 90 no se resalta su importancia (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994) ni encontramos las primeras investigaciones (Brown y Walter, 2005; Ellerton, 1986; Silver y Cai, 1996; Stoyanova y Ellerton, 1996).

A pesar de que la formulación de problemas no ha caracterizado en general la enseñanza de las matemáticas (Singer et al., 2013), su importancia dentro de los procesos de resolución (Polya, 1985) ha favorecido la atención de la comunidad investigadora y su inclusión curricular (NCTM, 2003). Más allá del acuerdo acerca de su potencial para ayudar al alumnado a mejorar como resolutor (Cai et al., 2015), la formulación de problemas se ha ganado un lugar propio como línea de investigación en Educación Matemática por su valor para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático. La formulación de problemas matemáticos (en adelante FPM) es una actividad genuinamente matemática que implica una alta demanda cognitiva (Cai y Hwang, 2023; Silver, 1994), por lo que se puede emplear en cualquier nivel escolar para promover el desarrollo del pensamiento y las habilidades matemáticas (Cai y Hwang, 2023; Lee et al., 2018; Singer et al., 2013). El hecho de que las tareas de FPM puedan implicar múltiples soluciones (Martín-Díaz, 2022), junto con la posibilidad que

ofrece al alumnado de integrar sus propias experiencias y conocimientos de la vida (Cai et al., 2022), contribuye al desarrollo de la creatividad, la flexibilidad mental y el razonamiento lógico (Leikin y Elgrably, 2019; Silver, 1994).

En los últimos años, muchos países han establecido la formulación de problemas como un objetivo importante de aprendizaje para los estudiantes (Cai, 2022; Li et al., 2022). Así, en el documento curricular en el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Andalucía, donde se desarrolla este estudio (Decreto 100/2023, de 9 de mayo) la formulación de problemas es mencionada en uno de los descriptores operativos que deben emplearse para medir el grado de adquisición de la competencia clave STEAM tras finalizar dicha etapa. Asimismo, en el documento curricular por el que se establece la evaluación del proceso de aprendizaje y se determinan los procesos de tránsito entre las etapas de infantil y primaria en la misma comunidad autónoma (Orden del 30 de mayo de 2023), en la caracterización de la competencia STEAM se hace referencia explícita a la “capacidad para formular, representar y resolver problemas mediante una secuencia de acciones” (p. 36).

A pesar de los avances de investigación y el interés que la FPM ha despertado en los últimos años tanto en educadores como investigadores, existe una clara necesidad de construir una teoría más sólida que permita comprender el fenómeno general de la FPM (Baumanns y Rott, 2022; Cai et al., 2015). Por otro lado, se necesitan estudios empíricos que ayuden a comprender el fenómeno de la FPM en Educación Infantil. El estado de la investigación sobre formulación de problemas elaborado por Lee (2021) revela que hasta 2019 inclusive, no existen estudios que involucren a la primera infancia.

Entre las muchas líneas abiertas de investigación sobre FPM centraremos la atención en los procesos de instrucción. Implementar prácticas efectivas que integren la FPM en el aula no es una cuestión baladí (Leung, 2013). De hecho, cómo diseñar, gestionar y evaluar situaciones de enseñanza que ayuden al alumnado a aprender a formular problemas matemáticos, es en sí mismo un problema que necesita una formulación más completa (Li et al., 2022; Kilpatrick, 1987). Sin restar importancia al diseño y evaluación de situaciones de enseñanza que favorezcan el aprendizaje significativo de la FPM, fijaremos el foco en la gestión de aula, atendiendo a dos interrogantes inherentes a la integración de la FPM en el aula: ¿cuándo intervenir? y ¿cómo intervenir? Así, el objetivo de este estudio es comprender cómo una maestra gestiona una tarea de FPM en Educación Infantil.

## MARCO TEÓRICO

### **La noción de problema**

Para caracterizar los procesos de FPM, es necesario partir de las características y estructura de los problemas matemáticos. Definir la noción de problema matemático implica cierta dificultad, dado que un problema no es inherente a una tarea matemática, sino que más bien es una relación particular entre un sujeto y la tarea (Mason, 2016; Schoenfeld, 1985). Charnay (2002) caracteriza la noción de problema como una terna situación-sujeto-entorno y añade tres características esenciales de los problemas: (a) sólo hay problema si el sujeto percibe una dificultad, (b) existe una motivación que impulsa a franquear la dificultad, (c) una situación puede constituir un problema para un sujeto y no para otro sujeto que o bien puede resolver la situación inmediatamente o no sentirlo como un desafío intelectual propio.

Dada la prevalencia de la resolución de problemas respecto a la FPM tanto en la investigación como en el ámbito educativo (Carrillo y Cruz, 2016), la mayoría de las características que se emplean para definir problema matemático aluden a aspectos inherentes a su resolución (Charnay, 2002; Schoenfeld, 1985). Mientras que los estudios recientes en el contexto de resolución aluden a problemas no rutinarios, en el contexto de formulación de problemas un problema se refiere a cualquier tipo de tarea matemática (Baumanns y Rott, 2020). En este estudio emplearemos en este último sentido la noción de problema matemático.

Según Malaspina (2021), todo problema matemático posee cuatro elementos estructurales: información, contexto, requerimiento y entorno matemático. La información está conformada por los datos, cuantitativos o cualitativos, que se dan explícita o implícitamente en el problema. El contexto queda configurado a través de la exploración de una situación (Kilpatrick, 1987), que puede ser matemática, realista o real. El requerimiento, generalmente expresado a través de una pregunta, determina lo que se pide que se encuentre, examine o concluya. El entorno matemático se refiere al marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema.

### **Formulación de problemas matemáticos**

La literatura de investigación en Educación Matemática muestra que existe una gran variedad de definiciones sobre la formulación de problemas (Baumanns y Rott, 2022; Cai, 2022). La investigación sobre esta área, en Educación Matemática, se ha edificado esencialmente sobre dos definiciones clásicas, la conceptualización de Silver (1994) y la de Stoyanova y Ellerton (1996). En cualquier caso, para caracterizar los procesos de FPM es fundamental quién formula los problemas (Kilpatrick, 1987; Silver, 2013). En la actividad de

formulación de problemas pueden participar docentes, docentes y alumnado, o sólo alumnado a instancias de sus docentes (Cai et al., 2019). En adelante, nos centraremos en situaciones en las que el alumnado formula el problema.

Atendiendo a cómo se origina su construcción, resulta interesante distinguir: la formulación de problemas a partir de una situación dada (o “formulación de nuevos problemas”) o a partir de un problema conocido (o “reformulación de problemas”, Silver, 1994). Por otro lado, resulta interesante distinguir cuando la formulación de problemas acontece antes, durante o después de la resolución del problema (Leung, 2013; Silver, 1994). Nos centraremos en la formulación de problemas a partir de una situación dada, que acontece antes de su resolución.

Las tareas de FPM constan de dos partes: la situación problemática y la consigna (o “prompt”) (Cai y Hwang, 2022, 2023; Cai et al., 2022). La situación problemática es lo que proporciona el contexto y la información que el alumnado puede emplear para la formulación de los problemas, además de sus propias experiencias vitales y conocimiento. La consigna proporciona instrucciones para guiar las formulaciones del alumnado, haciéndoles conscientes de lo que la tarea espera de ellos (por ejemplo, “formula tres problemas de diferente nivel de dificultad”). La información proporcionada por la situación problemática puede incluir palabras, imágenes, gráficos, patrones, tablas y expresiones matemáticas. Las situaciones problemáticas pueden estar basadas en referentes del mundo real (contexto real) o matemáticos (contexto matemático).

Atendiendo al nivel de apertura que la tarea de FPM otorga al formulador, Baumanns y Rott (2022) distinguen dos tipos de situaciones: no estructuradas y estructuradas. Las tareas de FPM son estructuradas cuando se pide al alumnado que formule problemas a partir de un problema previamente resuelto, mediante la modificación de alguno de sus elementos estructurales. Las tareas son no estructuradas cuando el alumnado formula problemas a partir de una situación dada que puede proporcionar o no información detallada. De este modo, las tareas de FPM conforman un espectro, en los que se incrementan tanto las restricciones como la información suministrada y, cuyos extremos son: tareas no estructuradas y tareas estructuradas. Fijaremos la atención en las tareas no estructuradas.

### **La gestión de aula: cómo y cuándo intervenir**

Compartimos con Cai et al. (2015) y Singer et al. (2013) que la FPM es una característica esencial de la enseñanza de las matemáticas orientada a la indagación. Su integración en las prácticas de aula implica, por un lado, un cambio profundo en los roles del profesorado y el alumnado (Cai y Hwang, 2022; García-García et al. 2019). Por otro lado, requiere de un cambio de mentalidad en el profesorado, que permita tomar el problema como objeto central de la actividad matemática y no sólo su resolución (Ellerton et al., 2015), en un ambiente educativo en el que la responsabilidad de la FPM no recaiga

exclusivamente en fuentes externas al alumnado (Cai y Hwang, 2022; Kilpatrick, 1987).

La implementación efectiva en el aula de la tarea prevista es compleja (Cai et al., 2015) y requiere de habilidades y capacidades específicas que permitan manejar dichas complejidades (Singer et al., 2013). Según Font (2008) la gestión de las tareas matemáticas puede llegar a ser más importante que las propias tareas. Así, por ejemplo, una tarea de FPM bien diseñada, terminará movilizand una actividad pobre en el alumnado si no es sostenida por una gestión eficiente.

Una de las cuestiones esenciales de la gestión del aula durante la FPM radica en discernir cuándo y cómo intervenir (Godino et al., 2015; Mason, 2016). Cómo se afronten dichos interrogantes dependerá en gran medida de la naturaleza de la tarea, del propósito didáctico-matemático, del contexto y los destinatarios. Y además estará necesariamente influenciada por la epistemología del profesor, su propia comprensión de las matemáticas involucradas y sus creencias sobre las capacidades de su alumnado (Weber y Leikin, 2016). Debido a la complejidad de la gestión del aula durante la FPM, compartimos con Mason (2016) que elegir cuándo y cómo intervenir, depende de la situación, y, por tanto, no existe una respuesta “correcta” predeterminada. Se trata de una decisión que compete al profesor, quien deberá ofrecer un determinado tratamiento a la diversidad de su alumnado, atendiendo sus distintos estados cognitivo-afectivos durante la FPM (Godino et al., 2015). Existe un amplio consenso acerca de que generar un clima apropiado en el aula es clave para favorecer que el alumnado participe en el acto creativo de la FPM (Mason, 2016; Kilpatrick, 1987). Asumimos al docente como un agente dinamizador cuyos patrones de prácticas, normas, valores e ideas pueden influir en el aprendizaje del alumnado (Cai et al., 2015) y tienen un potencial transformador sobre el alumnado y las instituciones (Carmona-Medeiro y Cardeñoso, 2021). Por ello, el docente es una pieza clave en la conformación de un ambiente enriquecido (Kilpatrick, 1987). Tal ambiente debe ser promovido activamente durante la gestión de aula, y requiere el establecimiento de normas sociomatemáticas sobre la FPM (Çakır y Akkoç, 2020), la reestructuración del sistema de recompensas (Kilpatrick, 1987) y el uso de estrategias que favorezcan la involucración efectiva del alumnado (Cai et al., 2015). En este trabajo entenderemos las normas sociomatemáticas como los “aspectos normativos de las discusiones matemáticas específicas de la actividad matemática de los estudiantes” (Yackel y Cobb, 1996, p. 461). En el ámbito de las FPM el estudio de Çakır y Akkoc (2020) revela la necesidad de negociar normas sociomatemáticas respecto a qué se considera reformular un problema, generar nuevos problemas y cómo evaluar y corregir los problemas formulados. El trabajo de Crespo y Sinclair (2008) evidencia la necesidad de negociar qué se considera como un problema matemáticamente interesante.

Entre todos los aspectos que conforman la gestión de aula, nos centraremos en las demandas matemáticas. Entenderemos demandas matemáticas, por parte de la maestra, como la solicitud de alguna acción que atañe a la actividad

matemática del alumnado, que pretende promover su avance en el proceso de FP. En situaciones donde el alumnado tiene dificultades, mediante solicitudes y/o preguntas la maestra puede dirigir la actividad del alumno hacia un foco matemático general (argumentar, precisar, validar, aportar información, resolver, etc., Lerman, 2010) o vinculado a la propia FPM (modificar un problema, desarrollar el contexto del problema, formular una pregunta, Singer et al., 2013). Estas demandas por lo general son respuesta a alguna intervención o manifestación del alumnado, a las que denominaremos detonantes de la demanda.

Entre los estudios recientes sobre FPM en Educación Infantil centrados en el profesor (Fosse et al., 2020; Martín-Díaz, 2022; Palmer y van Bommel, 2020) solo Martín-Díaz (2022) aborda de manera explícita cuestiones relativas a la gestión de aula. En dicho estudio, modelizan la gestión de aula a través de tres categorías emergentes: (i) etapas en la ejecución de la tarea, relativa a las fases en las que los docentes estructuran la actividad de FPM; (ii) grado de libertad, relativa a lo posibilidad o no de emplear información que no estaba incluida en la configuración inicial de la tarea y; (iii) papel de los dibujos, relativa a su importancia para determinar el tipo de problemas y los elementos empleados por el alumnado.

En la investigación sobre FPM se aprecia escasa concreción, tanto en la etapa de Educación Infantil (Lee, 2021; Palmér y van Bommel, 2020) como, sobre su gestión en un aula (Cai y Hwang, 2020). En este sentido nuestro trabajo pretende contribuir al avance en dicha concreción, en una etapa, además, la Educación Infantil, donde la FPM es escasa en las aulas (Martín-Díaz, 2022).

## METODOLOGÍA

### **Método**

Esta investigación se enmarca en el paradigma interpretativo (Husén, 1988). Dado que el propósito es comprender e interpretar una realidad singular, emplearemos métodos y técnicas de carácter cualitativo (Bassegy, 1999), mediante un estudio basado en un diseño de caso único (Yin, 2009), que considera como unidad de análisis la gestión de aula de una tarea sobre FPM. Atendiendo a los criterios de Stake (1995), estamos ante un estudio de caso intrínseco, orientado a avanzar en la caracterización de la gestión del aula de una maestra que facilita una tarea de FPM, con la finalidad de lograr una mejor comprensión acerca de la praxis relativa a la enseñanza de la FPM en el aula de Educación Infantil. El interés del caso reside en la singularidad de la FPM en dicha etapa educativa.

### **Objetivos de la investigación**

En este trabajo nos centramos en comprender cómo una maestra gestiona una tarea de FPM en un aula de Educación Infantil (4-5 años). Pretendemos describir

con detalle dicha gestión, con el propósito de evidenciar aspectos ligados tanto a la actividad matemática de FPM, como a la idiosincrasia de la etapa educativa.

Para dicha descripción hemos fijado el foco en un aspecto particular de la gestión de la maestra, las demandas matemáticas que establece para favorecer el avance en la tarea. Hemos establecido los siguientes sub-objetivos:

- O1. Describir las demandas matemáticas que realiza una maestra en una clase de infantil sobre FPM
- O2. Identificar las acciones del alumnado que detonan dichas demandas
- O3. Explorar posibles relaciones entre las demandas matemáticas que establece la maestra y las acciones previas del alumnado

Los sub-objetivos señalados nos permitirán avanzar en la caracterización de las demandas matemáticas que establece la maestra para favorecer el avance en la FPM, así como las acciones del alumnado que originan las acciones de la maestra y las relaciones entre ambas. La atención a las demandas, detonantes y sus relaciones pone el foco en cuándo intervenir y cómo.

### **Participantes y contexto**

La gestión de aula que describimos en este artículo implica a una maestra de Educación Infantil, Gema (seudónimo), y a 20 infantes de 4-5 años, pertenecientes al segundo curso del segundo ciclo de Educación Infantil de un colegio público. En el momento del estudio Gema tenía 15 años de experiencia. Su selección como informante descansa en que es un caso revelador con respecto a la enseñanza del contenido matemático seleccionado (Yin, 2009) y, posee un carácter de maestra experta según las cualidades que establece Chi (2011).

Gema fue la tutora de este grupo durante el curso anterior, por lo que, en el momento de la implementación de la tarea, curso académico 2017-2018, ya se había consolidado una dinámica de trabajo y lazos afectivos entre la maestra y el alumnado. El alumnado se había familiarizado con la resolución de problemas durante todo el curso académico anterior y, además, había iniciado un primer acercamiento a la FPM a través de preguntas que invitan a ampliar o modificar un problema resuelto.

### **Descripción de la tarea de formulación de problemas**

La tarea de FPM desarrollada en el aula emplea como punto de partida una ilustración (Figura 1). Una vez distribuido el alumnado en asamblea da comienzo la tarea, recordando Gema las normas básicas de la asamblea y contando una pequeña historia sobre las medallas *Fields* que sirve para introducir y contextualizar la actividad matemática que se va a desarrollar. El mural permanece oculto con una tela, despertando la curiosidad del alumnado. A continuación, se descubre el mural, se presenta la consigna de la actividad y se favorece la identificación y reconocimiento de los elementos del mural. El alumnado espontáneamente expresa los elementos que le llaman la atención o le resultan familiares. Una vez que todos han saciado su necesidad de expresar lo

que ven, comienza la fase de acción. Gema retoma la consigna de la actividad, incidiendo en que el objetivo es crear problemas, y para ello, “hay que inventar una historia relacionada con el mural y buscar una pregunta cuya respuesta no sea evidente y requiera pensar”.



*Figura 1.* Mural proporcionado al alumnado para la formulación de problemas matemáticos

La tarea transcurre durante una hora aproximadamente, implicando más de 700 intervenciones significativas para el estudio de la gestión de aula<sup>1</sup>. Por ello, fijaremos el foco de la presente investigación en un evento que acontece durante la fase de acción, y que denominaremos “El problema de Agustín”. Dicho evento ocurre de manera inesperada cuando Gema ha dado por finalizada la tarea e intenta cerrarla, reconduciendo al alumnado hacia otra actividad. En este fragmento, Agustín expresa su necesidad de contar el problema que ha pensado, iniciándose un proceso interactivo en un contexto de asamblea que concluye con la formulación y resolución de un problema matemático.

### **Recogida, tratamiento y análisis de la información**

Debido a la complejidad que supone estudiar la gestión de aula decidimos emplear la videograbación como instrumento de recogida de información, ya que nos permite recoger tanto datos verbales como visuales de la acción de la maestra

<sup>1</sup> Estas intervenciones suponen todas las que realizan maestra y alumnado, contada cada vez que uno interviene expresando algo, salvo las que no tienen ningún interés en relación con la actividad matemática del aula.

y el alumnado. La sesión que analizamos se diseña por parte de la maestra con el apoyo de un grupo de investigación colaborativa en la que participa junto con profesorado de otros niveles educativos y formadores de Didáctica de la Matemática, entre los que se encuentra uno de los autores de este artículo. Su implementación es observada de forma no participante por los miembros del citado proyecto y grabada en vídeo con una cámara situada al final del aula, intentando alterar lo mínimo el curso de la misma.

El análisis de la información comienza con la transcripción de la videograbación. Las transcripciones se realizaron reproduciendo literalmente las intervenciones de todos los participantes, incluyéndose elementos descriptivos que atienden a aspectos ligados al lenguaje gestual o al tono de voz empleado. Antes de proceder al análisis de la información procedente de la videograbación, hemos seleccionado entre las intervenciones de Gema y el alumnado, la información relevante para nuestro propósito, entendiendo como unidad de información “la unidad de significación que se ha de codificar” siendo “esta de naturaleza y tamaño muy variables” (Bardin, 1986, p. 79). Esto ha permitido constituir 73 unidades de información, 37 ( $G_i$ ) relativas a intervenciones de Gema y 36 relativas a intervenciones de Agustín ( $A_i$ ).

Para llevar a cabo el análisis de los datos, hemos procedido a codificar de modo libre, sin emplear ningún instrumento y sin partir de categorías *a priori*, más que la sensibilización dada por el marco teórico. Esto nos ha permitido construir categorías emergentes y agrupar las acciones en dichas categorías siguiendo un proceso iterativo de codificación en el que se ha empleado el método de comparación constante (Bryman, 2001). El análisis emergente de los datos ha seguido la teoría fundamentada (*Grounded Theory*), método habitual en investigaciones de corte cualitativo (Charmaz, 2008). Durante el proceso de codificación, a través del agrupamiento por unidades de significado, emergieron en primera instancia diferentes categorías e indicadores que fueron refinados durante y tras el posterior análisis (Strauss y Corbin, 1990), siguiendo el enfoque de condensación de significados propuesto por Kvale (1996), que fue validado a través de la triangulación por expertos (Flick, 2007). De este modo, el análisis pormenorizado hasta la primera obtención de categorías fue realizado por el primer autor del artículo, en el marco de su tesis doctoral, y discutido con el segundo autor. A este primer refinamiento siguieron otros dos siguiendo el mismo proceso, con sus correspondientes re-análisis de la información, hasta llegar a 2 categorías (C1-C2), 12 subcategorías (C1-1, C2-6) y 52 indicadores entre las dos categorías (Tabla 1). En este artículo nos vamos a centrar en la subcategoría *Demandas matemáticas*, dentro de la categoría *Gestión del aprendizaje*.

Tabla 1

*Categorías y subcategorías emergentes vinculadas a la gestión del aula matemática durante una tarea de formulación de problemas matemáticos*

Categorías	Subcategorías
C1. Control	C1-1. Normas sociales
	C1-2. Normas relativas al aprendizaje
	C1-3. Objetivos
	C1-4. Monitoreo
	C1-5. Flujo de la clase
C2. Gestión del aprendizaje	C2-1. Normas sociomatemáticas
	C2-2. Demandas matemáticas
	C2-3. Motivación e implicación del alumnado
	C2-4. Gestión del error
	C2-5. Explicación y/o información
	C2-6. Conexiones intra y extra-matemáticas
	C2-7. Recursos

## RESULTADOS

Organizamos los resultados en tres epígrafes, cada uno dando respuesta a cada objetivo planteado. Así, en el primer epígrafe describimos las demandas matemáticas identificadas, en el segundo los detonantes de dichas demandas, y en el tercero presentamos posibles relaciones entre demandas y detonantes.

### **Demandas matemáticas**

El análisis de las acciones de Gema revela que la categoría Demandas Matemáticas (DM) está presente en 26 de las 37 (70,3%) unidades de información relativas a sus intervenciones. Durante la formulación del problema de Agustín, se han evidenciado 9 indicadores emergentes (DM1-DM9) relativos a las demandas matemáticas que Gema establece para favorecer el avance en la formulación del problema. A continuación (Tabla 2), se muestran dichos indicadores, junto al número de intervenciones ( $n_i$ ) en las que se ha identificado esa demanda.

Las cuatro primeras demandas (DM1-DM4) se refieren directamente a la FPM. La primera (DM1) corresponde a solicitar la reformulación de un problema; las dos siguientes se refieren al contexto (DM2) y al requerimiento del problema (DM3); la cuarta (DM4) a resolver el problema tras su formulación.

Las restantes, por su parte, aluden a cuestiones matemáticas generales: la representación de la situación (DM5 y DM7) y la solicitud de argumentaciones y comunicación precisa (DM6, DM8 y DM9).

Tabla 2

*Indicadores emergentes (DM1-DM9) relativos a la categoría Demandas Matemáticas (DM)*

Categorías	$n_i$
DM1. Solicitar la modificación del problema	1
DM2. Solicitar el desarrollo del contexto del problema	13
DM3. Solicitar el planteamiento de una pregunta para el problema	1
DM4. Solicitar la resolución de un problema	3
DM5. Solicitar la representación de un problema	1
DM6. Solicitar argumentación	2
DM7. Solicitar cambio de registro representativo	1
DM8. Solicitar precisión en las respuestas dadas	3
DM9. Solicitar la verificación de una respuesta dada	1

Si nos fijamos en la frecuencia de estas demandas, se puede apreciar cómo la demanda matemática más empleada por Gema para favorecer el avance en la formulación del problema se corresponde con el indicador *Solicitar el desarrollo del contexto del problema* (DM2). Un análisis más detallado de este indicador ha permitido identificar dos descriptores que evidencian acciones de Gema de distinta naturaleza (Tabla 3).

Tabla 3

*Descriptores emergentes (DM2-1 y DM2-2) relativos al indicador DM2*

DM2. Solicitar el desarrollo del contexto del problema	$n_i$
DM2-1. Preguntar al alumnado por información de la historia del problema que no ha sido explicitada/desarrollada/atendida	6
DM2-2. Solicitar el avance en el desarrollo de la historia del problema	7

Con respecto al descriptor DM2-1, las demandas de Gema se orientan a solicitar al alumnado explicitar algún aspecto concreto del contexto del problema con la intención de favorecer el avance en su desarrollo. Ejemplos de este tipo de demanda se pueden observar cuando Gema solicita a Agustín que explicita la acción que realizan los personajes de la historia al entrar en una tienda de ropa (G<sub>247</sub>: “Venga... y ahora qué tiene que hacer”), cuánto cuesta un objeto de una tienda (G<sub>252</sub>: “Y ese cuánto vale”) o cuánto dinero posee un personaje de la

historia (G<sub>254</sub>: “¿Cuánto tiene la mujer?”). Con respecto al descriptor DM2-2, las demandas de Gema se dirigen a invitar al alumnado a proseguir con el desarrollo del contexto del problema, sin establecer ningún tipo de ayuda (G<sub>245</sub>: “Venga y ahora qué pasa”).

A continuación, se muestra una parte del diálogo con la finalidad de ilustrar la diferencia entre los descriptores DM2-1 y DM2-2 (A se refiere a un/a alumno/a y G a Gema):

A<sub>236</sub>: Quiere ir... [Silencio: 4 segundos]

G<sub>236</sub>: ¿Quiere ir a...?

A<sub>237</sub>: A comprar ropa

G<sub>237</sub>: A comprar ropa, muy bien... sigue

A<sub>238</sub>: Y no hay

G<sub>238</sub>: Y no hay qué

A<sub>239</sub>: No hay ropa

A través del diálogo se evidencia que mediante la intervención G<sub>236</sub>, Gema establece una ayuda para que Agustín continúe con el desarrollo del contexto del problema, completando la acción que realizan los personajes mediante la solicitud del lugar que da sentido a la acción (DM2-1). Mientras que mediante la intervención G<sub>237</sub> únicamente devuelve a Agustín la responsabilidad de continuar con el desarrollo del contexto del problema mediante una invitación (DM2-2).

### **Acciones del alumnado que detonan la acción de Gema**

El análisis de las acciones del alumnado efectuado sobre las unidades de información en las que se evidencian indicadores relativos a DM1-DM9, han permitido la identificación de 7 indicadores emergentes (D1-D7) ligado a la acción previa del alumnado que detona la acción docente. A continuación (Tabla 4), se presentan dichos indicadores junto al número de intervenciones ( $n_i$ ) en las que se ha identificado dicha acción.

Los cuatro primeros indicadores (D1-D4) se refieren directamente a la dificultad que el alumnado presenta durante el proceso de formulación del problema. El primer indicador (D1) corresponde con momentos específicos durante el desarrollo del contexto, donde el alumnado se expresa despacio y con dificultad y/o permanece en silencio; el segundo (D2) se relaciona con momentos en los que el alumnado produce un avance en el desarrollo del contexto y/o pregunta, pero el contexto sigue estando incompleto; el tercero (D3) hace referencia a situaciones en las que el alumnado orienta el desarrollo del contexto o la pregunta hacia la formulación de un problema no matemático; y el cuarto (D4) acontece cuando el alumnado emplea, durante la formulación del problema, información discordante con la que proporciona el mural. Los restantes indicadores, por su parte, aluden a cuestiones más generales, como discrepar de

la aportación de la maestra porque no coincide con sus intereses o gustos (D5), dar una respuesta contradictoria o poco comprensible (D6), o responder correctamente a una pregunta de la maestra (D7).

Tabla 4

*Indicadores emergentes relativos a la acción del alumno (D1-D7) que detona la acción docente (DM1-DM9)*

Acción previa del alumnado	$n_i$
D1. El alumnado tiene dificultades para proseguir con el desarrollo del contexto del problema	3
D2. La respuesta del alumnado es insuficiente o ineficaz	9
D3. La respuesta del alumnado se orienta hacia la formulación de un problema no matemático	6
D4. La respuesta del alumnado es incorrecta	1
D5. El alumnado no está conforme con la respuesta/aportación de la maestra	2
D6. La respuesta del alumnado no ha sido comprensible para la maestra	4
D7. La respuesta del alumnado es correcta	3

Se puede apreciar cómo las acciones del alumnado con mayor frecuencia de aparición se corresponden con los indicadores D2 y D3.

Con respecto al indicador D2, cuatro de las nueve unidades de información, están vinculadas con la incompletitud del contexto del problema, en las que el alumnado proporciona un avance parcial en el desarrollo del contexto (Tabla 5).

Tabla 5

*Unidades de información relativas al indicador (D2) relacionadas con la incompletitud del contexto del problema*

Acción previa del alumnado	Interpretación
<i>A<sub>235</sub>: “Una mujer con un perro...”</i> [Silencio: 3s]	Agustín comienza el desarrollo del contexto del problema, identifica los personajes de su historia, pero no aporta más elementos del contexto
<i>A<sub>236</sub>: “Quiere ir...”</i> [Silencio: 4s]	Agustín avanza en el desarrollo del contexto del problema, identificando parcialmente la acción de los personajes, pero no indica de manera completa la acción que realizan
<i>A<sub>237</sub>: “A comprar ropa”</i>	Agustín avanza en el desarrollo del contexto del problema, delimitando la acción que realizan los personajes, pero el contexto sigue incompleto
<i>A<sub>245</sub>: “Ese”</i>	Agustín señala el chaleco que la mujer quiere

Tabla 5

*Unidades de información relativas al indicador (D2) relacionadas con la incompletitud del contexto del problema*

Acción previa del alumnado	Interpretación
	comprar en el mural, el contexto sigue estando incompleto

En menor medida, en una unidad de información, además de la incompletitud del contexto se observa dificultad en relación con la formulación de una pregunta.

*A*<sub>241</sub>: Comprar ropa

*G*<sub>241</sub>: Comprar ropa... y qué le pasa

*A*<sub>242</sub>: ¿Cuál quiere comprar?

A través del diálogo se evidencia que, aunque Agustín formula una pregunta (*A*<sub>242</sub>) que guarda relación con la historia, el contexto sigue estando incompleto, faltan datos y una pregunta que establezca una demanda matemática que exija pensar.

Mientras que las restantes unidades de información se refieren a dificultades de precisión, como, por ejemplo, expresar una cantidad de medida sin especificar que se está cuantificando (*A*<sub>238</sub>: “Y no hay”), o realizar una estimación sensorial sobre una cantidad de dinero sin cuantificar (*A*<sub>265</sub>: “Mucho”).

Con respecto al indicador D3, cinco de las seis unidades de información identificadas están vinculadas a intervenciones en las que el avance en el desarrollo del contexto del problema de Agustín se orienta hacia situaciones no matemáticas. Las intervenciones Agustín evidencian una prevalencia de su noción de problema personal con respecto a la noción de problema matemático, aún incipiente. La Tabla 6 muestra distintas formulaciones parciales del problema que ilustran cómo la formulación se orienta hacia situaciones no matemáticas, vinculadas a circunstancias en la que la dificultad u obstáculo impide la consecución de lo pretendido.

Tabla 6

*Formulaciones parciales del problema de Agustín orientadas hacia situaciones no matemáticas (D3)*

Acción previa del alumnado	Interpretación
“Una mujer con un perro quiere ir a comprar ropa y no hay”	Para Agustín, querer ir a comprar ropa y que no haya representa un problema. En sus intervenciones ( <i>A</i> <sub>239</sub> : “No hay ropa” y <i>A</i> <sub>240</sub> : “Que la mujer no puede comprar porque no hay ropa”) se evidencia que su noción de problema está ligada a circunstancias que dificultan o

Tabla 6

*Formulaciones parciales del problema de Agustín orientadas hacia situaciones no matemáticas (D3)*

Acción previa del alumnado	Interpretación
	imposibilitan la consecución de un fin.
“Una mujer con un perro quiere ir a comprar ropa. ¿Cuál quiere comprar?”	Para Agustín, ir a comprar ropa y tener que elegir ropa que le guste representa un problema. En su intervención ( $A_{242}$ : “¿Cuál quiere comprar?”) se evidencia que su noción de problema está ligada a circunstancias que dificultan o imposibilitan la consecución de un fin.
“Una mujer con un perro quiere ir a comprar ropa, quiere comprar un chaleco, pero [la dependienta] no le deja”	Para Agustín ir a comprar ropa y que la dependienta no quiera vender ropa representa un problema. En su intervención ( $A_{246}$ : “Que no le deja”) se evidencia que su noción de problema está ligada a circunstancias que dificultan o imposibilitan la consecución de un fin.
“Una mujer con un perro quiere ir a comprar ropa, quiere comprar un chaleco, pero no le gusta”	Para Agustín, querer ir a comprar ropa y que no haya ropa que le guste representa un problema. En su intervención ( $A_{248}$ : “Que no le gusta”) se evidencia que su noción de problema está ligada a circunstancias que dificultan o imposibilitan la consecución de un fin.

Aunque Gema articula habitualmente su práctica docente alrededor de la resolución de problemas, la presente tarea representa la primera aproximación del alumnado a los procesos de formulación a partir de una situación dada. La noción de problema que Agustín ha construido mediante su experiencia vital emerge.

### **Relaciones entre las demandas matemática y la acción previa del alumnado**

Todas las acciones de la maestra vinculadas a los indicadores DM1-DM9 surgen como respuesta a una acción previa del alumno (D1-D7). A continuación (Figura 2), se muestran las relaciones evidenciadas entre las acciones de la maestra y las acciones del alumnado que detonan su intervención.

Como se puede observar, las relaciones que se establecen con mayor frecuencia son las que implican las acciones docentes DM2-1 y DM2-2 y las acciones del alumnado D1-D6. Para el caso de DM2-1, resulta significativo que hay evidencias de esta acción de la maestra como respuesta a todas las acciones del alumnado excepto cuando su respuesta es correcta (D7). Mientras que para el caso de DM2-2, hay evidencias de relaciones con cuatro de las acciones del alumnado (D1, D2, D3 y D5). A continuación (Tablas 7, 8 y 9), se describen las relaciones más significativas.



Tabla 7

*Relaciones entre las demandas matemáticas (DM2-1 y DM2-2) y las acciones previas del alumno que manifiestan dificultad durante el proceso de formulación del problema (D1-D2)*

Acción previa del alumnado	Demandas Matemáticas
<p>quieren comprar los personajes (A<sub>245</sub>: “Ese”).</p> <p>Cuando la respuesta del alumno es insuficiente o ineficaz (D2), y su intervención supone un avance parcial en el desarrollo del contexto del problema, como, por ejemplo, no indicar de manera completa la acción que realizan los personajes (A<sub>236</sub>: “Quiere ir ...”), y además se evidencia una dificultad para proseguir con su intervención (D1) y el alumno permanece en silencio.</p>	<p>La maestra en primera instancia otorga un tiempo de espera (3-5 segundos) y, a continuación, establece una ayuda, a través de una pregunta, para favorecer el avance en el desarrollo del contexto, como, por ejemplo, solicitar al alumno que explicita el lugar donde acontece la acción que realizan los personajes (G<sub>236</sub>: “Quiere ir a...”) (DM2-1)</p>

Tabla 8

*Relaciones entre las demandas matemáticas (DM2-1 y DM2-2) y las acciones previas del alumno que manifiestan dificultad durante el proceso de formulación del problema (D2-D3)*

Acción previa del alumnado	Demandas Matemáticas
<p>Cuando su respuesta es insuficiente e ineficaz (D2), y a la incompletitud del contexto se suma la dificultad para elaborar la pregunta del problema. Por ejemplo, establecer una pregunta que no supone un problema matemático (D3) (A<sub>242</sub>: “¿Cuál quiere comprar?”).</p>	<p>La maestra reorienta el problema hacia una situación matemática de compraventa (G<sub>242</sub>: “Pues yo digo que va a comprar... dos chalecos”) y formula una pregunta (G<sub>242</sub>: “Y qué le pasa”) invitando al alumno a proseguir con el desarrollo del contexto del problema (DM2-2).</p>
<p>Cuando orienta la formulación del problema hacia situaciones no matemáticas (D3), y en su avance parcial del contexto se evidencia falta de precisión en su respuesta (D2) (A<sub>238</sub>: “Y no hay”).</p>	<p>La maestra solicita precisión en la respuesta (DM8), invitando al alumno a completar el contexto del problema, explicitando el elemento que ha cuantificado (DM2-1) (G<sub>238</sub>: “Y no hay qué”).</p>
<p>Cuando el alumno continúa orientando la formulación del problema hacia situaciones no matemáticas (D3) de forma reiterada (A<sub>246</sub>: “Que no le deja...” o A<sub>248</sub>:</p>	<p>La maestra emplea distintas estrategias para reorientar el problema hacia situaciones matemáticas. En primera instancia trata de aportar información o</p>

Tabla 8

*Relaciones entre las demandas matemáticas (DM2-1 y DM2-2) y las acciones previas del alumno que manifiestan dificultad durante el proceso de formulación del problema (D2-D3)*

Acción previa del alumnado	Demandas Matemáticas
“Que no le gusta”).	argumentos para deshacer las circunstancias que dificultan o imposibilitan la consecución de la compraventa. Como, por ejemplo, apoyarse en la lógica de las situaciones de compraventa (G <sub>246</sub> : “Si le deja... ella quiere vender”), o resolviendo la insatisfacción del comprador (G <sub>248</sub> : “Venga pues que compre solo la gorra”). En segunda instancia, establece preguntas para favorecer el avance en el desarrollo del contexto (DM2-1), solicitando al alumno que explicita las acciones (G <sub>246</sub> : “Venga y qué tiene que hacer ahora”) o invita al alumno a proseguir con el desarrollo del contexto (DM2-2) (G <sub>248</sub> : “Venga y ahora qué pasa”).

Tabla 9

*Relaciones entre las demandas matemáticas (DM2-1 y DM2-2) y las acciones previas del alumno que manifiestan dificultad durante el proceso de formulación del problema (D3-D4)*

Acción previa del alumnado	Demandas matemáticas
Cuando el alumno orienta la formulación del problema hacia situaciones no matemáticas (D3) (A <sub>239</sub> : “No hay ropa”) y su respuesta es precisa.	La maestra solicita al alumno que formule la pregunta del problema (DM3) (G <sub>239</sub> : “¿Y cuál es tu pregunta?”).
<i>Cuando el alumno orienta la formulación del problema hacia situaciones no matemáticas (D3) (A<sub>240</sub>: “Que la mujer no puede comprar porque no hay ropa”) y su respuesta es incorrecta (D4), porque contradice la información proporcionada por el mural.</i>	<i>La maestra contrargumenta la respuesta del alumno apoyándose en el mural (G<sub>240</sub>: “mira en la tienda de aquí si hay ropa”) y, solicita al alumno explicitar la acción (DM2-1) (G<sub>240</sub>: “¿Y qué hace allí?”).</i>

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Atendiendo a las demandas matemáticas que establece, la gestión de la maestra se centra en promover el desarrollo del contexto del problema, animando su avance o preguntando explícitamente por información sobre algún aspecto del contexto (Martín-Díaz, 2022). A través de ambas intervenciones, la maestra promueve un ambiente de aula positivo para la FPM, generando un clima de seguridad, respecto y apoyo, devolviendo la responsabilidad de la formulación de los problemas al alumnado desde la confianza en sus capacidades (Li et al., 2022). Sus ayudas, generalmente a través de preguntas, acontecen cuando el alumnado no puede avanzar por sí mismo. En su mayoría estas intervenciones vienen motivadas por la detección de dificultades en el alumnado para la determinación de dicho contexto, en parte por su noción de problema. En este sentido se observa cómo la gestión en el aula de Infantil de la FPM debe considerar, por una parte, que para el alumnado de este nivel un problema está asociado a su significado natural (dificultad u obstáculo que impide conseguir lo pretendido), y, por otra, sus dificultades de expresión y precisión.

El tratamiento de la FPM a través de una situación no estructurada (Baumanns y Rott, 2022), el empleo de un mural de carácter realista para proporcionar los datos y el contexto, junto al empleo de una consigna libre (“*free prompt*”) (Cai y Hwang, 2022, 2023), puede haber potenciado en mayor medida que emerja la concepción personal del alumnado sobre la noción de problema. Esto puede ser beneficioso de cara a que se desarrolle la capacidad de los alumnos para formular problemas junto con su noción de problema (que parecen indisolubles).

Un resultado que nos parece destacable es cómo a través de la formulación de problemas los niños de este nivel desarrollan su concepción sobre qué es un problema matemático y, por tanto, la gestión de aula implica el establecimiento de normas sociomatemáticas sobre qué es un problema matemático. Esta norma sociomatemática no ha sido recogida en los estudios sobre FPM (Çakır y Akkoç, 2020; Crespo y Sinclair, 2008) en otros niveles educativos. En este caso, la noción de problema quedó institucionalizado como “una historia y una pregunta que nos obliga a pensar”. Esta noción de problema coincide con la acuñada en la investigación en Educación Matemática, recogiendo la característica de reto o tarea no rutinaria (Charnay, 2002) y destacando dos de los elementos estructurales de Malaspina (2021): el contexto y el requerimiento.

En los datos analizados la concreción del contexto del problema recibe más atención que la formulación del requerimiento. Nos preguntamos si esto se debe, más que a que lo primero sea más problemático para los estudiantes, a que la maestra vio necesario terminar con la tarea. En este sentido, se aprecian algunas dificultades de los estudiantes con la determinación del requerimiento del problema; porque su concepción de problema hace que no sea necesaria una pregunta (“Una mujer con un perro quiere ir a comprar ropa y no hay”); porque

la pregunta no establece una demanda matemática, lo que puede estar también relacionado con su concepción de problema (“Una mujer con un perro quiere ir a comprar ropa. ¿Cuál quiere comprar?”); o porque la pregunta no guarda relación con el contexto. Estas dificultades son esperables, dado que establecer el requerimiento supone identificar relaciones lógicas y matemáticas, percibiendo la situación dentro de un entorno matemático (Malaspina, 2021). La segunda dificultad ha sido evidenciada tanto en el estudio de Martín-Díaz (2022), como en el estudio de Ayllón et al. (2010) con alumnos del primer curso de Primaria, en los que se concluye que el conocimiento informal del alumnado no considera necesario emplear datos numéricos ni en el problema formulado ni en su resolución. Por tanto, el requerimiento del problema puede responder a una lógica natural y su solución puede ser inventada.

Se aprecia la escasa atención que se ha prestado en nuestro caso a la resolución de los problemas formulados. Esto es coherente con situar el problema como objeto central de la actividad matemática y no sólo su resolución, lo que es central para abordar la enseñanza de la formulación de problemas (Ellerton et al., 2015). Al igual que en el estudio de Martín-Díaz (2022), parece claro que para la maestra la finalidad de la sesión es la formulación de problemas, de la mano de la propia noción de problema matemático.

Nuestra investigación muestra tanto la complejidad como la viabilidad de la actividad de formulación de problemas en Educación Infantil (Fosse et al., 2020; Martín-Díaz, 2022; Pálmer y van Bommel, 2020), aportando, además, luz sobre posibles dificultades esperables y posibilidades en su gestión por parte de los maestros. En ese sentido, consideramos que puede ser de interés tanto para maestros como en su formación.

El hecho de haber centrado el análisis en un fragmento de una lección ha posibilitado, por un lado, el detalle en el mismo que ha permitido la emergencia de las categorías e indicadores propuestos y, a su vez, puede ser considerada una limitación que invita a que estas categorías/subcategorías/indicadores sean usadas y contrastadas en otras investigaciones sobre la formulación de problemas en Educación Infantil.

Finalmente, la forma en la que distintas gestiones de aula impactan en la eficacia de las tareas de FPM es un punto clave que necesita más estudio y, por tanto, cuestiones como, ¿qué estrategias docentes favorecen la implicación y el desempeño del alumnado en la FPM? ¿cómo favorecer un clima de aula enriquecido para la FPM? ¿qué normas sociomatemáticas favorecen un clima de aula propicio para la FPM? ¿cómo aproximar dichas normas al alumnado de Educación Infantil?, requieren ser atendidas en futuros estudios. Nuestra experiencia en esta investigación sugiere que las tareas de FPM también son potencialmente interesantes para revelar información útil sobre el pensamiento del alumnado; en este sentido, consideramos que podría ser fructífero ahondar en la noción de problema informal que posee el alumnado de Educación Infantil. ¿Constituye la noción de problema un obstáculo epistemológico para el

desarrollo de la noción de problema matemático? ¿Cuál es el valor añadido que los procesos de FPM aportan a la comprensión de la noción de problema matemático? Todas estas cuestiones requieren ser abordadas en futuras investigaciones empíricas.

## AGRADECIMIENTOS

A los equipos de los grupos de investigación DESYM (HUM-168) y DPD (HUM-462), los proyectos PID2021-122180OB-I00 del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del Gobierno de España, y al Centro de Investigación COIDESO de la Universidad de Huelva.

## REFERENCIAS

- Aktaş, M. C. (2022). Problem-posing research in mathematics education: A bibliometric analysis. *Journal of Pedagogical Research*, 6(4), 217-233. <https://doi.org/10.33902/JPR.202217414>
- Ayllón, M. F., Castro, E. y Molina, M. (2010). Conocimiento aritmético informal puesto de manifiesto por una pareja de alumnos (6-7 años) sobre la invención y resolución de problemas. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 223-233). SEIEM.
- Bardin, L. (1986). *El Análisis del Contenido*. Akal.
- Baumanns, L. y Rott B. (2020). Rethinking problem-posing situations: A review. *Investigations in Mathematics Learning* 13(2), 59-76. <https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1841501>
- Baumanns, L. y Rott, B. (2022). Developing a framework for characterising problem-posing activities: a review. *Research in Mathematics Education*, 24(1), 28-50. <https://doi.org/10.1080/14794802.2021.1897036>
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Open University Press.
- Brown, S. I. y Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing* (3rd edition). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Bryman, A. (2001). *Social Research Methods*. Oxford University Press.
- Cai, J. (2022). What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. *Éducation & didactique*, 16(3), 31-50. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.10642>
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L. y Song, N. (2019). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, 102, 101404. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004>

- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. y Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. En F. M. Singer, N. Ellerton y J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 3-34). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_1)
- Cai, J. y Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>
- Cai, J. y Hwang, S. (2022). Seeing Algebra in Arithmetic Through Mathematical Problem Posing. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 32(3), 309-329. <https://doi.org/10.29275/jerm.2022.32.3.309>
- Cai, J. y Hwang, S. (2023). Making Mathematics Challenging Through Problem Posing in the Classroom. En R. Leikin (Ed.), *Mathematical Challenges for All* (pp. 115-145). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-18868-8\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-031-18868-8_7)
- Cai, J., Koichu, B., Rott, B., Zazkis, R. y Jiang, C. (2022). Mathematical problem posing: tasks variables, processes, and products. En C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, y N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1)* (pp. 119-145). PME.
- Çakır, A. y Akkoc, H. (2020). Examining socio-mathematical norms related to problem posing: A case of gifted and talented mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 19-34. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09965-0>
- Carmona-Medeiro, E. y Cardeñoso, J. M. (2021). Social interaction: A crucial means to promote sustainability in initial teacher training. *Sustainability*, 13(15), 8666. <https://doi.org/10.3390/su13158666>
- Carrillo, J. y Cruz, J. (2016). Problem-Posing and Questioning: Two Tools to Help Solve Problems. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advance and new perspectives* (pp. 23-36). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3>
- Charmaz, K. (2008). Reconstructing Grounded Theory. En P. Alasuutari, L. Bickman y J. Brannen (Eds.). *The Sage Handbook of Social Research Methods* (pp. 447-460). SAGE.
- Charnay, R. (2002). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Saiz (Eds.), *Didáctica de matemáticas: Aportes y reflexiones* (pp. 51-63). Paidós.
- Chi, M. (2011). Theoretical Perspectives, Methodological Approaches, and Trends in the Study of Expertise. En Y. Li y G. Kaiser (Eds.), *Expertise in mathematics instruction* (pp.17-39). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7707-6\\_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7707-6_2)
- Crespo, S. y Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of*

- Mathematics Teacher Education*, 11(5), 395-415. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9081-0>
- Decreto 100/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, núm. 90 (2023).
- Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problems—A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261-271. <https://doi.org/10.1007/BF00305073>
- Ellerton, N. F., Singer, F. M. y Cai, J. (2015). Problem Posing in Mathematics: Reflecting on the Past, Energizing the Present, and Foreshadowing the Future. En F. M. Singer, N. Ellerton y J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 547-556). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3\\_26](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_26)
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa* (2ª ed.). Morata.
- Fosse, T., Lange, T. y Meaney, T. (2020). Kindergarten Teachers' Stories About Young Children's Problem Posing and Problem Solving. En M. Carlsen, I. Erfjord y P. S. Hundeland (Eds.), *Mathematics Education in the Early Years* (pp. 351-368). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5_21)
- Font, V. (2008). Enseñanza de la Matemática. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 21-62). Pontificia Universidad Católica del Perú
- García-García, F. J., Quesada-Armenteros, A., Romero, M. y Abril, A. M. (2019). Promover la indagación en matemáticas y ciencias: desarrollo profesional docente en primaria y secundaria. *Educación XXI*, 22(2), 335-359. <https://doi.org/10.5944/educXXI.23513>
- Godino, J. D., Batanero, C., Cañadas, G. R. y Contreras, J. M. (2015). Articulación de la indagación y transmisión de conocimientos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En B. D'Amore y M. I. Fandiño-Pinilla (Eds.), *Congreso Internacional Didáctica de la Matemática. Una mirada internacional empírica y teórica* (pp. 249-269). Universidad de la Sabana.
- Husén, T. (1988). Paradigmas de la investigación en educación: un informe del estado de la cuestión. En I. Dendaluce (Ed.), *Aspectos metodológicos de la investigación cualitativa* (pp. 46-59). Narcea.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An Introduction to Qualitative Research Interviewing*. SAGE Publications.
- Lee, SY. (2021). Research Status of Mathematical Problem Posing in Mathematics Education Journals. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(8), 1677-1693. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10128-z>

- Lee, Y., Capraro, R. y Capraro, M. (2018). Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge in Problem Posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2). <https://doi.org/10.12973/iejme/2698>
- Lerman, S. (2010). Theories of mathematics education: Is plurality a problem? En B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education* (pp. 99-109). Springer.
- Lester, F. y Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 117-135). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_8)
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103-116. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9436-4>
- Leikin, R. y Elgrably, H. (2019). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101424. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.002>
- Li, X., Sun, X. y Cai, J. (2022). Integrating problem posing into the mathematics classroom: current advances and future directions of research. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 48(1). <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2022.101213>
- Malaspina, U. (2021). Creación de problemas y de juegos para el aprendizaje de las matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 10(1), 1-17. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2021.1-17>
- Martín-Díaz, J. P. (2022). *Conocimiento especializado del profesor de matemáticas en contextos de formulación de problemas* [Tesis doctoral]. Universidad de Huelva, España.
- Mason, J. (2016). When Is a Problem...? "When" Is Actually the Problem! En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advance and new perspectives* (pp. 263-286). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_16)
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. SAEM Thales.
- Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, núm. 104 (2023).
- Palmér, H. y van Bommel, J. (2020). Young students posing problem-solving tasks: what does posing a similar task imply to students? *ZDM Mathematics Education*, 52, 743-752. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01129-x>
- Polya, G. (1985). *How to solve it* (2ª ed.). Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 157-162. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9477-3>
- Silver, E. A. y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539. <https://doi.org/10.2307/749846>
- Singer, F. M., Ellerton, N. y Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1-7. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2>
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Sage Publications.
- Stoyanova, E. y Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. En P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Strauss, A. L. y Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research: Grounded Theory Procedures and Techniques*. SAGE Publications.
- Weber, K. y Leikin, R. (2016). Recent advances in research on problem solving and problem posing. En A. Gutiérrez, G. Leder y P. Boero (Eds.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 353-382). Sense Publishers
- Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. <https://doi.org/10.2307/749877>
- Yin, R. K. (2009). *Case study research. Design and methods* (4.<sup>a</sup> ed.). SAGE Publications.

Enrique Carmona Medeiro  
Universidad de Cádiz, España  
enrique.carmona@uca.es

Nuria Climent Rodríguez  
Universidad de Huelva, España  
climent@ddcc.uhu.es

Recibido: junio de 2023. Aceptado: diciembre de 2023

doi: 10.30827/pna.v19i1.28408



ISSN: 1887-3987

## MATHEMATICAL DEMANDS FOR DEVELOPING PROBLEM FORMULATION IN EARLY CHILDHOOD EDUCATION

Enrique Carmona Medeiro and Nuria Climent Rodríguez

While the potential of problem formulation for mathematical learning is recognised, more research is needed on its implementation in the classroom. We start from the characteristics and structure of a mathematical problem. Among its characteristics we highlight the need for there to be a difficulty for the solver that he/she feels the need to overcome, and in relation to its structure we differentiate between information, context, requirement and mathematical environment. The integration of mathematical problem posing in the classroom implies a profound change in the roles of teachers and students, and that the teacher gives the problem, and not only its resolution, a central role.

We focus on situations in which students formulate problems based on a given situation before solving it, using a realistic mural as a trigger.

We intend to explore when and how an expert teacher intervenes during a problem posing session in Early Childhood Education, by means of an intrinsic case study. The interest of the case lies in the singularity of the formulation of mathematical problems in this educational stage. In order to specify our objective, we describe the mathematical demands made by the teacher, identify the triggers of these demands and explore possible relationships between the two. The data were collected by videotaping the session and then transcribed and analysed by means of emergent categorisation.

As results of the analysis, we found that the teacher's management focuses on promoting the development of the context of the problem, motivated by the detection of difficulties in the students to determine it, partly because of their notion of problem. The development of the notion of problem is shown to be inseparable from the formulation process. The fact that in the formulation of problems the starting point was an unstructured situation given by a realistic mural may have favoured the emergence of pupils' conceptions of the notion of problem. In the data analysed, the concreteness of the context of the problem receives more attention than the formulation of the requirement; however, difficulties are observed in the students in relation to the determination of the requirement. Our study provides possible categories of analysis for further research and leaves other questions open, such as whether the notion of problem constitutes an epistemological obstacle to the development of the notion of mathematical problem at this stage.