

DIVERSIDAD DE ACEPCIONES DE ARGUMENTO: NECESIDAD DE LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Leonor Camargo, Patricia Perry, Óscar Molina, Carmen Samper y Claudia Vargas

Presentamos un análisis sobre cómo futuros profesores de secundaria identifican sus propios argumentos al resolver un problema geométrico de conjeturación. Dicho análisis, basado en nuestra propuesta conceptual de argumento, dio lugar a una codificación emergente que reveló diversas acepciones de argumento, diferenciadas por su intención comunicativa: descripción, relato y enunciación (de conjeturas o normas del trabajo matemático). Esto indica que prácticas como reconocer la naturaleza discursiva, expositiva y justificativa de un argumento, identificar sus elementos constitutivos o establecer relaciones funcionales entre ellos requieren una formación especializada incluso en ambientes de aprendizaje matemático que promueven la argumentación.

Palabras clave: Acepciones de argumento; Argumento matemático; Docente de matemáticas; Geometría; Problema de conjeturación

Diversity of meanings of argument: need the need of teacher training

We present an analysis of how prospective mathematics teachers identify their own arguments to solve a geometric conjecture problem. This analysis, based on our conceptual proposal of argument, resulted in an emergent coding that revealed diverse meanings of argument. These are differentiated by their communicative intent, which includes description, narration and enunciation of conjectures or rules of mathematical work. The results indicate that practices such as recognising the nature of an argument, identifying its constituent elements and establishing functional relationships between arguments require specialised training even in learning environments that promote argumentation.

Keywords: Conjecture problem; Geometry; Mathematical argument; Mathematics teacher; Meanings of argument

Camargo, L., Perry, P., Molina, Ó., Samper, C. y Vargas, C. (2024). Diversidad de acepciones de argumento: necesidad de la formación de profesores. *PNA* 18(3), 313-338. <http://doi.org/10.30827/pna.v18i3.26749>

Diversidade de significados de argumentação: a necessidade de formação de professores

Apresentamos uma análise do modo como os futuros professores de matemática identificam os seus próprios argumentos para resolver um problema de conjectura geométrica. Esta análise, baseada na nossa proposta concetual de argumento, resultou numa codificação emergente que revelou diversos significados de argumento. Estes são diferenciados pela sua intenção comunicativa, que inclui a descrição, a narração e a enunciação de conjecturas ou regras do trabalho matemático. Os resultados indicam que práticas como o reconhecimento da natureza de um argumento, a identificação dos seus elementos constituintes e o estabelecimento de relações funcionais entre argumentos requerem uma formação especializada, mesmo em ambientes de aprendizagem que promovam a argumentação.

Palavras-chave: Argumento matemático; Geometria; Problema de conjectura; Professor de matemática; Significado de argumento

Desde hace más de dos décadas, los Lineamientos Curriculares de nuestro país, Colombia, plantearon la necesidad de que el profesor de matemáticas establezca en su clase un ambiente propicio para que todos los estudiantes “[a]dquieran seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas” (Ministerio de Educación Nacional, MEN, 1998, p. 75). Por su parte, los “Estándares básicos de competencias en matemáticas” (MEN, 2006), aún vigentes, reconocen el razonamiento como uno de los procesos generales que concreta el significado de ser “matemáticamente competente” y mencionan a grandes rasgos cómo se desarrolla en la escuela con la intervención del profesor:

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. [...] En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones. (p. 54)

En los dos documentos mencionados, consideramos que subyace la idea de que el profesor es el agente responsable de generar ambientes de aula que favorezcan el razonamiento y el surgimiento de argumentos matemáticos. Esto le pone un gran reto al profesor. Enfrentar, como profesional, el reto de enseñar a argumentar le

exige al profesor un conocimiento (de tipo didáctico matemático) que le permita diferenciar la argumentación de otros tipos de razonamiento valiéndose, por ejemplo, de la estructura funcional de un argumento (Ayalon y Nama, 2023; McNeill y Knight, 2013); lo lleve a reconocer la ambigüedad del discurso cotidiano sobre la argumentación en contraste con la precisión del lenguaje matemático (Durand-Guerrier et al., 2012); y le posibilite diseñar, proponer, gestionar y evaluar, de manera informada, tareas matemáticas que promuevan la argumentación y la explicitación de argumentos por parte de los estudiantes (Ayalon y Nama, 2023; Baker, 2009). Respecto a las tareas que tienen potencial para promover la argumentación, identificar atributos y rasgos que permitan tipificarlas es también un componente del conocimiento que ha de tener un profesor (Ayalon y Hershkowitz, 2018; Stylianides y Ball, 2008).

Las directrices curriculares no hacen planteamientos explícitos que diferencien y relacionen argumentación y razonamiento ni que caractericen un argumento matemático; tampoco se enfocan en cómo diseñar tareas para promover la producción de argumentos. Para llenar este vacío es pertinente seguir la recomendación de los Lineamientos de hacer de la formación de profesores el espacio óptimo para llevar a cabo reflexiones sobre las exigencias planteadas en ellos (MEN, 1998, p. 98). Esta recomendación consueña con lo que señalan Alfaro et al. (2020), Ayalon (2019), Boero et al. (2018), De Sá Ibraim y Justi (2016) y Zohar (2008): los constructos razonamiento y argumento deberían ser objetos de estudio en los programas de formación de profesores. El conocimiento en cuestión incluye, entre otras cosas, una conceptualización de argumento, los elementos que conforman (o estructuran) un argumento, los rasgos que caracterizan un argumento matemático, los tipos de argumento que se pueden distinguir según la inferencia hecha, y maneras para reconocer y reconstruir argumentos a partir de un intercambio verbal en el aula.

En nuestras clases de geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, en la que se forman futuros profesores de matemáticas para la educación básica secundaria y media, hemos procurado darles la oportunidad de argumentar. Pero, aunque nuestro ejercicio investigativo se ubica en la línea de argumentación y prueba, fue una revisión al currículo, en 2019, y a nuestras prácticas de enseñanza en los cursos de geometría del programa, lo que nos llevó a reconocer que en su experiencia académica había una distancia considerable entre vivir un ambiente que propicia la argumentación y la explicitación de argumentos, y reflexionar sobre qué es argumentación y argumento. Tal reconocimiento está en consonancia con la idea de que, aunque la experiencia es imprescindible en y para el aprendizaje, no es suficiente: otro requisito es la tematización del contenido junto con la respectiva reflexión (Mason, 2015). En particular, nos fue evidente que no habíamos considerado cómo tratar con cierta especialidad aspectos del conocimiento sobre argumentación y argumento.

En consecuencia, reconocimos una carencia en la línea de geometría de nuestro programa de formación inicial y empezamos a atenderla con una investigación de diseño, desarrollada entre 2020 y 2023 (DMA 518-20, 587-22, 615-23). Tal investigación nos condujo a proponer y probar una vía de enseñanza para la formación de futuros profesores, inspirada en parte en las ideas de Boero et al. (2018) y Ayalon (2019), quienes adoptan una perspectiva sociocultural discursiva de la argumentación. La vía propuesta tiene como punto de partida la identificación que hacen los futuros profesores de sus argumentos producidos en una interacción comunicativa en la que resuelven un problema de geometría que pide formular una conjetura y proponer cómo demostrarla; sigue con la explicitación del conocimiento idiosincrático sobre argumento que ellos exhiben; pasa luego por el estudio autónomo de material bibliográfico sobre argumento y tipos de argumento según la inferencia que se hace, y por la identificación de argumentos en transcripciones de interacciones comunicativas; termina con el estudio de asuntos relevantes para el diseño de tareas de argumentación y explicitación de argumentos, asuntos entre los que están una conceptualización de tarea, de tarea de aprendizaje y de tareas de argumentación; una especificación de tipos de tareas, y tipos de problemas; y aspectos relativos a la gestión de estos en el aula.

Las producciones de los futuros profesores en las que identificaron los *argumentos* producidos por ellos al resolver un problema geométrico de conjeturación, en una experimentación inicial de la propuesta de formación con un grupo de 20 (futuros profesores con edades de 19 a 21 años), son muy diversas, como veremos. Este hecho (que cuestionó fuertemente nuestro supuesto de que los futuros profesores, por tener experiencias y vivencias compartidas en los cursos de geometría del programa, tendrían acepciones similares del mencionado objeto) nos alertó sobre la falta de un discurso compartido sobre lo que es un argumento matemático.

En este artículo nos proponemos interpretar las acepciones de argumento matemático que afloraron en el grupo de futuros profesores, antes de la reflexión explícita que la innovación curricular quería suscitar. Para cumplir el objetivo, presentamos el análisis realizado a respuestas a una tarea en la que les pedíamos grabar la interacción que sostenían con algunos compañeros en el momento de resolver un problema geométrico de conjeturación y luego usar la grabación para identificar argumentos emitidos en cada momento del proceso, identificando su propósito.

La sorprendente diversidad de acepciones de argumento que encontramos nos conduce a promover la reflexión sobre este asunto y no dejarlo pasar como inadvertido. Pretendemos llamar la atención de profesores de matemáticas, formadores de profesores e investigadores sobre la necesidad de hacer más esfuerzos para hacer del argumento un objeto de estudio.

Esperamos que la lectura del artículo motive a profesores y formadores de profesores a indagar sobre su propia acepción de argumento, pues esta es la base

con la que impulsan el aprendizaje de sus estudiantes al respecto. También, que los alerte para notar las diversas acepciones de sus estudiantes acerca de argumento y la necesidad de usarlas como punto de partida para lograr construcciones colectivas de significado. Además, buscamos que los formadores de profesores vean la importancia de abordar explícitamente el constructo argumento en los procesos formativos, al reconocer que no es suficiente la práctica argumentativa para desarrollar conocimiento especializado al respecto. También, siguiendo la invitación de Reid y Knipping (2010) y de Stylianides et al. (2016), esperamos que investigadores en el campo de la Educación Matemática vean la necesidad de hacer explícitas sus interpretaciones de argumento en sus comunicaciones sobre los fundamentos conceptuales o sus herramientas investigativas. Esta explicitación brindará mayor claridad a sus hallazgos.

MARCO CONCEPTUAL DE REFERENCIA

Precisión de términos

Fundamentamos nuestro análisis en el siguiente marco conceptual que explicita el conocimiento epistémico de referencia, contra el cual contrastamos las acepciones idiosincráticas de los futuros profesores de matemáticas para la educación básica secundaria. Hacemos eco de investigadores en el campo para formular las siguientes conceptualizaciones, que hemos venido desarrollando en nuestros estudios investigativos. Acogemos la definición de argumentación dada por Durand-Guerrier et al. (2012), en lo concerniente a la conformidad de la expresión discursiva según normas compartidas; asumimos el relato comentado por Knipping y Reid (2019), acerca de la estructura funcional del argumento propuesta por Stephen Toulmin (Toulmin, 2007); y adoptamos las menciones que Douek (1998) y Krummheuer (2000) hacen respectivamente, la primera, a proposición y postura, y, el segundo, a acciones físicas.

Argumento es una expresión discursiva expositiva, conforme a normas compartidas, que presenta una aserción y razones que la sustentan. La aserción se presenta en una de tres maneras: como una proposición (es decir, una oración de la cual puede decirse que es verdadera o falsa) que afirma o niega una idea; como una oración en la que se plantea una postura; o como una acción física realizada con la que se expresa una idea o una postura. De la idea expuesta interesa sustentar su veracidad; de la postura planteada interesa sustentar su aceptabilidad. Las razones se pueden presentar como oraciones (sean o no proposiciones) o como acciones. El conjunto de razones que sustentan la veracidad o la aceptabilidad de una aserción conforman la justificación de la aserción. Esta conceptualización refleja la intención justificativa de un argumento, a la que denominamos valor epistémico del argumento.

Argumento simple es un argumento conformado por tres¹ elementos (dato, aserción, garantía) relacionados funcionalmente así: el *dato* es una razón que fundamenta la *aserción*, es evidencia que sustenta la aserción; la *garantía* es una razón que sustenta la relación del dato y la aserción, sostiene mediante un enunciado general por qué el dato sirve como evidencia para apoyar la aserción. En caso de que falte la garantía, hablamos de *argumento simple incompleto*. La *estructura funcional de un argumento simple* refiere a la disposición esquemática de los tres elementos que conforman un argumento, en la que se indican las dos relaciones funcionales antes mencionadas. *Argumentación* es un proceso discursivo y sociocultural en el que surgen argumentos.

Argumento matemático es un argumento que surge durante alguna actividad relevante en la práctica matemática (p. e., generalizar, visualizar, explorar, representar, clasificar); la aserción versa sobre un objeto matemático (p. e., propiedades o relaciones entre propiedades) y las razones aducidas pueden referirse o no a condiciones de índole matemática.

Justificación es un conjunto de razones para soportar la veracidad o la aceptabilidad de la aserción. Con esta conceptualización, una justificación no es un argumento porque no incluye la aserción.

En el contexto educativo nos interesa que, a medida que los estudiantes avanzan en su desarrollo, los discursos, principalmente los verbalizados, se vayan especializando. Por esa razón, en las tareas que diseñamos en la innovación curricular, insistimos en pedir a los futuros profesores, que escriban sus argumentos, haciendo explícita la estructura ternaria a la que se refiere Toulmin (2007).

En el proceso de producir un argumento, la inferencia que se hace a partir de información con la que se cuenta determina si la argumentación es inductiva, deductiva o abductiva. Por extensión y abusando del lenguaje, establecemos someramente nuestra tipificación para argumentos así:

- ◆ La argumentación inductiva se hace en el marco de un conjunto referencial. Se inicia con la información de que varios casos comparten otro atributo (además del que comparten por ser elementos del mismo conjunto referencial) determinado empíricamente. Al tomar uno o varios casos del referencial aún no considerados, la argumentación expone que estos también tienen el otro atributo. Al argumento que surge de la argumentación descrita vamos a nombrarlo como “argumento inductivo”. El dato expresa el hecho de que varios elementos del conjunto comparten un atributo, empíricamente encontrado, diferente al que define al conjunto referencial. La aserción expresa, a manera de inferencia, que probablemente al menos otro elemento del conjunto referencial tiene el otro atributo. La garantía

¹ Toulmin (2007) incluye seis posibles componentes de un argumento: los tres básicos y otros tres (respaldo de la garantía, matizador modal y condición de excepción a la aserción). Aquí nos concentramos en los básicos.

resulta ser el patrón de generalización supuesto (expresión de que todos los elementos del conjunto referencial comparten el segundo atributo) que permite hacer la inferencia.

- ◆ La argumentación deductiva se inicia con información que se acepta como verdadera y cuenta como dato; sobre este se opera para inferir una aserción, recurriendo tácita o explícitamente a una garantía pertinente considerada válida; la aserción así inferida se considera, además de válida, necesaria. Al argumento surgido vamos a nombrarlo como “argumento deductivo”.
- ◆ La argumentación abductiva se inicia con una enunciación en la que se expone una aserción, que se asume como verdadera o aceptable, sobre la cual se opera para inferir un dato o un dato y una garantía, en calidad de probables y resultado de una exploración teórica o empírica. Al argumento surgido vamos a nombrarlo como “argumento abductivo”.

El profesor de matemáticas y la argumentación

En la revisión de literatura realizada solo encontramos un estudio relativo a profesores en formación (Park y Magiera, 2019) que se enfoca en sus concepciones sobre argumentación, con perspectiva pedagógica, centrado en cómo creen ellos que se debe enseñar. La investigación sobre argumentación y formación de profesores ha apuntado principalmente a profesores en ejercicio. Planas y Morera (2012) sugieren, a manera de propuesta de formación, analizar con ellos tareas escolares en busca de la argumentación matemática que sus estudiantes podrían elaborar y prever el avance en habilidades lingüísticas relacionadas. Goizueta y Planas (2013) estudian en qué centran la atención los profesores cuando buscan argumentos en el discurso de sus estudiantes. Mencionan el interés por aspectos contextuales de la conversación de sus estudiantes más que en aspectos epistémicos de su discurso. Ayalon y Hershkowitz (2018) y Ayalon y Nama (2019, 2023) proponen un modelo de concepciones de argumentación que emergen en la actividad docente de los profesores, el cual alude a aspectos estructurales del discurso argumentativo de sus estudiantes y a aspectos dialógicos de la clase. Las concepciones son relativas a qué es un argumento, a las estrategias de enseñanza, a las características de las tareas y de los estudiantes, y a elementos socioculturales. Como parte de los aspectos estructurales mencionan la presencia de aserciones y justificaciones y de diferentes tipos de justificación. Castro y Toro (2023) sugieren una propuesta de argumentación para la educación matemática, que surge con base en una revisión de literatura y en un modelo para analizar la argumentación del profesor, que alude a diferentes dimensiones del saber didáctico.

Los trabajos mencionados no rastrean qué acepciones de argumento tienen los profesores, como punto de partida para realizar una formación sobre argumentación. Tampoco se dirigen a futuros profesores, quienes aún no tienen experiencia docente. Es por ello por lo que nos vimos abocados a proponer una clasificación emergente que, sin proponérselo de antemano, nos llevó a tipificar las expresiones que ellos consideraban *argumentos*, según la intención

comunicativa que reconocemos e interpretamos al hacer el ejercicio analítico. Como mostramos en la sección de metodología, encontramos descripciones, relatos y exposiciones. En consonancia con el valor epistémico que le damos a argumento solo las expresiones expositivas (y no todas ellas) tienen posibilidad de reflejar una intención justificativa y ser realmente argumentos.

MÉTODO

Nuestro ejercicio investigativo amplio, alrededor de la propuesta de formación, constituye un esfuerzo científico, de largo aliento, para el diseño y desarrollo de un currículo de formación de profesores de matemáticas (Battista y Clements, 2000). En una de las fases del primer ejercicio investigativo de diseño curricular, registramos producciones de futuros profesores surgidas durante la implementación de una tarea de formación profesional, que diseñamos con el objetivo de identificar sus acepciones de argumento.

Los futuros profesores involucrados en el estudio estaban inscritos en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, del programa de Licenciatura en Matemáticas. Este curso se ubica en el quinto semestre de la carrera y para poder tomarlo habían aprobado tres cursos de la línea de geometría: Elementos de Geometría, Geometría Plana y Geometría del Espacio. En los tres cursos tuvieron la oportunidad de vivir un ambiente de aula en el que la actividad demostrativa (Perry et al., 2013), que propicia la argumentación, es protagonista. En estas clases se impulsa una aproximación metodológica en la que el contenido se introduce durante puestas en común, a partir de la solución de problemas que los futuros profesores resuelven generalmente con geometría dinámica y en interacción con otros compañeros. Los problemas usualmente sugieren hacer una exploración para identificar invariantes, proponer conjeturas y demostrarlas dentro del sistema teórico de referencia, el cual se va ampliando a medida que se establecen nuevas definiciones, postulados y teoremas.

El curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría tiene como meta proporcionar una visión amplia y fundamentada de la didáctica de la geometría, centrando la atención en procesos más que en contenidos. Principalmente se discute cómo promover la visualización, la representación, la conjeturación y la demostración. Por ser el escenario de la investigación, en el segundo semestre de 2020 algunas sesiones del curso se enfocaron en la argumentación y en cómo favorecerla, poniendo a prueba las tareas de formación profesional.

Como primera tarea de formación profesional, se pide a los futuros profesores que, organizados en grupos de 3 o 4, (i) resuelvan un problema geométrico asignado (véase la Tabla 1), con el apoyo de GeoGebra; (ii) presenten argumentos que hubieran producido en su interacción durante el proceso de resolución, y expliciten el propósito de tales argumentos (para qué fueron producidos). Además,

en (i) se les pide que videograben el proceso de resolución y lo reporten por escrito y en (ii) se les indica que deben usar esos insumos.

Tabla 1

Problemas propuestos a los grupos de estudiantes

Problema 1 (Grupos 1, 2 y 3)	Dados tres puntos no colineales A , B y C . Sea m la recta perpendicular a \overline{AB} por su punto medio y n la recta perpendicular a \overline{BC} por su punto medio. Sea T el punto de intersección de m y n . ¿Qué característica geométrica tiene el punto T al mover el punto B ?
Problema 2 (Grupos 4, 5 y 6)	Dado un $\triangle ABC$. ¿Existe un punto $D \in \overline{BC}$ tal que $\frac{BD}{CD} = \frac{BA}{CA}$? Si existe, ¿qué atributo geométrico tiene?

Los futuros profesores tenían experiencia en resolver problemas de este tipo, pero no habían resuelto los que les fueron asignados. Particularmente, sabían que la resolución del problema implicaba, según las normas del curso, cuatro momentos: hacer una construcción de la situación, explorarla, formular una conjetura y proponer un plan para demostrarla.

Tras resolver el problema y reportar por escrito la resolución, los grupos diligenciaron una tabla de cuatro filas y dos columnas, entregada por la profesora del curso. Las filas corresponden a los momentos del proceso de resolución del problema y las columnas tienen como encabezados “Argumentos” y “Propósitos”. Esta tarea era nueva para los futuros profesores. No incluimos el adjetivo “matemático” a los argumentos que queríamos que propusieran, pues creímos que ellos supondrían que eso era lo que pedíamos.

Los datos de investigación que analizamos (en adelante, *registros* para no confundir con el elemento *dato* de un argumento) están constituidos por una expresión discursiva idiosincrática que los futuros profesores consideran es un argumento (simple²), proferida en un momento del proceso de resolución del problema y acompañada de una expresión que, según ellos, menciona el propósito para el cual se emite. Un ejemplo de registro es el siguiente:

Momento:	Exploración de la situación
Argumento:	“T equidista de los tres puntos (medir las distancias de T a A, B y C)”
Propósito:	“Descubrir la propiedad de T respecto a A, B y C”

Optamos por solicitarles a los futuros profesores el reporte de sus argumentos con sus respectivos propósitos y no preguntarles directamente por el significado que

² Los registros que hicieron los futuros profesores fueron oraciones simples, razón por la que en los análisis establecemos su correspondencia con un argumento simple, aunque el enunciado de la tarea se refería a argumento. Para agilizar la comunicación, de ahora en adelante los llamaremos argumentos, a secas.

tenían de argumento. Lo anterior porque, desde nuestro punto de vista, es más probable obtener autenticidad en las respuestas, gracias al uso que se hace de la acepción para cumplir con una tarea que por vía directa; en el segundo caso, generalmente el informante intenta responder lo que cree que quien pregunta quiere escuchar, sin tener necesariamente claridad en lo que dice.

Imaginamos que algunos participantes podrían mencionar argumentos inductivos, deductivos o abductivos surgidos en los diferentes momentos de la resolución del problema. Lo que sugiere que las expresiones podrían ser tomadas como argumentos es su valor epistémico de justificación indicado en el propósito de tales expresiones. Esta observación da sustento al hecho de contemplar la dupla *expresión discursiva que los estudiantes registran como argumento - propósito* como recurso analítico para poder clasificar las expresiones discursivas consideradas como registro. Sin duda, considerar la segunda componente de esta dupla da información para identificar el valor epistémico de la expresión discursiva y, con ello, si este es justificativo o no.

El ejercicio analítico siguió el método de comparación constante, hasta producir una codificación emergente que nos permitió interpretar y clasificar los registros (Strauss y Corbin, 2002). El método consistió en identificar la acepción de cada expresión reportada como argumento y clasificar el propósito mencionado. Lo anterior, tomando como referencia nuestra definición de argumento matemático. En ese sentido, sobre cada registro nos preguntamos: ¿es una expresión expositiva?, ¿hay expuesta una proposición, una postura o una acción?, ¿se alude a propiedades o relaciones de/entre objetos matemáticos?, ¿se mencionan razones que sustentan la aserción?, ¿el propósito alude a justificar una aserción?

En total, analizamos 77 registros entregados por los grupos de futuros profesores. Iniciamos con una mirada general y colectiva a tales registros (entre los miembros del equipo de investigación, que somos los autores del artículo) para hacernos una idea de qué era lo que los participantes reportaban como argumentos. Inicialmente descartamos diez expresiones que no aludían a asuntos matemáticos. Luego, para las demás, buscamos maneras de codificarlas, refiriéndonos a la intención comunicativa dominante en la expresión. Este primer ejercicio nos llevó a tomar la decisión de organizar las 70 expresiones restantes en tres grupos (Tabla 2), según la intención comunicativa dominante.

Este primer ejercicio de codificación fue complejo porque la mayoría de los registros combinan atributos de más de un tipo. Cuando no pudimos identificar un rasgo distintivo nítido, que nos permitiera una total discriminación, decidimos poner al registro más de una etiqueta. Luego, analizamos el contenido y el valor epistémico de cada registro. Comenzamos asignando a cada registro de uno de los grupos un código secundario, para ir obteniendo un listado que se fue depurando al irlos caracterizando. Con un primer listado de códigos secundarios elaborado, tomamos las producciones de otro grupo para clasificarlas según el listado inicial o para crear nuevos códigos. Como mecanismo de triangulación, cada miembro de equipo hizo su propia codificación y luego la puso a consideración de los demás.

El ejercicio nos obligó a precisar los códigos secundarios y modificar la lista varias veces. El análisis de las producciones de los cuatro grupos restantes nos sirvió para verificar que todos los registros quedaran ubicados en el listado de códigos, que era clara nuestra interpretación de estos y que la codificación nos permitía decidir si el registro podía considerarse como argumento o no, según nuestra definición. Cada registro quedó codificado con dos palabras: la primera indica la intención comunicativa dominante (descripción, relato y exposición), mientras que la segunda indica contenido de la expresión; así, por ejemplo, un registro puede codificarse Descripción-Representación o Relato-Acción Física.

Tabla 2

Primer ejercicio de codificación según la intención comunicativa dominante

Descripción	Se detalla o delinea algo que se sabe, se ve o se hace, mencionando sus elementos o partes y la configuración que tienen, para dar una idea de cómo es ese algo. Los siguientes son ejemplos de frases que indican descripción: “en la representación hay...”, “observo que...”, “la definición incluye las siguientes características...”
Relato	Se narra un acontecimiento desde el punto de vista personal. Se observan alusiones a acciones realizadas, al agente de dichas acciones y a elementos de secuencialidad y de temporalidad. Los siguientes son ejemplos de frases que indican relato: “se hace una discusión sobre...”, “nos surge la duda sobre...”
Exposición	Se presenta una afirmación, una idea, un concepto, etc., con objetividad, sin entrar en detalles sobre quién se expresa, ni aludir a aspectos temporales o personales. Puede tener formas discursivas como, por ejemplo: “si el triángulo es isósceles, el punto D es el punto medio”, “siempre se va a mantener la equidistancia a los vértices”, “es necesario decir que los tres puntos son no colineales”

ANÁLISIS Y RESULTADOS

A continuación, presentamos los resultados de nuestro ejercicio analítico. Lo organizamos atendiendo a la intención comunicativa y de cada intención, presentamos registros representativos.

Descripciones

Codificamos dos de los 70 registros como descripciones. Presentamos uno (Tabla 3), que detalla lo observado en una representación hecha por los futuros profesores para abordar la resolución del Problema 1.

En el Registro (a) se explicitan los elementos de la representación gráfica (punto de partida para la exploración). Vemos una descripción de una

representación. La expresión reportada como argumento no guarda parecido alguno con lo que para nosotros es argumento. Reconocemos que es una proposición que, eventualmente, podría considerarse dato de un argumento si la intención comunicativa fuera usar los elementos citados como razón para justificar una cierta aserción. Pero para ser argumento debería mencionarse cuál enunciado sería la aserción que queda justificada con el dato mencionado.

Tabla 3

Expresión discursiva considerada descripción de una representación

Registro (a) (Descripción - Representación)	
Expresión	“Hay tres puntos A, B, C no colineales, \overline{AB} y \overline{AC} , E, D son puntos medios de \overline{AB} y \overline{AC} respectivamente y hay dos rectas m y n tales que $m \perp \overline{AB}$ por D y $n \perp \overline{AC}$ por E ”
Propósito	“Construcción de la representación dada para poder hacer la exploración del problema”

El propósito de aquello que los futuros profesores mencionan como argumento en el Registro (a) refiere al para qué hicieron la representación, es decir, al motivo de la acción de la que hablan. En lugar de presentar el porqué de aquello que dijeron, mencionan el para qué hicieron lo que describen.

Relatos

En la Tabla 4 presentamos dos casos de expresiones discursivas representativas de las 62 que clasificamos como relatos. A diferencia de los registros que clasificamos como descripciones, los Registros (b) y (c) cuentan un suceso. En el Registro (b) se narran acciones realizadas durante la exploración de una representación y en el Registro (c) se exterioriza una experiencia personal relacionada con una observación.

Tabla 4

Expresiones discursivas relatos

Registro	(b) (Relato - Acción Física)	(c) (Relato - Observación Hecho)
Expresión	“Se toman las longitudes de \overline{DB} , \overline{EC} , donde D está en el \overline{BC} . Luego se mueve el punto D para observar si las distancias tenían que ver con la característica buscada en el punto”	“Me di cuenta de que no es con el \overline{AC} sino con \overline{BC} ”

Tabla 4

Expresiones discursivas relatos

Propósito	“La toma de medidas ayuda a darle solución al problema dado, como también a descartar otros casos que se dan en la exploración”	“Para arreglar el error cometido”
-----------	---	-----------------------------------

En nuestra descripción de Relato (Tabla 2) aludimos a descriptores como la presencia de un agente narrador, la mención de aspectos de secuencialidad y de temporalidad. El Registro (b) está escrito en modo impersonal (no hay un sujeto concreto (explícito) al que se le pueda atribuir la acción que refiere el verbo); además, su tiempo verbal es el denominado presente histórico (en el que se traslada al presente la ocurrencia de eventos pasados). Estos dos rasgos nos generaron dudas para caracterizar el registro como relato. Podría pensarse que se trata de la exposición (impersonal, intemporal y objetiva) de un procedimiento; sin embargo, no nos es evidente que esa secuencia de acciones se constituya en un procedimiento geométrico útil para algo, pues el para qué de dicha secuencia es de una vaguedad considerable. Por otra parte, el uso del pasado verbal para aludir al para qué de una de las acciones (“distancias tenían que ver”), la consideración del contexto (momento de exploración de una representación) en el que surgió la expresión en cuestión, y el uso de la palabra “luego”, que sugiere una secuencialidad de las acciones referidas, nos llevaron a ubicar la expresión como un relato. Esto se logra ver de mejor manera si nos permitimos parafrasear el registro, sin modificar la intención que entrevemos, como sigue: ‘Tomamos las distancias de los segmentos \overline{DB} , \overline{EC} , con D en el \overline{BC} . Luego, movimos el punto D para observar si las distancias tenían que ver con la característica buscada en el punto’. El Registro (c) hace explícito el agente y cuenta un suceso personal; tiene la intención de comunicar algo que le pasó a alguien y por eso lo ubicamos como un relato. Los Registros (b) y (c) distan de nuestra aproximación a lo que es un argumento. No es posible identificar en ellos ni una proposición, ni una postura. El Registro (b) incluye la mención de acciones realizadas, pero no con el objetivo de sustentarlas, sino de contarlas. De hecho, incluye el motivo para el cual se realiza una de ellas, confirmando la intención narrativa. El Registro (c) no narra una acción física, sino un error cometido.

Los propósitos escritos por los futuros profesores, en los Registros (b) y (c) corroboran nuestra apreciación. Las expresiones identificadas como argumento no tienen intención justificativa. Quizá, la instrucción de “identificar argumentos emitidos en cada momento de la resolución” pudo haberse entendido como relatar los argumentos emitidos en vez de transcribirlos o relatar el proceso seguido en la resolución del problema. En todo caso, las expresiones distan mucho de aquello que para nosotros es argumento.

En ambos casos, se presenta el motivo por el cual se dijo la expresión, durante la resolución del problema. En el Registro (b) se explica para qué se mueve un punto. En el Registro (c) se explica para qué se mencionó la equivocación.

En la Tabla 5 presentamos dos registros que codificamos como relato de una discusión y de un cuestionamiento. Son llamativos pues uno relata un momento en que se dio una polémica (sobre cómo escribir la conjetura) y el otro se refiere a un cuestionamiento (a la forma como se debía reportar el proceso de construcción).

Tabla 5
Expresiones discursivas consideradas relatos

Registro	(d) (Relato - Discusión)	(e) (Relato - Cuestionamiento)
Expresión	“Se discute sobre cómo escribir la conjetura, enfatizando en la característica de [l punto] <i>T</i> . Por ello, se empieza a redactar de manera informal”	“Se cuestiona esta forma de hacerlo [describir el proceso de construcción a dos columnas], pero después se resalta que hay que poner las garantías y por ello se decide por este formato”.
Propósito	“El propósito del argumento es tener una visión general del problema, para luego describir la conjetura”	“Al desarrollar el proceso de construcción a dos columnas, se da una mayor rigurosidad con respecto a lo que se hace y se fortalecen los conceptos y teoremas expuestos en ello”

Los dos registros son relatos. El Registro (d) refiere un suceso conformado por dos acciones secuenciadas temporalmente: discutir sobre la manera de escribir una conjetura y, en consecuencia, iniciar la redacción informal de la conjetura. En el Registro (e) se cuenta una discusión sucedida cuando decidían cómo reportar el proceso de construcción de la representación con la que un grupo inició la exploración. Tres elementos nos llevaron a considerarlos relatos. Uno, el contenido (que no refiere a objetos o relaciones matemáticos): en ambos casos, versa sobre divergencias en aspectos metamatemáticos relativos a cómo se escribe una conjetura o cómo se reporta un proceso de construcción. Dos, la presencia de las expresiones “se empieza” y “pero después” que dan indicios de secuencialidad. Tres, la presencia de las expresiones “se discute”, “se empieza a redactar”, “se cuestiona”, “se resalta” y “se decide”, que sugieren la presencia de un agente (los estudiantes discutiendo, redactando, cuestionando, decidiendo), aunque están escritas en presente histórico y de manera impersonal. Cabe mencionar que los futuros profesores tienen la tendencia a escribir en ese tiempo verbal, porque les han indicado que así es la escritura académica correcta. Las expresiones escritas entre comillas podrían llevar a pensar que se está exponiendo un procedimiento,

pero optamos por dejar los registros en la categoría relatos, por el contenido que acompaña las expresiones.

Desde nuestro punto de vista, los Registros (d) y (e) no son argumentos. Más bien, son relatos de procesos de argumentación en los que hubo posturas encontradas. Este es un ámbito adecuado para proponer argumentos en el marco de una perspectiva dialéctica (Perelman y Olbrechts-Tyteca, 1989), pero desde nuestra perspectiva las expresiones no explicitan argumentos, sino que ponen el foco en relatar que hubo divergencias de opinión. Para que fueran argumentos, deberían mencionar las posturas y las razones de su aceptabilidad. Esta forma de comunicación pudo haber estado influida por el enunciado de la tarea, en el que nos referimos a “presentar argumentos”, pero en todo caso muestra que lo que los futuros profesores consideran argumentos dista de nuestra conceptualización. El Registro (e) conecta dos oraciones mediante la expresión “por ello”, pero realmente ninguna oración expresa algo que evidentemente sea razón de la otra. El Registro (e) podría ser visto como argumento si no estuviera escrito a manera de relato, sino que presentara una postura ‘se adopta el formato a dos columnas’ y se diera como razón ‘hay que describir el proceso de construcción a dos columnas’, quizá aludiendo al hecho de hacer los informes como se piden en el curso. Esto podrían funcionar como dato, para aceptar la postura.

Los propósitos mencionados por los futuros profesores confirman nuestro análisis, cuando decimos que los Registros (d) y (e) no son argumentos. El propósito aducido respecto al Registro (d) tiene que ver con la posibilidad de “describir” la conjetura. Quienes reportaron el Registro (e) dan razón de para qué reportar el proceso de construcción a dos columnas. En ninguno de los casos hay referencia a justificar una postura. Elementos incluidos en el propósito y la expresión del Registro (e) podrían ser articulados para estructurar un argumento. Por ejemplo, si hubieran dicho: ‘conviene emplear el formato a dos columnas para reportar el procedimiento porque da riguridad al proceso’. En ese caso, habría una postura (aserción) y un dato (el hecho de ser rigurosos en el reporte). Infortunadamente, lo que se reporta está más ligado al proceso de resolución del problema que a la transcripción de argumentos.

Exposiciones

De los 77 registros, 13 los consideramos exposiciones. Son registros que presentan ideas, afirmaciones, conocimientos, mencionados con objetividad y sin alusiones a experiencias personales o acontecimientos vividos por alguien en un momento dado. Son expresiones que tienen el estilo expositivo que imaginamos para argumento.

Tabla 6

Expresión discursiva considerada exposición de una norma

Registro (f) (Exposición - Norma)	
Expresión	“Se recuerda que el plan de acción se empieza a desarrollar a partir de lo dado en la situación”
Propósito	“Los datos permiten tener un panorama inicial claro, ya que posibilita tener estrategias para desarrollar el plan”

El Registro (f) expone una norma de los cursos de geometría que tomaron los futuros profesores (Tabla 6). En dichos cursos se comentan los reportes de los procesos de resolución de problemas, mencionando qué información está dada en el enunciado de una situación.

Dudamos sobre ubicar el registro en el grupo de exposiciones, debido a que la frase “se recuerda” podría insinuar el relato de una experiencia personal. Podría ser remplazada por ‘recordamos’ y dar la idea de un relato. Puesto que no hay otras menciones de tipo secuencial o temporal y que evidentemente se alude a una norma del curso, decidimos interpretar “se recuerda” como ‘recuerden’, como expresión con la que se inicia un discurso para decir algo acordado de antemano.

El Registro (f) no es un argumento sino una enunciación que versa sobre una norma y no sobre objetos o relaciones matemáticos. Además, si eliminamos la expresión “se recuerda que”, podríamos vernos ante una postura, aceptable o no, en el contexto de los estudiantes de ese curso, con lo que habría una aserción, pero no las razones que sustentan su aceptabilidad.

Lo que los futuros profesores mencionan como propósito podría verse como sustento de la afirmación. Ellos no exponen por qué lo dicho es un argumento, sino por qué hay que empezar a describir el plan de acción a partir de lo dado en el enunciado del problema. Al referir el propósito, no apuntan al valor epistémico de lo dicho como argumento, sino a la razón de lo dicho. En ese sentido, la expresión identificada como argumento y el propósito al que aluden sí podrían configurar un argumento en el que la aserción sería “el plan de acción se empieza a desarrollar a partir de lo dado en la situación” y “los datos permiten tener un panorama inicial claro, ya que posibilita tener estrategias para desarrollar el plan” es la razón que sustenta la aceptabilidad de tal postura.

Tabla 7

Expresión discursiva considerada exposición de una conjetura

Registro (g) (Exposición - Conjetura)

Expresión “Si ΔABC es isósceles entonces T pertenece al interior del ΔABC ”.

Propósito “Percatarnos de las características de T en relación con los demás objetos geométricos”

El Registro (g) expone una conjetura (Tabla 7). De acuerdo con el propósito que manifiestan los participantes, la expresión que presentan expone lo que descubrieron en la exploración del ΔABC (Problema 1). La expresión parece ser un patrón de generalización obtenido a partir de la exploración de casos. Sería argumento si la intención comunicativa fuera afirmar que el punto T pertenece al interior del ΔABC debido a que el triángulo es isósceles. Pero la proposición “ ΔABC es isósceles” (como antecedente de la proposición condicional “Si ΔABC es isósceles, entonces T pertenece al interior del ΔABC ”) no refiere a una razón sino a una condición; así que el interés de mencionarlo parece ser comunicar una relación de dependencia entre el tipo de triángulo y la ubicación del punto T .

En la Tabla 8 presentamos el Registro (h). En este se expone una objeción. La vemos como indicio de un ambiente de debate, pero no como un argumento matemático. Lo que los futuros profesores presentan como argumento es el reparo que opone alguno de ellos a la propuesta de otro de asumir como condición de la equidistancia de T a los puntos A , B y C , que el punto T esté en el interior del ΔABC (Problema 1), reparo con el que indirectamente queda expuesto el enunciado ‘ T equidista de los vértices del ΔABC ’.

Tabla 8

Expresión discursiva considerada exposición de una objeción

Registro (h) (Exposición - Objeción)

Expresión “ T no necesariamente tiene que pertenecer al interior ΔABC para que cumpla que T equidista a A , B y C ”

Propósito “Precisar que T independientemente de su ubicación no deja de equidistar de A , B y C ”

Lo que aducen como propósito es un parafraseo de la expresión, con el que, de manera más clara, queda expuesta una proposición categórica sobre el punto T . Nuestra expectativa era que el reporte del argumento incluyera una aserción y razones para darle sustento. Como propósito, esperábamos que dijeran que la

expresión se verbalizó para justificar la no aceptación del enunciado “Si T está en el interior, entonces T equidista de A, B y C”.

En la Tabla 9 presentamos el Registro (i). Como argumento, los futuros profesores reportan una expresión discursiva conformada por una proposición, que puede verse como aserción, y razones por las cuales esta es veraz. En ese sentido, aceptamos que es un argumento. Parafraseándola tenemos “puesto que las rectas son perpendiculares a los segmentos por sus puntos medios, son mediatrices de los segmentos, gracias a que la definición [sic] de mediatriz garantiza mediatrices”. La expresión apunta a encapsular la frase ‘recta perpendicular a un segmento por su punto medio’ con el término “mediatriz”. Según el modelo de Toulmin (2007), se emplea de manera incorrecta el término “garantizar”, pues una garantía establece un puente entre una razón, que actúa como dato, y una aserción. No se trata de “garantizar mediatrices” sino de darle soporte a la conexión perpendicularidad por punto medio - mediatriz.

El propósito aducido es plantear un cambio en una formulación para economizar pasos de la demostración de la conjetura. No se refieren a la intención de justificar que las rectas son mediatrices; es decir, no aluden al valor epistémico de lo dicho. Más bien, dan soporte a la garantía.

Tipificamos el Registro (i) como argumento deductivo: la aserción es ‘las rectas son mediatrices de los segmentos’; la razón, constituida por el dato, es ‘las rectas son perpendiculares a los segmentos por sus puntos medios’; y la garantía es el teorema de la mediatriz (parte ii), (al que los estudiantes se refieren como definición de mediatriz). Cabe señalar que la identificación del Registro (i) como argumento no nos deja tranquilos, es decir, no estamos seguros de que los futuros profesores vean realmente la presencia de un argumento, debido al propósito que le asignan. En ese sentido, este caso nos alerta sobre la necesidad de sensibilización acerca de la intención justificativa de un argumento.

Tabla 9

Expresión discursiva considerada exposición de una aserción y de una razón de esta

Registro (i) (Exposición - Aserción Razón)	
Expresión	“[Tenemos l]as perpendiculares a los segmentos por sus puntos medios, la definición de mediatriz permite garantizar mediatrices”
Propósito	“Para identificar lo específico en una forma más general y permita reducir pasos en la demostración”

El análisis de registros como el incluido en la Tabla 10 es complejo y causó mucha polémica entre los miembros del equipo de investigación. Lo anterior porque la decisión de considerarlos o no como argumentos depende del tipo de formulación

que se hace, que a su vez puede estar influida por el tipo de tarea que abordaron: identificar argumentos.

Tabla 10

Expresión discursiva considerada exposición de una conclusión y una razón de esta

Registro (j) (Exposición - Conclusión)	
Expresión	“Se hace referencia a que las distancias entre los puntos AT , BT y CT son las mismas. Así, se llega a la conclusión que la característica geométrica del punto T es la equidistancia con respecto a los tres puntos A, B, C ”
Propósito	“Con las distancias equivalentes entre los puntos se llega a la conclusión y solución del problema planteado”

El Registro (j) es un argumento deductivo. Los futuros profesores expresan que es posible afirmar la equidistancia del punto T a tres puntos A , B y C y dan como razón la igualdad de distancias del punto T a los tres puntos (Problema 1). La garantía está implícita: definición de equidistancia.

Podría parecer que el panorama está claro, pero hay dos asuntos que generan dificultades. Uno, el estilo de la enunciación tiene visos de relato. Las expresiones “se hace referencia a que” y “se llega a la conclusión que” dan la idea de un relato del proceso argumentativo. Si los participantes hubieran consignado escuetamente el producto del tal proceso, la expresión sería claramente una exposición. Imaginemos esta expresión: “la distancia entre las parejas de puntos A y T , B y T , y C y T es la misma, por eso la característica geométrica del punto T es su equidistancia con respecto a los tres puntos A, B y C ”. Aquí, evidentemente, se ha objetificado (Morgan y Sfard, 2016) el proceso argumentativo en una exposición. La frase “por eso” establece la función de cada proposición en la oración. Si la cambiamos por “esto se puede decir ya que”, lo que se toma como razón, podría volverse la aserción. La segunda dificultad está en el propósito que se esgrime. Se reportan como propósito la pertinencia de mencionar la igualdad de las distancias entre pares de puntos, en función de la conclusión a la que se llega y a la solución del problema. Nuevamente, no aluden al propósito por el cual se formuló la expresión, que era justificar por qué se puede afirmar que los segmentos son congruentes. En todo caso, en la expresión reportada y en el propósito mencionado hay elementos que nos permiten afirmar que se alude a una intención justificativa.

DISCUSIÓN

El análisis de los registros revela que los futuros profesores, al iniciar su participación en el espacio de formación, no compartían un significado de

argumento matemático cercano al de referencia. Según la indicación dada en el enunciado de la tarea esperábamos que transcribieran aserciones, que versaran sobre objetos o relaciones de índole matemática, acompañadas de las razones para admitir su veracidad o su aceptabilidad. Es decir, las expresiones debían tener claramente una intención justificativa, pues esta es la esencia del valor epistémico de un argumento. Pero en muchas de las expresiones identificadas como argumentos por los participantes no vimos presentadas aserciones; tampoco justificaciones. En muy pocos propósitos se alude a la intención de justificar.

Los registros muestran aspectos de la complejidad de la interpretación de argumento. Ello corrobora empíricamente la necesidad de hacer del argumento matemático un objeto de estudio en procesos de formación de profesores (manifestada en Alfaro et al., 2020; Ayalon, 2019; Boero et al., 2018; De Sá Ibraim y Justi, 2016; Zohar, 2008) y el llamado de McNeill y Knight (2013) a desarrollar estrategias para que los profesores superen la comprensión limitada de la argumentación. Los análisis nos revelaron los siguientes aspectos problemáticos en las interpretaciones de los futuros profesores.

- ◆ Aunque parezca innecesario, por creerlo obvio, es importante considerar explícitamente el valor epistémico de un argumento. Un argumento no es una descripción ni el relato de un suceso, aunque estos tipos de expresión surjan en situaciones de debate, descubrimiento, resolución de problemas o, incluso, en procesos argumentativos. En todas estas situaciones, los interlocutores pueden plantear posturas, realizar acciones o enunciar proposiciones. Pero si estas expresiones no van acompañadas de razones cuya intención sea lograr sustento, acuerdo o aceptabilidad de aquellas, no se producen argumentos. Por eso, consideramos necesario hacer esfuerzos específicos para que los futuros profesores reconozcan la estructura funcional ternaria de un argumento, aunque inicialmente parezca artificial en la comunicación.
- ◆ Algunos participantes identificaron conjeturas como argumentos. Esto nos lleva a advertir sobre la diferencia entre las nociones de conjetura y argumento que a menudo se da por entendida. Una conjetura suele formularse en una expresión condicional (“si p , entonces q ”), que declara la relación de dependencia entre p y q , de la cual se tiene un alto grado de certeza, pero que no ha sido validada. La proposición “ T equidista de A , C , por tanto $T \in \mathcal{M}_{\overline{AC}}$ ”, podría verse como un argumento conformado por la aserción ($T \in \mathcal{M}_{\overline{AC}}$) y la razón (T equidista de A , C); sin embargo, si el propósito aducido fuera comunicar un descubrimiento sin sustentarlo, tendría que verse como una conjetura. Sería más clara y contundente la diferenciación que estamos proponiendo si en el último caso, la proposición se expresara usando la conjunción “si”. En cambio, una expresión “ q porque p ” indica un argumento que se profiere con la intención de presentar una justificación p de una aserción q .

CONCLUSIÓN

En nuestra investigación cumplimos con el objetivo investigativo, revelando diversidad de acepciones asignadas a argumento matemático. Los futuros profesores no atribuyeron rasgo especial alguno a los argumentos, distinto de ser una verbalización ocurrida en algún momento del proceso de resolución. Para ellos, un argumento puede ser: la descripción de una representación o de una definición; el relato de una acción, de la observación de un hecho, de una discusión o de un cuestionamiento; o la exposición de una norma, una conjetura, una conclusión o afirmaciones y razones. Este resultado está en consonancia con lo mencionado por Goizueta y Planas (2013) quienes afirman que los profesores tienden a identificar argumentos fijando la atención en aspectos contextuales de la actividad que se realiza o a características de la tarea, más que a aspectos epistémicos, como la intención justificativa.

Aunque el término argumento es común en el lenguaje diario, su significado especializado en la Educación Matemática permite distinguirlo de cualquier otro tipo de expresión discursiva. Si una descripción, un relato o incluso una exposición no tienen la pretensión de justificar, no pueden ser considerados como argumento. Reconocemos que estamos siendo muy estrictos en la identificación de argumentos y que probablemente en la interlocución usual en clases de matemáticas no debería haber tanta rigidez, pues la dinámica comunicativa es laxa. En la medida en que los futuros profesores hayan captado con precisión qué es un argumento, creemos que podría permitirseles flexibilizar la forma de expresar argumentos.

En una clase, hay distintas circunstancias en las que es posible desarrollar prácticas discursivas, algunas de las cuales pueden propiciar la argumentación y la formulación de argumentos. En particular, la resolución de problemas en la que se debe explorar una representación y descubrir una conjetura es una circunstancia rica en posibilidad de argumentar. Pero esto no es suficiente para tener evidencia de que se produjeron argumentos, ya que, para ello, estos deben ser comunicados explícitamente de tal forma que se logren identificar al menos los tres elementos principales que los conforman. Ello implica que se disponga de un significado claro de los componentes de un argumento y de la función de cada uno.

El análisis realizado nos permitió identificar dos aspectos que requieren tratamiento explícito en la formación de profesores. Uno, la producción e identificación de argumentos por parte de los profesores. Como señalan Planas y Morera (2012), la producción de expresiones descriptivas y narrativas es más sencilla que las expresiones argumentativas (expositivas). Una descripción exige organizar ciertos elementos en el espacio y una narración equivale a organizarlos temporalmente. Las descripciones recurren muchas veces a definiciones, enumeraciones, comparaciones, clasificaciones. En cambio, en un argumento, no basta solo con organizar la información; hay que darla y fundamentarla con razones en busca de la aceptabilidad de lo dicho. Las razones comunican su fuerza a las afirmaciones, convirtiéndolas en exposiciones irrefutables. Como mencionan

Durand-Guerrier et al. (2012), el lenguaje especializado en matemáticas es preciso y debe emplearse como es para lograr coherencia en el discurso y favorecer la comunicación.

Dos, la posibilidad de elaborar argumentos matemáticos en el proceso de exploración y formulación de conjeturas. Generalmente, en el ámbito educativo se suele relacionar la formulación de argumentos con la argumentación deductiva, desatendiendo la oportunidad de formular argumentos inductivos y abductivos.

La secuencia de tareas de formación profesional, de la cual hace parte la tarea que dio lugar a las producciones analizadas, es una manera de asumir los retos mencionados. De hecho, la práctica de diseñar tareas de formación profesional que apuntan a generar un espacio para que los futuros profesores reflexionen sobre constructos relativos a argumento nos hizo percatarnos de la complejidad de construir una definición asequible de argumento matemático para los entornos educativos.

Consideramos que nuestro estudio puede ampliar el modelo propuesto por Ayalon y Nama (2019, 2023) incluyendo aspectos lingüísticos referidos a la intención comunicativa. En tal sentido, no es un asunto menor introducir en la definición de argumento el hecho de ser una expresión expositiva, como lo sugerimos en nuestra propuesta.

No descartamos la posibilidad de que la instrucción de la tarea influyera en que la mayoría de las expresiones tuvieran forma de relato y que en los propósitos mencionados los futuros profesores reportaran el motivo para haber dicho o hecho tal o cual cosa, en lugar de aludir a los motivos por los que ellos creían que lo reportado era un argumento. Lo anterior nos llevó a modificar la instrucción de la tarea para futuras implementaciones, cambiando la indicación de identificar argumentos por la de transcribir exactamente los argumentos matemáticos proferidos en la interacción; y la instrucción de decir el propósito, por explicitar la razón por la cual se formuló el argumento.

REFERENCIAS

- Alfaro, C., Flores, P. y Valverde, G. (2020). Conocimiento especializado de profesores de matemática en formación inicial sobre aspectos lógicos y sintácticos de la demostración. *PNA*, 14(2), 85-117. <https://doi.org/10.30827/pna.v14i2.9363>
- Ayalon, M. y Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 49,163-173. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.010>
- Ayalon, M. (2019). Exploring changes in mathematics teachers' envisioning of potential argumentation situations in the classroom. *Teaching and Teacher Education*, 85, 190-203. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.06.019>

- Ayalon, M. y Nama, S. (2019, Febrero, 5-10). Emergent model for teachers' conceptions of argumentation for mathematics teaching. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen and M. Veldhuis (Eds.) *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3839-3846). 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht, The Netherlands. http://erme.site/wp-content/uploads/archives/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Ayalon, M. y Nama, S. (2023). Secondary school mathematics teacher-perceived factors involved in argumentation: An emerging framework. *Research in Mathematics Education*, 1-22. <https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2156585>
- Baker, M. (2009). Argumentative interactions and the social construction of knowledge. En N. Mirza y A. N. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices* (pp. 127-144). Springer.
- Battista, M. y Clements, D. (2000). Mathematics curriculum development as a scientific endeavor. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 737-760). Lawrence Erlbaum Associates.
- Boero, P., Fenaroli, G. y Guala, E. (2018). Mathematical argumentation in elementary teacher education: The key role of the cultural analysis of the content. En A. Stylianides y G. Harel (Eds.), *Advances in mathematics education research on proof and proving. ICME-13 Monographs* (pp. 49-67). Springer.
- Castro, W. y Toro, J. A. (2023). Mathematics teacher argumentation in a didactic perspective. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(9), em2322. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13498>
- De Sá Ibrahim, S. y Justi, R. (2016). Teachers' knowledge in argumentation: Contributions from an explicit teaching in an initial teacher education programme. *International Journal of Science Education*, 38(12), 1996-2025. <https://doi.org/10.1080/09500693.2016.1221546>
- Douek, N. (1998). Some remarks about argumentation and mathematical proof and their educational implications. En I. Schwank (Ed.), *Proceedings of the first congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. I, pp. 125-139). Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik y ERME.
- Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S. y Tanguay, D. (2012). Argumentation and proof in the mathematics classroom. En G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education* (pp. 349-368). Springer.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), 155-170. <https://doi.org/10.30827/pna.v7i4.6124>

- Knipping, C. y Reid, D. A. (2019). Argumentation analysis for early career researchers. En G. Kaiser y N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 3-31). Springer.
- Krummheuer, G. (2000). Mathematics learning in narrative classroom cultures: Studies of argumentation in primary mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 22-32.
- Mason, J. (2015). Bringing reflection to the fore using narrative construction. *Constructivist Foundations*, 10(3), 334-335.
- McNeill, K. y Knight, A. (2013). Teachers' pedagogical content knowledge of scientific argumentation: The impact of professional development on K-12 teachers. *Science Education*, 97(6), 936-972. <https://doi.org/10.1002/sce.21081>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Serie de lineamientos curriculares, Gobierno de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas, lenguaje, ciencias y ciudadanas*. Gobierno de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Morgan, C. y Sfard, A. (2016) Investigating changes in high-stakes mathematics examinations: A discursive approach. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 92-119. <https://doi.org/10.1080/14794802.2016.1176596>
- Park, H. y Magiera, M. (2019). *Pre-service teachers' conceptions of mathematical argumentation*. Mathematical and Statistical Science Faculty Research and Publications. https://epublications.marquette.edu/math_fac/16
- Perelman, C. y Olbrechts-Tyteca, L. (1989). *Tratado de la argumentación. La nueva retórica* [traducido por J. Sevilla]. Gredos.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L. y Molina, Ó. (2013). Contextualización y fundamentación del curso. En C. Samper y Ó. Molina (Eds.), *Geometría plana: un espacio de aprendizaje* (pp. 13-56). Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
- Planas, N. y Morera, L. (2012). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado. En E. Badillo, L. García, A. Marbà y M. Briceño (Eds.), *El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y matemáticas* (pp. 275-300). Fondo Editorial Mario Briceño Iragorry.
- Reid, D. y Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning and teaching*. Sense Publishers.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundada*. Editorial Universidad de Antioquia.
- Stylianides, A. y Ball, D. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(4), 307-332. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9077-9>

- Stylianides, A. J., Bieda, K. N. y Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education. En A. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 315-351). Sense Publishers.
- Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación* [Traducido por M. Morrás y V. Pineda]. Ediciones Península.
- Zohar, A. (2008). Science teacher education and professional development in argumentation. En S. Erduran y M. Jiménez-Aleixandre (Eds.), *Argumentation in science education. Perspectives from classroom-based research* (pp. 245-267). Springer.

Leonor Camargo
Universidad Pedagógica Nacional
lcamargo@pedagogica.edu.co

Óscar Molina
Universidad Pedagógica Nacional
ojmolina@pedagogica.edu.co

Patricia Perry
Universidad Pedagógica Nacional
pperryc@yahoo.com.mx

Carmen Samper
Universidad Pedagógica Nacional
csamper@pedagogica.edu.co

Claudia Vargas
Universidad Pedagógica Nacional
cmvargasg@pedagogica.edu.co

Recibido: noviembre, 2022. Aceptado: septiembre, 2023

doi: 10.30827/pna.v18i3.26749



ISSN: 1887-3987

ADDRESSING THE DIVERSITY OF MEANINGS OF ARGUMENT: NEED THE NEED OF TEACHER TRAINING

Leonor Camargo, Patricia Perry, Óscar Molina, Carmen Samper, and Claudia Vargas

We present an analysis of the answers that pre-service mathematics teachers gave when we asked them to identify the arguments, they emitted during the process of solving a problem, and to identify their purpose. Despite a shared academic context in which argumentation is fostered, we find a surprising diversity of meanings of mathematical argument that leads us to promote, among the community of mathematics education, a reflection on the matter and not let this fact go unnoticed. The request is part of an experimental teaching proposal that seeks to contribute to the pre-service mathematics teachers' specialized knowledge about argument, to be able to comply with curricular guidelines that require them to favor argumentation in school. Our conceptual proposal of argument (framed in a sociocultural-communicational perspective and based on Toulmin's approach) supports the analysis in which we used the constant comparison method until an emergent codification was produced. This showed us that recognizing the expository and justifying discursive nature of an argument, identifying the essential elements of a mathematical argument, and establishing the functional relationships between them are skills that require specialized training.