Detección, provocación y superación de bloqueos de resolución de problemas matemáticos en Magisterio

Alberto Mallart Solaz

Este estudio explora bloqueos emergentes al resolver problemas, cómo suscitarlos y superarlos con 53 alumnos de Didáctica de Geometría en Primaria. Para ello se diseñan cuestionarios y tareas, y se proponen lecturas de expertos, discusiones grupales y resolución y creación de problemas. Se toman tres orígenes de bloqueos: afectivo, cognoscitivo, cultural y ambiental. Se concluye que identificar propios bloqueos resolviendo problemas no implica saber provocarlos, que ser competente creando problemas y tener un listado de bloqueos no garantiza saber provocarlos, que estudiar cómo superar bloqueos no basta para ayudar a superarlos y que detectar bloqueos y superarlos no implica la resolución correcta.

Términos clave: Bloqueos; Competencia Matemática; Creatividad; Enseñanza de las matemáticas; Formación de profesores; Resolución de problemas

Detecting, provoking, and overcoming blockages in mathematical problem solving in teacher training

This study explores Problem-Solving blockages, their provocation and overcoming with 53 Primary Education Geometry Didactics students. Questionnaires and tasks are designed, and expert readings, group discussions and problem solving and problem posing are proposed. Three origins of blockages are considered: affective, cognitive, cultural and environmental. In conclusion: identifying own Problem-Solving blockages does not imply knowing how to provoke them, being Problem-Posing competent and having a blockages' list does not assure knowing how to provoke them, studying blockages overcoming is not enough to help overcoming them, and detecting blockages and overcoming them does not imply a correct resolution.

Keywords: Blockages; Creativity; Mathematical Competence; Mathematics education; Problem solving; Teacher training

Mallart, A. (2023). Detección, provocación y superación de bloqueos de resolución de problemas matemáticos en magisterio. *PNA, 17*(4), 371-400. https://doi.org/10.30827/pna.v17i4.24615

Deteção, provocação e superação bloqueios na resolução de problemas matemáticos na formação de professores

Este estudo explora blocos emergentes na resolução de problemas, como os levantar e ultrapassar com 53 estudantes de Didática de Geometria na Escola Primária. Para o efeito, são concebidos questionários e tarefas, e são propostas leituras de especialistas, discussões de grupo e resolução e criação de problemas. São tomadas três origens de blocos: afetiva, cognitiva, cultural e ambiental. Conclui-se que identificar os próprios bloqueios através da resolução de problemas não implica saber como provocá-los, que ser competente na criação de problemas e ter uma lista de bloqueios não garante saber como provocá-los, que estudar como ultrapassar bloqueios não é suficiente para ajudar a ultrapassá-los, e que detetar bloqueios e ultrapassá-los não implica uma resolução correta.

Palavras-chave: Bloqueios; Competência Matemática; Criatividade; Ensino de Matemática; Formação de Professores; Resolução de Problemas.

La enseñanza de la resolución de problemas puede enfocarse desde diferentes perspectivas. Desde la metodología de Polya (1945), que propone 4 fases que si se siguen conducen a una respuesta (comprensión del enunciado, diseño de estrategias resolutivas, ejecución de una estrategia resolutiva y revisión de la solución), hasta la corriente psicológica de la Gestalt (Wertheimer, 1959), que dice que no se puede enseñar ya que dando vueltas a un problema es como cada individuo llega a una respuesta. Salvo la corriente de la Gestalt, investigadores importantes convienen en que sí existen métodos (heurísticos) basados en el uso de reglas empíricas para llegar a una respuesta que se pueden enseñar. Sin embargo, aún existen diferencias según tratan el rol de la iluminación. Por un lado, los heurísticos de Polya (1945) se basan en el conocimiento previo y métodos mecánicos. Por otro lado, la heurística de Mason et al. (1989) contempla la contribución del proceso extra-lógico de la iluminación al proceso de resolución de problemas; se considera el desarrollo del pensamiento matemático mediante la sistematización y la reflexión individual del proceso. Mason et al. (1989) identifican tres fases en este proceso que son abordaje, ataque y revisión, y para ellos estar atascado se caracteriza por la sensación de no entender, no saber qué hacer, no poder ver el cómo o el por qué.

Teniendo en cuenta los orígenes de las situaciones que provocan los bloqueos en resolución de problemas, Guzmán (1991) propone la siguiente clasificación:

- Afectivo. Caracterizados por la apatía, la abulia, la pereza frente al inicio, miedos, ansiedades, o incluso repugnancias;
- Cognoscitivo. Basados en un esquema rígido de pensamiento, muchas veces pobre, incapaz de contemplar diversas opciones;

- Cultural y ambiental. Provocados por la falta de contemplación, meditación, observación y especulación.

Se podría destacar el afectivo, enfatizando la parte emocional, es decir, los que tienen una respuesta más visceral, intensa y de corta duración. El hecho de que se destaque dentro del bloqueo afectivo la parte emocional viene respaldado por dos argumentos: la dimensión emocional del aprendizaje matemático que destacan diversos investigadores (Arora et al., 2020) y el hecho diferenciador de las iluminaciones que Liljedahl (2013) apunta como la respuesta afectiva invocada por la aparición de la idea que conlleva emociones positivas y que repercute en sus habilidades cambiando las creencias. Además, hay un aspecto que se debe tener presente cuando se habla de bloqueos y superación, que es el de la resiliencia. Los estudiantes a los que se les plantea un problema matemático no rutinario (entendemos por no rutinario cuando no basta con aplicar un método de manera rutinaria, sino que a partir de conocimientos anteriores y de la intuición, hay que elaborar una solución) muestran diferencias en su resolución de problemas matemáticos en función de los niveles de resiliencia matemática (Attami et al., 2020). Existe una componente de motivación en el resolutor para superar los bloqueos y poder crear (Mehta y Dahl, 2019), en este caso, una solución. Para Haavold et al. (2018), un tipo de creatividad matemática la representan los estudiantes cuando producen soluciones en nuevas situaciones o soluciones originales.

Para comprender los procesos de aprendizaje en matemáticas es preciso preocuparse por la dimensión emocional (Arora et al., 2020), incluso en alumnos superdotados (Özdemir e Işiksal, 2019). La razón y la emoción se influencian mutuamente. Las capacidades de resolución de problemas influyen en las creencias y en la inteligencia emocional (IE). La IE es el timón de los procesos de sentir, pensar, aprender y resolver problemas. Arora et al. (2020) muestran que la resolución de problemas matemáticos es diferente según niveles de inteligencia emocional, autoestima y confianza, entre otros. También observan la incidencia decisiva de la automotivación, que resulta ser un factor importante en cuanto a la superación de bloqueos. El alumno desarrolla ideas de cómo trabajar la resolución de problemas basándose en procedimientos que abstrae de su propia experiencia. Algunas creencias provienen del tipo de instrucción recibida en el aula: problemas usados, evaluación y dinámicas de grupo. Las creencias crean resultados que, si son positivas, actúan sobre las capacidades aumentándolas, pero si son limitativas, pueden impedir la resolución. Para Arora et al. (2020), la autoridad del profesor es un elemento clave. Los alumnos no pueden delegar la responsabilidad sobre la validez de sus respuestas. El estudiante no debe ser concebido como un sujeto que sigue un conjunto de pasos para resolver problemas, sino como el sujeto activo que desarrolla su pensamiento matemático buscando vías de solución. El docente debe implementar acciones, impulsos heurísticos y procedimientos en forma de indicaciones, sugerencias o preguntas que movilicen el pensamiento matemático de los alumnos (Díaz y Díaz, 2018). Sin embargo, hay que considerar el grado de dificultad de los problemas y los procesos implicados. Para desarrollar en los alumnos la confianza ante los bloqueos cuando resuelven problemas, no todas las actividades son útiles. En este sentido, como actividades útiles se podrían tomar la resolución de problemas que requieren procesos de iluminación, pues según Sánchez y Fiol (2016), provocan abundantes bloqueos autoimpuestos en la interpretación del enunciado en los resolutores. La iluminación, en tanto que es agradable, puede transformar las creencias y actitudes negativas hacia las matemáticas, repercutiendo en sus habilidades. Liljedahl (2013) plantea la incorporación de este fenómeno en las clases como estrategia para lograr una mejor aceptación. La iluminación depende de la capacidad de controlar lo que sucede en nuestra conciencia momento a momento y cada persona lo consigue basándose en su propio esfuerzo y creatividad.

También, como prácticas útiles para detectar bloqueos se podría proponer la creación de problemas que propiamente es una competencia profesional del futuro maestro. La investigación sobre el planteamiento de problemas está todavía en sus primeros años (Cai y Hwang, 2020). La competencia matemática es una aptitud para identificar las matemáticas, calcular, razonar, representar e interpretar información, aplicar estrategias de resolución de problemas. Niss y Højgaard (2019) establecen que crear problemas es una parte de la competencia de la resolución de problemas, lo cual significa que para ser un resolutor competente, los estudiantes necesitan practicar tanto la resolución de problemas como su creación. En un estudio hecho por Cai et al. (2020) se muestra que después de un taller sobre creación de problemas con un grupo de profesores con poca experiencia en ello, un 80% se ha familiarizado e incluye la formulación de problemas en la enseñanza de matemáticas. En otro estudio hecho por Loría y Lupiáñez (2019) se muestra que, tras un curso propuesto a profesores de matemáticas de secundaria sobre los procesos matemáticos sucedidos en el aula con el interés de apoyar el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes, los profesores desarrollan y mejoran sus capacidades para vincular habilidades, procesos y competencias, y seleccionan tareas adecuadas para ello. Una buena competencia en creación de problemas permitiría proponer problemas que Mallart et al. (2016) denomina adecuados, al verificar:

- dificultad no excesiva, solución percibida como alcanzable, contenidos tratados y/o estrategias resolutivas conocidas;
- percepción clara de lo que hay que hacer (determinar algo, demostrar, …);
- camino intuible para obtener la solución y favorecedor del uso de relaciones lógicas antes que el uso mecánico de algoritmos;
- posibilidad de experimentar para aceptar/rechazar conjeturas, posibilidad de establecer conexiones matemáticas, y conocimiento de problemas similares pudiéndose repetir el procedimiento.

Observemos que los problemas de la matemática recreativa permiten trabajar la intuición a través de la anticipación y experimentación, combatiendo así muchos de los bloqueos que surgen en resolución de problemas: autorestricciones, interpretaciones abusivas o implícitas del lenguaje de los enunciados, falsas intuiciones, paradojas, particularizaciones y generalizaciones.

OBJETIVOS

La voluntad del presente estudio es ayudar al futuro maestro a anticiparse a los bloqueos que pueden sufrir sus futuros alumnos cuando les planteen problemas de matemáticas, y así poder ayudar a sus alumnos a superarlos. Para este fin, en esta investigación se han planteado tres objetivos fundamentales:

- ♦ Identificar las causas de los bloqueos en resolución de Problemas para los estudiantes de magisterio.
- ♦ Averiguar si los alumnos de magisterio saben crear problemas de matemáticas que susciten un determinado bloqueo durante su resolución
- ♦ Descubrir si los alumnos de magisterio saben orientar cómo superar los bloqueos en resolución de problemas de matemáticas

Como objetivos secundarios se estudian las relaciones entre: la competencia de resolver problemas y saber cómo superar los bloqueos; la competencia de crear problemas y detectar bloqueos.

MÉTODO

Para conseguir estos objetivos se ha diseñado e implementado una secuencia de tareas profesionales con la finalidad de hacer reflexionar a los futuros maestros de primaria sobre los bloqueos que pueden sufrir sus alumnos cuando resuelvan problemas, para que puedan ayudar a superarlos.

El enfoque metodológico que preside la investigación es cualitativo. Hay aspectos que requieren explicaciones individuales (escritas) para interpretar correctamente los bloqueos sufridos, si los han superado, y cómo lo han hecho.

Participantes

La muestra escogida la han formado 53 estudiantes de la asignatura de Didáctica de la Geometría de tercer curso del Grado de Maestro de Educación Primaria. En este curso los estudiantes se encuentran a un curso de finalizar sus estudios de magisterio y sus puntos de vista y conocimientos son bastante cercanos a los de los maestros noveles. Al comenzar el curso, están de acuerdo con que las matemáticas son un conjunto de reglas y fórmulas útiles (86%). Una cuarta parte (26%) no concibe las matemáticas como manera de pensar y resolver problemas. Una quinta parte piensa que las matemáticas implican memorización y seguimiento de reglas (19%), y que el conocimiento matemático es fijo e inmutable

(20%). La mitad del grupo recuerda como Fases de resolución de problemas las de Polya, pero incorrectamente (52%). La mitad no encuentra interesante saber crear problemas (48%). Una cuarta parte (27%) no sabe por qué hay que enseñar a crear problemas; una tercera parte dice que ayuda a resolverlos (33%). La mayoría confiesa poca simpatía hacia las matemáticas debido a las numerosas ocasiones en que se han bloqueado trabajando con ellas. Esta investigación se ha efectuado durante el curso académico.

Instrumentos y diseño

En esta investigación se han utilizado diferentes instrumentos de registro escrito para recopilar diferentes tipos de información: hojas de trabajo con tareas propuestas, diario de campo, producciones de los alumnos.

Para el diseño se han tenido en cuenta los siguientes aspectos:

- ♦ La longitud de la secuencia ha sido de seis tareas.
- ♦ El tipo de requerimiento ha sido diferente según la tarea: expresión de opiniones sobre las matemáticas, el razonamiento, la argumentación, el aprendizaje memorístico, el proceso de resolución y los bloqueos, y la creación de problemas (tareas 1, 2); creación de problemas del ciclo superior de primaria (tarea 6); resolución de problemas creados por ellos mismos o propuestos por el investigador (tareas 3, 5, 6); análisis de la actividad matemática para resolver un problema, de los bloqueos sufridos y de los momentos de iluminación sobrevenidos (tareas 3, 5, 6); y, lectura y comentario de artículos (tarea 4).
- ♦ El entorno matemático de las tareas ha sido la geometría euclidiana y situaciones cercanas que suscitaran enigmas curiosos para ser resueltos (reparticiones y recuentos del último ciclo de primaria). La atención se ha centrado en procesos de creación y resolución de problemas, especialmente en los bloqueos.
- ♦ La organización ha sido trabajo individual (tareas 1-6) y discusión en gran grupo (las tareas 3 y 4 además han implicado un trabajo en grupo).

Descripción de la implementación de la secuencia de tareas

En este estudio se ha diseñado e implementado una secuencia de tareas profesionales para propiciar la reflexión sobre la resolución de problemas, centrando la atención en los momentos de bloqueo y de iluminación. En este apartado se explica su implementación.

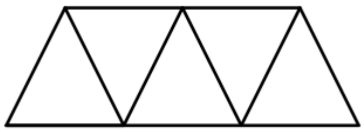
La primera tarea consistió en un cuestionario inicial de 9 preguntas (Anexo 1) para averiguar las ideas previas de los estudiantes sobre el razonamiento matemático, la argumentación, el aprendizaje memorístico. Se les pregunta: cómo se debe entender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; en qué se traduce el dominio de las matemáticas; el papel del aprendizaje memorístico en matemáticas; en qué consiste la habilidad matemática, y si se puede mejorar.

La segunda tarea se compuso de un cuestionario de 7 preguntas (Anexo 2) para averiguar las ideas previas de los estudiantes sobre los procesos de resolución y de creación de problemas. Se les pregunta: las diferencias entre ejercicios y problemas, y sus características; rasgos interesantes del problema para el docente; propiedades del proceso de resolución de problemas; interés y utilidad sobre crear problemas y saber enseñar a crear problemas.

La tercera tarea ha consistido en la resolución de tres problemas escogidos entre los listados de las pruebas Canguro[1] de los años 2013 y 2016 (Figura 1). El nivel de dificultad que se ha buscado ha de suponer un reto para alumnos universitarios de magisterio para generar bloqueos en su resolución, por ello, no se pueden escoger problemas fáciles de alumnos de primaria. No obstante, la dificultad tampoco puede percibirse como insoslayable. La elección de los siguientes problemas no rutinarios responde a tales criterios, planteándose en escenarios diferentes (combinaciones, geometría plana, búsqueda de regularidades) para suscitar el mayor número de bloqueos afectivos, cognoscitivos y culturales/ambientales.

PROBLEMA 1: En una clase, cada uno de los chicos ha dado la mano a cada una de las chicas. Si en total se han dado las manos 77 veces, ¿cuántos alumnos hay en la clase? (1º de ESO Canguro 2016)

PROBLEMA 2: Ramón tiene piezas de madera, todas iguales, que tienen la forma de un triángulo isósceles de perímetro 34 cm. Con 5 piezas, forma un trapecio isósceles como el de la Figura 1 que tiene un perímetro de 74 cm. ¿Cuánto mide la base mayor del trapecio? (3º de ESO Canguro 2016)



PROBLEMA 3: La Figura 2 muestra un zig-zag formado por 7cuadrados de 1 cm de lado y el perímetro de esta figura hace 16 cm. ¿Cuál será el perímetro de un zig-zag de cuadrados construido con 2013 cuadrados? (1º Bachillerato Canguro 2013)

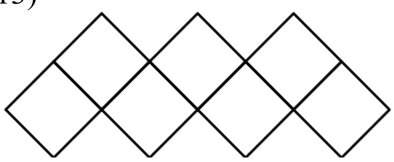


Figura 1. Dibujo Problemas de la tarea 3

[1] es un concurso preuniversitario de matemáticas organizado en más de 30 países, donde las competencias evaluadas combinan lógica y matemáticas, no sólo fórmulas. Los listados de los problemas se pueden encontrar en https://www.cangur.org/cangur/anteriors/

Después de resolverlos individualmente deben analizar y describir la actividad matemática desarrollada, los bloqueos sufridos y cómo los han tratado de superar. En esta tarea, se han elaborado tres listados iniciales que se han consensuado en el grupo clase: uno de bloqueos sufridos, otro de sus causas, y otro de cómo los han superado. Estos listados iniciales se han trabajado posteriormente en la cuarta tarea, donde se han ampliado (tablas 1-4). También ha sido motivo de reflexión el hecho que pueden darse bloqueos de diferentes orígenes en la misma resolución, y que, un mismo bloqueo puede ser provocado por causas diferentes. Por esta razón, las vías de superación no son idénticas.

La cuarta tarea ha consistido en: a) leer 3 documentos de expertos (Gómez-Chacón, 2002; Beltrán et al., 2009; Sánchez y Fiol, 2016); b) añadir cinco ítems en las columnas de las tablas 2-4; c) consensuar una tabla final en el gran grupo añadiendo los ítems nuevos.

La quinta tarea ha consistido en la resolución de 3 problemas no rutinarios de ámbitos diferentes (recuentos, reparticiones, geometría plana), como en la tarea 3, con el fin de suscitar en toda la tipología de alumnado de la muestra estudiada de magisterio el máximo número de bloqueos. Se han escogido estos tres problemas motivados por el interés de que los resolutores muestren si saben reconocer bloqueos emergentes en su resolución, y si saben sugerir vías de solución efectivas. La motivación para resolver correctamente los problemas está garantizada pues se ha tratado de una prueba evaluable, y se ha planteado tal y como aparece en la figura 2.

En toda resolución de un problema tiene lugar las 4 fases de Polya. Distínguelas a medida que resuelves los problemas. Explica los bloqueos sufridos, y sus orígenes.

PROBLEMA 4: Encuentra cuántos cuadrados de cualquier medida hay en un tablero de ajedrez. Recuerda que un tablero de ajedrez está formado por 8 hileras de 8 casillas cuadradas cada una.

PROBLEMA 5: Enrique quiere estrenar un juego que le han regalado con sus amigos. Si reparte 4 fichas a cada uno, sobran 6, y si reparte 6 a cada uno, faltan 4. Encontrad cuántos amigos juegan y cuántas fichas tiene el juego.

PROBLEMA 6: Dibuja un octógono regular (figura plana de 8 lados iguales) inscrito en una circunferencia de 6 cm de radio (los vértices están sobre la circunferencia, a la misma distancia) sin la ayuda de un transportador de ángulos.

Figura 2. Enunciado de la tarea 5

La sexta tarea ha consistido en que cada estudiante cree y resuelva dos problemas de nivel ciclo superior de primaria (desde los 10 a los 12 años) propiciando bloqueos, según las tablas 2-4 que aparecerán en el apartado de resultados. Además, debe responder a un cuestionario de cuatro preguntas en que se les pide qué bloqueos se pueden sufrir en la resolución de sus problemas de tipo afectivo, cognoscitivo, cultural y ambiental, y cómo orientan su superación.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

A continuación, se plantea un análisis de datos y resultados enfocado a responder los tres objetivos planteados, considerando que existe una intensa relación entre la resolución de problemas y su creación, y entre los bloqueos que aparecen al resolver problemas y su superación.

Relación entre los bloqueos en resolución de problemas, las causas y su superación

El análisis de los resultados recogidos de la tarea 3 permiten determinar los bloqueos que han sufrido en resolución de problemas, los motivos que los han provocado y cómo se les ha ocurrido superarlos, si es que lo han conseguido. En este sentido, inicialmente se confeccionaron tres listados independientes para cada uno de estos aspectos. Posteriormente, se ha trabajado para llegar a interrelacionar los tres aspectos. Dada la magnitud de la tabla originada, para facilitar su lectura y por cuestiones de estilo, en este documento se muestra una tabla que recoge las vías de superación de los bloqueos en resolución de problemas consensuados (tabla 1) y cuya numeración se utilizará en la tercera columna de las tablas 2-4, en las que se relacionan los bloqueos, sus causas y modos de superarlos, según su origen.

Tabla 1
Vías de superación de los bloqueos en resolución de problemas

Vías de superación	Descripción
1	Relectura y reflexión de los datos
2	Buscar analogías
3	Replanteamiento/ Reformulación
4	Uso de diferentes métodos de resolución
5	Ordenar los datos. Organización en tablas
6	Simplificación, dividir en partes más simples
7	Curiosidad por probar nuevos caminos
8	Números bajos
9	Usar figuras sencillas
10	Buscar un patrón, regularidad, una fórmula
11	Identificar sub-metas
12	Tranquilidad equivocarse sin repercusiones

Tabla 1
Vías de superación de los bloqueos en resolución de problemas

Vías de superación	Descripción
13	Relacionar datos y contexto
14	Relajación, tranquilidad, sin presiones
15	Dibujo/Representaciones gráficas/ Colores/ Diagrama
16	Hacer inducción
17	Tanteo
18	Resolver paso a paso, según planificación
19	Imaginación, creatividad
20	Ensayo- Error (Conjeturar y probar conjetura)
21	Renombrar las incógnitas
22	Uso de notación adecuada
23	Revisión de lo que se ha hecho
24	Particularización
25	Escepticismo interior
26	Formular clara y brevemente la esencia
27	Repasar los detalles
28	Exposición final de los razonamientos
29	Volver hacia atrás
30	Hacer muchos ejemplos
31	Reorganizar la información
32	Trabajar hacia atrás, suponiendo problema resuelto
33	Usar simetría
34	Querer resolverlo
35	Relacionar conocimientos antiguos con nuevos
36	Búsqueda de relaciones
37	Buscar interpretaciones alternativas
38	Utilizar la abstracción (aislar atributos específicos)
39	Trasladar el problema a una situación real

Tabla 1
Vías de superación de los bloqueos en resolución de problemas

Vías de superación	Descripción
40	Tomárselo como un reto. Asumir riesgos
41	Dejar de pensar en el problema por un momento
42	Saber que tiene solución

Tabla 2
Bloqueos en resolución de problemas de origen cognoscitivo: causas y superaciones

Bloqueo	Causas	Vías de superación
Imposibilidad de encontrar una estrategia resolutiva rápidamente	Poco conocimiento matemático. Desconocimientos de métodos de resolución. Tanteo no resolutivo. Regla de 3 no funciona. Ensayo y error no funciona. Aplicaciones de referentes habituales que no funcionan. Siempre se analiza el problema desde el mismo punto de vista. Falta de creatividad.	1,2,3,5,6,7,10,11,12, 13,15,16,17,19,20,21, 22,23,24,26,30,33,37, 38,39,41
Incapacidad de generalizar	Falta práctica en resolución de problemas. Falta abstracción. Falta conocimientos previos. Falta creatividad.	2,10,16,17,20,21,22, 24,33,35,38
Incapacidad de encontrar patrones, semejanzas, regularidades	No saber hacer analogías fijándose en lo importante. Siempre se analiza el problema desde el mismo punto de vista.	1,3,5,6,8,10,13,15,16, 17,19,20,21,22,24,25, 26,27,31,33,35,36,37, 38,39,41
Incapacidad de representar gráficamente los datos	Poco conocimiento matemático	1,9,10,15,19,35,36
Incapacidad de encontrar fórmulas	No encuentro fórmula directa que resuelva. No ser resoluble mediante fórmulas.	4,10,16,17,20,24
Incapacidad de acabar	Error de cálculo. Falta de práctica en resolución de problemas. Falta de conocimientos previos. Falta de creatividad.	3,7,10,11,13,16,17,18 , 19,20,21,23,24,26,27, 28,29,32,36,37,41
Incomprensión del enunciado/	Enunciado confuso. Interpretación errónea del enunciado. Siempre se analiza el problema desde el mismo punto de vista.	1,5,10,13,15,19,22,26 , 30,31,35,37,41

Tabla 2
Bloqueos en resolución de problemas de origen cognoscitivo: causas y superaciones

Bloqueo	Causas	Vías de superación
Interpretación errónea		
Incapacidad de calcular sin calculadora	Desconocimiento de las tablas de multiplicar. Errores de cálculo.	10,16,17,20

Tabla 3
Bloqueos en resolución de problemas de origen cultural y ambiental: causas y superaciones

Bloqueo	Causas	Vías de superación
Imposibilidad de concentrarse	Ruido. Cansancio. Falta de atención. Sensación de falta de tiempo.	1,14,18,42
Falta de datos	Ruido. Falta de atención	1,3,5,10,13,15,22,26, 27,32
Abrumado por los datos	Cifras grandes. Cambio de unidades en el enunciado.	8,15,16,17,18,20,21, 22,26
Incomprensión del enunciado/ Interpretación errónea	Prisas: resolución ágil bien vista. Falta de atención	5,7,12,13,14,15,22,24,26, 31
Incapacidad de encontrar una fórmula	Presuponer la existencia de una fórmula	4,6,7,10,11,13,16,17, 20,24,32,33
Incapacidad de captar todos los datos	Falta de atención. No está bien visto: la contemplación, abstracción, especulación, ambigüedad, imaginación	1,9,10,12,13,14,15,22, 25,27,34

Tabla 3
Bloqueos en resolución de problemas de origen cultural y ambiental: causas y superaciones

Bloqueo	Causas	Vías de superación
Incapacidad de acabar	Presuponer la existencia de una única respuesta correcta. Error de cálculo. Falta de creatividad.	3,4,7,10,11,13,14,16, 17,18,20,21,23,24,25, 27,28,29,32,33,34,41
Incapacidad de comenzar	Presuponer algo innecesario, restricciones inventadas. Falta de creatividad.	1,2,5,6,10,13,14,15, 22,24,25,26,27,30,31, 34,41
Imposibilidad de encontrar una estrategia resolutiva rápidamente	Presuponer que los individuos inteligentes solucionan rápidamente los problemas. Poca fuerza de voluntad.	1,3,4,5,6,7,10,11,13, 14,15,16,17,19,20,21, 22,23,24,26,30,31,32,33

Tabla 4
Bloqueos en resolución de problemas de origen afectivo: causas y superaciones

Bloqueo	Causas	Vías de superación
Imposibilidad de concentrarse	Preocupación. Cansancio. Sensación de falta de tiempo. Miedo: a equivocarse, al ridículo, a un examen. Repugnancia: aburrido, imposible, alejado de su realidad. Aplicaciones de referentes habituales que no funcionan. Ansiedad: tensión interna, agitación por hacerlo bien.	1,2,3,5,6,12,14,15, 18,22,26,31,34,39,4 0,41,42
Incapacidad de comenzar	Autoestima baja, bagaje de experiencias resolutivas frustradas. Apatía, abulia, pereza. Poca fuerza de voluntad. Repugnancia: imposible, alejado de su realidad. Aplicaciones de referentes habituales que no funcionan. Falta de creatividad.	1,2,5,6,7,9,10,12,14 15,19,22,26,39,40, 42
Incapacidad de acabar	Miedo: a equivocarse, al ridículo, a un examen.	1,3,4,12,14,18,19, 22,23,26,27,28,29, 32,40,42
Incomprensión del enunciado/ Interpretación errónea	Angustia, desmotivación, apatía, abulia, pereza. Poca fuerza de voluntad. Actividad inesperada, sorpresa incómoda, baja tolerancia a lo desconocido, confianza, autoeficacia. No encuentra sentido a la	1,5,12,13,14,15,22, 26,27,30,31,34,39, 41,42

Tabla 4

Bloqueos en resolución de problemas de origen afectivo: causas y superaciones

Bloqueo	Causas	Vías de superación
	actividad. Siempre se analiza el problema desde el mismo punto de vista.	
Incapacidad de relacionar los datos	Mezcla de procedimientos por nerviosismo. Poca fuerza de voluntad. Falta de creatividad.	1,5,7,9,10,11,12, 13,14,15,19,22,24, 26,31,41
Imposibilidad de encontrar una estrategia resolutiva	Inseguridad durante el proceso resolutivo, desconfianza de las propias conjeturas, desorganización. Aplicaciones de referentes habituales que no funcionan. Siempre se analiza el problema desde el mismo punto de vista. Error de cálculo. Sensación de falta de tiempo. Falta de creatividad.	1,2,3,4,5,6,7,10, 11,12,13,15,16,17, 19,20,22,23,24,25, 26,30,31,32,33,34, 37,40,41,42
Incapacidad de calcular sin calculadora	Inseguridad, dependencia de la calculadora	4,13,14,40
No saber proseguir tras haber empezado múltiples caminos	Desorganización. Error de cálculo. Siempre se analiza el problema desde el mismo punto de vista. Sensación de falta de tiempo. Falta de creatividad.	3,6,7,11,12,13,14, 15,17,19,20,22,23, 24,26,27,29,30,31, 32,33,34, 40,41,42
Impulso de salir corriendo o rendirse	Stress provocado por una tarea que sobrepasa al individuo. No encuentra sentido a la actividad. Error de cálculo. Falta de motivación. Poca fuerza de voluntad.	1,7,14,15,18,22,26, 34, 39,41,42
Incapacidad de recordar fórmulas	Presión, nerviosismo	4,10,12,13,14,24,32

Orígenes distintos sobre mismos bloqueos en resolución de problemas

Un mismo bloqueo puede tener orígenes diferentes, como queda reflejado en las tablas 2-4. A continuación exponemos dos ejemplos de un mismo bloqueo, la imposibilidad de encontrar una estrategia resolutiva, con orígenes diferentes.

El primer ejemplo se encuentra en la resolución del alumno 5 al problema 1, en el que dicho bloqueo tiene un origen cognoscitivo: rígido en solucionar el problema y en procesos de pensamiento. El alumno lo intenta siempre de la misma manera; busca patrones hasta inventárselo, incluso en contra del enunciado (en vez de 77 encajadas de manos, propone 78). En la figura 3 puede verse la resolución, que el alumno explica de la siguiente manera:

Primero he hecho un esquema donde me marcaba el número de encajadas de mano. Para reunir los datos, he hecho una tabla y he observado que hay un patrón en el número de encajadas. He seguido la tabla para llegar a las 77 encajadas y encontrar el número de personas.

Dice que otra manera de resolver sería con una fórmula para no hacer la tabla entera, pero dice no encontrarla. Comenta los obstáculos sufridos: no encontrar la fórmula y la presión por hacerlo bien. El alumno explica que ha superado los bloqueos con una tabla hasta la quinta persona, fijándose en un patrón. Pero que al no encontrarla, ha acabado la tabla. Afirma haber superado los bloqueos, pero lo ha resuelto mal.

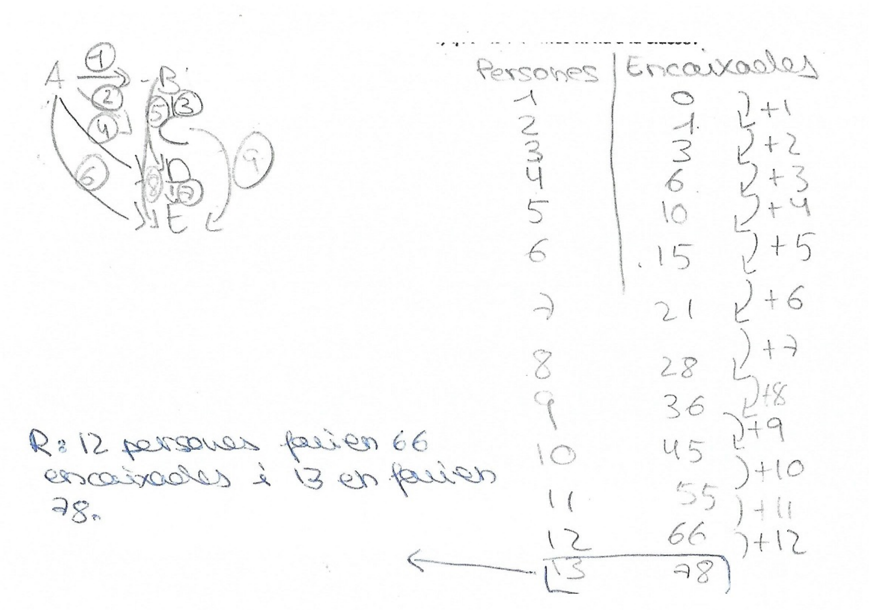


Figura 3. Ejemplo de imposibilidad de encontrar estrategia resolutiva de origen cognoscitivo

Un origen diferente al bloqueo anterior se encuentra en la respuesta del estudiante 6 al problema 3: aplica la regla de 3 y no se plantea el sentido (origen afectivo).

Dentro de los orígenes afectivos se había distinguido en la tabla 4 el bloqueo de "Incomprensión del enunciado/ Interpretación errónea", y dentro de las causas señaladas se habían contemplado entre otras: la desmotivación, apatía, abulia, pereza; poca fuerza de voluntad; no encontrar sentido a la actividad. La respuesta del estudiante 6 al problema 3, "Si 7 es a 16, 2013 es a x. Entonces, x = (16·2013)/7=4601.14 cm", es totalmente absurda porque el perímetro tendría que ser entero y sale decimal. Pese a ello, no lo intenta de otra manera; de hecho, ni se plantea que tenga sentido o no la respuesta. No sabe otra manera de solucionarlo, ya que "Primero había pensado hacer una serie de 10 y buscar la manera de multiplicarlo. Pero después he hecho una regla de 3”. De hecho, dice haber superado el bloqueo gracias a la regla de 3.

Relación entre competencia para resolución de problemas y superación de bloqueos

El análisis de los resultados recogidos de la tarea 5 permiten clasificar los alumnos en 4 grupos según si muestran o no competencia matemática en resolución de problemas (análisis basado en el seguimiento de las Fases de Polya porque son las que se les ha enseñado) y si muestran o no habilidad para superar bloqueos. A continuación expondremos un ejemplo de cada tipo obtenido: competencia en resolución de problemas y superación de bloqueos; no competencia en resolución de problemas y superación de bloqueos; competencia en resolución de problemas y no superación de bloqueos; y, no competencia en resolución de problemas y no superación de bloqueos.

Para ilustrar el primer caso hemos escogido la resolución del problema número 6 del alumno 7 (Figura 4) que a pesar de no distinguir las fases de resolución explícitamente, su resolución indica que sí es competente en resolución de problemas y que ha superado todos los bloqueos, resolviendo correctamente el problema.

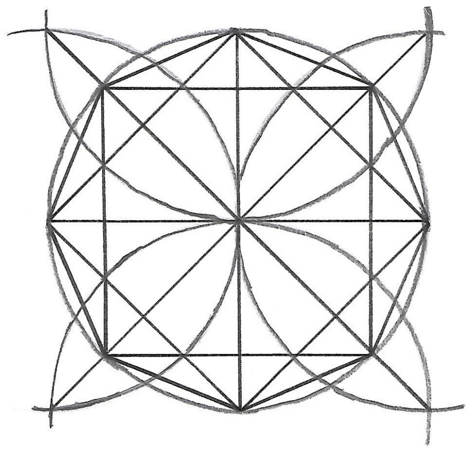


Figura 4. Ejemplo de competente en resolución de problemas y haber superado todos los bloqueos

Comprende bien los datos del enunciado como muestra en el dibujo y la estrategia resolutiva y su ejecución es correcta: a partir de un cuadrado, calcula bisectrices y forma otro cuadrado, obteniendo el octógono. En cuanto a los bloqueos sufridos, el alumno dice que han sido “falta de creatividad y de práctica [origen cognoscitivo] para generalizar. Además, frustración por no saber por dónde comenzar y por último no me esperaba una actividad así y la he interpretado mal mientras construía [origen afectivo]”.

Para el segundo caso, no competencia en resolución de problemas y superación de bloqueos, encontramos el caso de la resolución del alumno 8 al problema 4. El análisis de las fases de resolución de dicho problema muestra que no es competente en resolución de problemas porque no profundiza. No detalla cómo han de ser los cuadrados del enunciado (“Nos pregunta el número de cuadrados en un tablero de ajedrez”) ni la representación gráfica que utilizará, ni qué reflejará en la tabla que dice que hará (“Para resolver este problema utilizaré una representación gráfica. Y haré un seguimiento de los datos mediante una tabla”). Además, comete varios errores en la ejecución de su estrategia (Figura 5): faltan los cuadrados 3x3, 5x5, 7x7; no sabe contar la cantidad de cuadrados 2x2, ni 4x4, ni 6x6. Por último, no hace una revisión exhaustiva ni efectiva pues no es capaz de ver la cantidad de fallos cometidos: “64 (q1x1)+ 91 (q2x2)+11(q4x4)+4(q6x6)+1(q8x8) = 171 cuadrados. En total hay 171 cuadrados dentro de un tablero de ajedrez”.

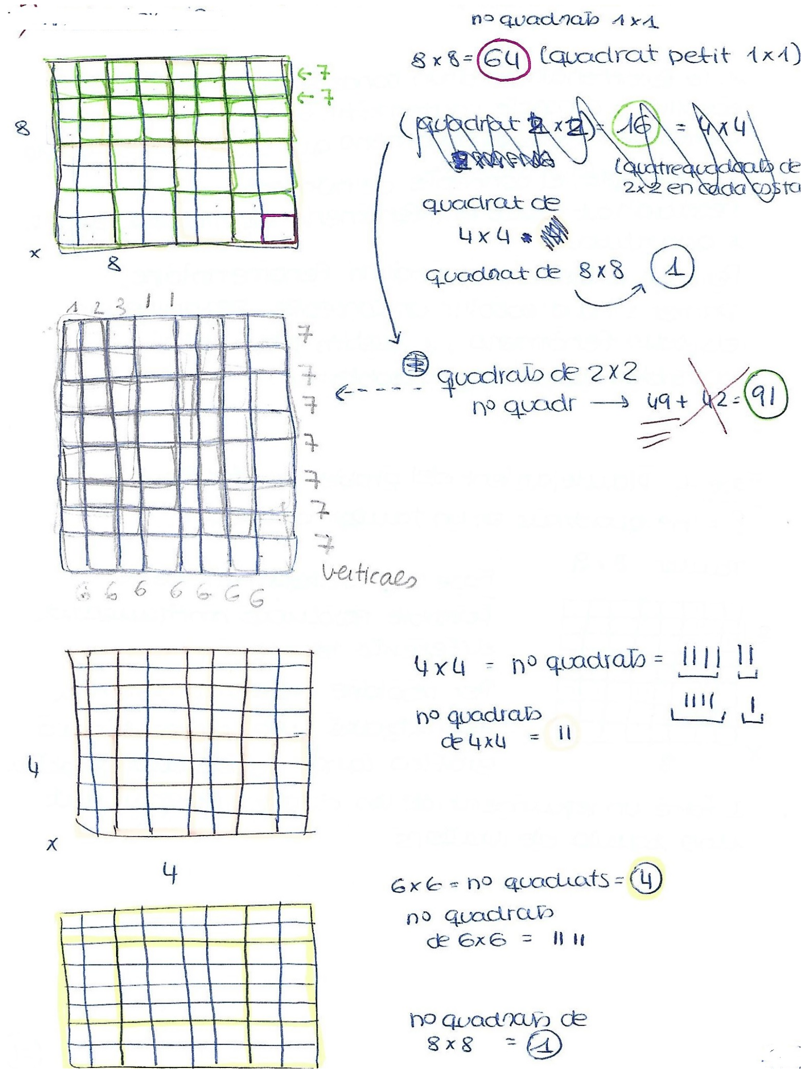


Figura 5. Ejemplo de Fase III de un alumno no competente en resolución de problemas

En lo referente a los bloqueos, el alumno afirma haber sufrido tres y haberlos superado. En primer lugar, se sintió incapaz de relacionar datos (origen afectivo), por nervios y tener demasiada información. Además, dice que se ha sentido presionado con la cantidad de números (origen cultural y ambiental, aunque por la explicación parece por desorganización, y entonces es de origen afectivo), aunque dice que lo ha solucionado volviendo a comenzar la operación. Por último, dice que se ha sentido perdido y que no sabía cómo continuar a causa de los dibujos (origen cognoscitivo, por no saber hacer diagramas). Aclara que ha concentrado demasiada información en un mismo dibujo, y que lo ha resuelto repitiendo el dibujo aparte.

El tercer caso, competente en resolución de problemas que no supera los bloqueos, se puede ejemplificar con la resolución del alumno 9 al problema 5. En primer lugar, podemos comprobar que estructura la información: "Me piden saber cuántos amigos juegan y el número de fichas. Los datos que tengo son: a) 4 fichas para cada amigo, hace que sobren 6; b) 6 fichas para cada amigo hace que falten 4". A continuación, detalla lo que hará y cómo: "Con los datos utilizaría la estrategia de ensayo y error. Iría probando combinaciones de números de fichas y personas a quien reparto para que al final se cumplan las condiciones". Además, la ejecución de esta estrategia es correcta y está bien explicada:

"20 fichas y 4 amigos: 4x4=16 fichas. Sobran 4. No cumple

22 fichas y 4 amigos: 4x4=16 fichas, sobran 6. Cumple la 1ª condición

4x6=24 fichas, faltan 2. No cumple la 2ª condición

26 fichas y 5 amigos: 5x4=20 fichas, sobran 6. Cumple la 1ª condición

5x6=30 fichas, faltan 4. Cumple la 2ª condición

La solución es 26 fichas y 5 amigos".

En la última fase, es consciente de que debería comprobar que con otra estrategia los resultados coincidan, pero no lo hace. Explica que ha sufrido dos bloqueos. El primero fue la imposibilidad de concentrarse por cansancio (origen afectivo), que consiguió superar. El segundo fue la incapacidad de acabar, por falta de práctica en resolución de problemas y por falta de conocimientos previos (origen cognoscitivo), bloqueo que no pudo superar.

Por último, vamos a ilustrar el caso de la resolución al problema 4 del alumno 10, que tiene poca competencia en resolución de problemas y dice no haber sabido superar los bloqueos. En este caso, el alumno no detalla suficiente lo que comprende: "Queremos saber los cuadrados de un tablero de ajedrez (8 filas x 8 casillas) de cualquier medida". Tampoco describe las estrategias a seguir pues dice que busca gráficamente. Además, la ejecución muestra desorden e incapacidad de no saber contar los cuadrados (Figura 6). Intenta distinguir entre cuadrados en posición "normal" y "desplazados", y dentro de estos últimos, "los horizontales, verticales y en diagonal". En sus palabras: "Buscamos el patrón de cuántas veces se repite en diagonal/horizontal/vertical y lo multiplicamos con la medida de cada cuadrado. Respuesta: 195 cuadrados de cualquier medida”. En la última fase, confiesa no saber cómo hacer la comprobación.

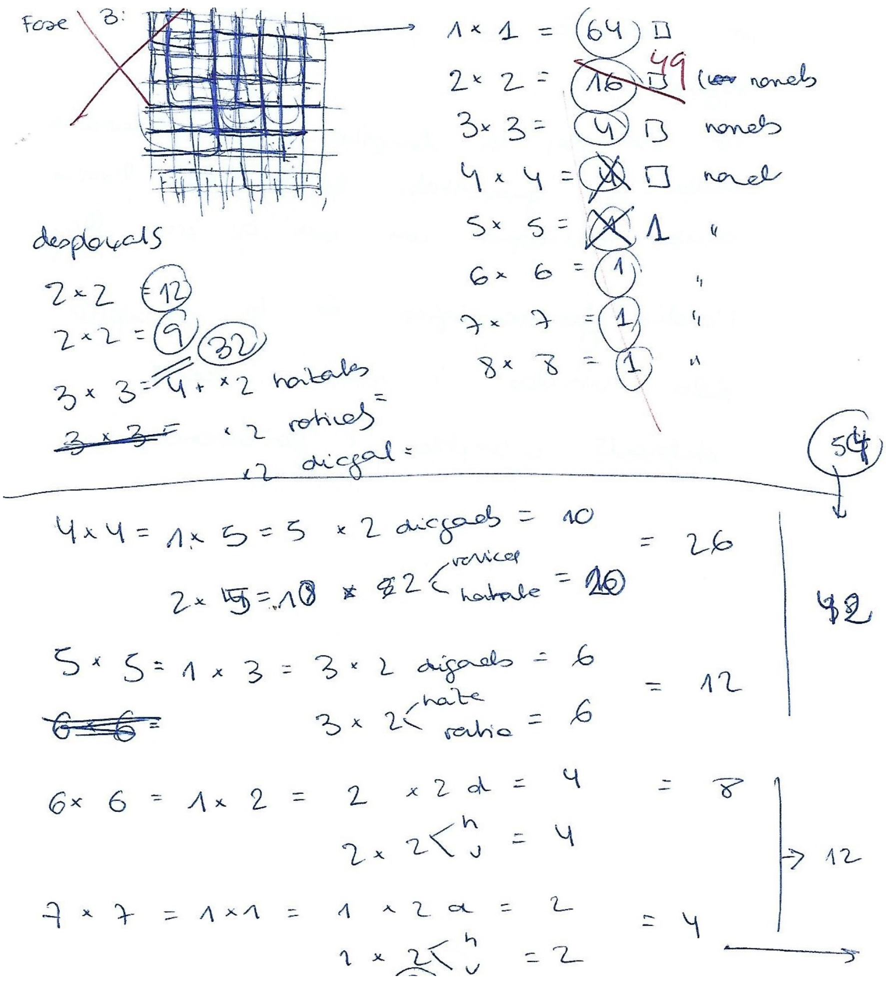


Figura 6. Ejemplo de desorden e incapacidad de no saber contar cuadrados

El bloqueo principal que dice experimentar es la imposibilidad de encontrar un patrón rápidamente. Confiesa que cuanto más tiempo pasaba sin encontrarlo, se iba poniendo más nervioso. Lo que comenzó siendo un bloqueo de origen cognoscitivo por desconocer métodos de resolución o tener falta de creatividad para resolución de problemas, acaba provocando otro de imposibilidad de concentrarse por la ansiedad (origen de tipo afectivo).

Relación entre competencia para crear problemas, detección de bloqueos, y saber ayudar a superarlos

Los resultados de la tarea 6 han podido clasificarse en 4 grupos atendiendo a si tienen o no competencia matemática para crear problemas adecuados (son aquellos problemas que cumplen las cuatro características presentadas en la introducción), a si tienen o no el acierto de detectar posibles bloqueos que susciten los problemas propuestos, y a si saben o no cómo motivar su superación. Observemos que a priori podían aparecer ocho grupos diferentes, pero tan sólo han aparecido cuatro como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5
Grupos detectados relacionando competencia en crear problemas, detección de bloqueos, y saber ayudar a superarlos

Competencia Matemática en Crear Problemas	Saber detectar bloqueos	Saber ayudar a superar bloqueos
Sí	Sí	Sí
Sí	No	Sí
No	Sí	Sí
No	No	No

A continuación se expondrán cuatro ejemplos, uno por cada grupo detectado.

Un caso interesante que ejemplifica el caso de ser competente en proponer problemas, saber detectar bloqueos y saber ayudar a superarlos es el alumno 11 que redacta el siguiente enunciado:

> *“Carlos ha invitado a Julia, Blasco y Nieves a cenar, y ha preparado 3 pizzas: de 4 quesos, de jamón, y de champiñones. Él se ha comido 2/6 de la primera y 2/8 de la tercera; Julia ha comido 3/6 de la segunda y 1/8 de la tercera; Blasco ha comido 2/6 de la primera y 3/8 de la tercera, y Nieves ha cogido 2/6 de la primera y 2/6 de la segunda. ¿Ha sobrado algún trozo de alguna de las pizzas para su hermana mayor? Si es así, ¿de cuál ha sobrado más?”*

En la resolución, comienza diciendo:

> *“Hay 4 personas que comen de 3 pizzas diferentes y no todos cogen de las 3. Hay que saber la fracción de cada pizza comida para saber si sobra algún trozo para la mayor y comparar de cuál ha quedado una fracción mayor”.*

Después explica la estrategia:

> *“Necesitamos saber la fracción de cada pizza que han comido los 4. Por tanto, haremos la suma de las fracciones correspondientes a cada pizza para ver si sobran o no. Luego, si ha sobrado alguna fracción de más de una pizza, tendremos que comparar las fracciones entre ellas haciendo el denominador común para saber de cuál ha sobrado más”.*

Posteriormente, la ejecuta.

“Pizza de 4 quesos: 2/6+2/6+2/6=6/6=1, no sobran cortes de esta pizza

Pizza de jamón: 3/6+2/6=5/6<1; La fracción que sobra es: 6/6-5/6=1/6

Pizza de champiñones: 2/8+1/8+3/8=6/8<1; La fracción que sobra es: 8/8-6/8=2/8

Comparación fracciones sobrantes:

1/6=4/24 pizza de jamón; 2/8=6/24 pizza champiñones

Como 4/24<6/24, ha sobrado más pizza de champiñones”

Finalmente, lo comprueba con la figura 7, y afirma que “se puede comprobar gráficamente: la hermana mayor podrá comer 1/6 pizza de jamón y 2/8 de pizza de champiñones. Ha sobrado más de la de champiñones”

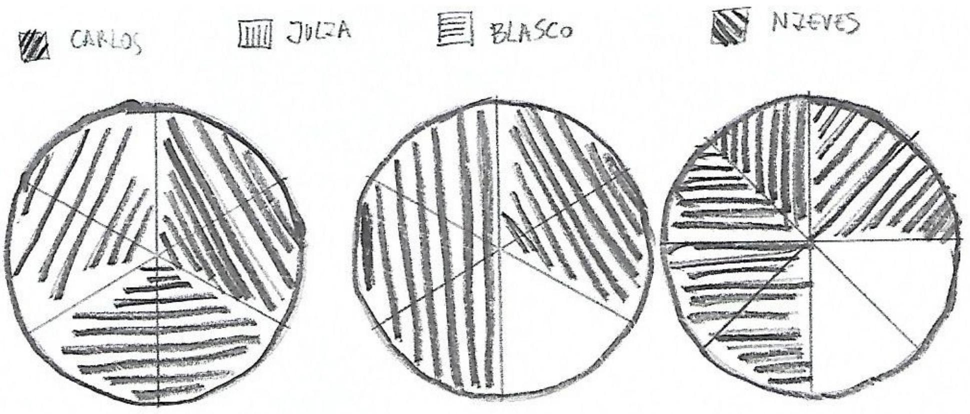


Figura 7. Ejemplo de comprobación gráfica

Tiene competencia matemática para proponer problemas: el contenido y procesos de matemáticas tratados son interesantes, se adaptan a los contenidos curriculares del ciclo superior de primaria y cumple las características de un problema adecuado.

Dice haber sufrido un primer bloqueo de origen afectivo, la dificultad en concentrarse por estar cansado y poco motivado. Para superar el bloqueo dice que respiró profundamente y pensó en que no era un trabajo tan duro. Dice haber sufrido un segundo bloqueo de origen cognoscitivo, la dificultad en buscar el denominador común de las fracciones de las pizzas sobrantes; dice que la inseguridad ha aumentado por no usar calculadora. Para superar el bloqueo dice que pensó en que eran cálculos sencillos y en que no habían penalizaciones. Dice haber sufrido un tercer bloqueo de origen cultural y ambiental en la fase II afirmando que se ha sentido abrumado por la cantidad de datos. Para superar el bloqueo dice que iba estructurando la información y ordenándola, paso a paso. Dice haber sufrido un cuarto bloqueo de origen afectivo: dificultad en concentrarse por estar inquieto por presentar bien la tarea. Para superar el bloqueo dice que se trabaja y piensa mejor relajadamente.

Un caso interesante que ejemplifica el segundo caso, es decir, ser competente en crear problemas, pero no saber detectar bloqueos aunque sí saber ayudar a superarlos, es el alumno 12. Redactó el siguiente enunciado:

> *"Mañana es mi cumpleaños y llevaré a la escuela caramelos para repartir entre mis compañeros. He comprado de dos sabores: fresa y menta. En total, he comprado 50. Los de fresa me han costado 2€ y los de menta 3€. En total me he gastado 133€. ¿Cuántos hay de cada clase?"*

Comienza la resolución diciendo que "los caramelos de fresa cuestan 2€ y los de menta, 3€. He comprado 50 y me he gastado 133€. Tengo que saber cuántos caramelos hay de cada clase" y explica que la estrategia a seguir será hacer una tabla de ensayo y error (tabla 6). Como podemos observar, relaciona los caramelos de fresa y de menta, sus precios y la suma total. Para terminar, revisa los cálculos:

> *"En total tenemos 50, entre fresa y menta, y cuestan 133€ (2€ fresa, 3€ menta). Si multiplicamos 17 caramelos por 2€, da 34€ y le sumamos 33 caramelos por 3€ cada uno, nos da 133€ el total. Respuesta: hay 17 caramelos de fresa y 33 de menta".*

Tabla 6
Tabla de ensayo y error realizada por el alumno

Fresa	Menta	Precio Fresa	Precio Menta	Total
10	40	2x10	3x40	140€
20	30	2x20	3x30	130€
18	32	2x18	3x32	132€
17	33	2x17	3x33	133€

Afirma haber sufrido un primer bloqueo de origen afectivo: incapacidad de recordar fórmulas, por nerviosismo. Dice que lo ha superado con la tranquilidad de poder equivocarse sin presiones. Observemos que es un bloqueo mal detectado porque no había ninguna fórmula para recordar, aunque se puede superar así. En su opinión, ha sufrido un segundo bloqueo de origen cognoscitivo: incapacidad de representar gráficamente los datos, debido al poco conocimiento matemático. Dice que lo ha superado resolviendo el problema paso a paso, según una planificación, una tabla. Al igual que antes, es un bloqueo mal detectado porque no había muchos datos por representar gráficamente, pero ha encontrado alternativas válidas para desbloquear. Habla de un tercer bloqueo de origen cultural y ambiental: imposibilidad de concentrarse, falta de atención por cansancio. Este bloqueo lo ha superado tranquilizándose, y es una buena manera. Un último destaca un cuarto bloqueo, de origen afectivo: imposibilidad de encontrar una estrategia resolutiva, desconfianza de las propias conjeturas, desorganización, y falta de creatividad. Su manera de superarlo ha sido ordenando los datos, organizándolos en una tabla, y resulta una manera adecuada.

Un caso interesante que ejemplifica el tercer caso de no ser competente en crear problemas, aunque sí sabe detectar bloqueos y sabe ayudar a superarlos, es el alumno 13 que redacta el siguiente enunciado:

> *"María y su familia marchan a buscar setas. Han recogido 25 setas. La abuela le pregunta a María cuántas tiene. María y su familia han recogido robellones y camagrocs. María no sabe cuántos tiene de cada tipo, pero sabe que tiene 3 camagrocs más que robellones. ¿Cuántas setas tiene de cada especie?"*

Como podemos observar, se trata de un enunciado desordenado y confuso. Su resolución no distingue las fases ni involucra procesos matemáticos interesantes para un ciclo superior de primaria como se pedía. Tampoco responde a las características de un problema adecuado, es decir, el alumno carece de competencia matemática para proponer problemas. Su resolución consiste simplemente en mostrar dos casos, uno que no cumple que la suma es de 25 setas (13 Camagrocs + 10 Robellones), y otro que sí lo cumple (14 Camagrocs + 11 Robellones).

Su primer bloqueo es de origen afectivo: incapacidad de relacionar los datos. Se puede superar tal como comenta ordenando los datos, organizándolos en tablas. El segundo bloqueo es de origen cognoscitivo: imposibilidad de encontrar una estrategia resolutiva rápidamente. Una forma de superarlo consiste en un replanteamiento de la situación. Dice haber sufrido un tercer bloqueo de origen cultural y ambiental: incapacidad de encontrar una expresión adecuada que da la respuesta combinando los datos. Una vía de superación podría ser la que ella misma comenta con ensayo y error. Por último, sufrió un cuarto bloqueo de origen afectivo: no saber proseguir tras haber empezado múltiples caminos. Una manera de superarlo es la de seguir repasando los detalles.

Por último, para ejemplificar el caso de no ser competente en crear problemas, no saber detectar bloqueos y no saber ayudar a superarlos utilizaremos el alumno 14, que redacta el siguiente enunciado:

> *"Ana quiere cortarse el pelo lo mínimo posible. Su madre le dice que se lo corte 2 dam y 3m de largo y la peluquera le dice que se lo corte 23,457 m. ¿A quién le tendrá que hacer caso Ana para no cortarse mucho el cabello?"*

El alumno propone un problema alejado de la realidad: el cabello es muy largo. Además, los procesos resolutivos implicados resultan pobres para un ciclo superior de primaria y no cumple las características de un problema adecuado.

Comienza la resolución señalando los datos: "Madre: 2dam 3m; Peluquera: 23,457m. ¿Cuál es la medida más larga?". A continuación indica la estrategia:

"Tenemos que pasar todas las medidas a metros para poder ver cuál es mayor". Seguidamente ejecuta los cálculos y da una respuesta: "2dam=2x10=20m; 20m+3m=23m<23,457m; Respuesta: Ana ha de hacer caso a su madre". Finaliza revisando los cálculos realizados.

Los rasgos descritos anteriormente y las fases de resolución que propone, indican que no es competente para proponer problemas.

Los bloqueos sobrevenidos los comenta diferenciando su origen y explicando cómo superarlos, pero confunde los orígenes y tampoco es capaz de proponer cómo superarlos. Dice haber sufrido un primer bloqueo de origen afectivo, incapacidad por recordar fórmulas, ya que no recordaba la escala de medidas y cómo se pasaba de una a otra. Pero se equivoca porque es de origen cognitivo. Afirma que lo ha superado buscando un patrón. Nuevamente comete un error porque no se supera así. Dice haber sufrido un segundo bloqueo de origen cognoscitivo: incapacidad de representar gráficamente datos por no recordar conocimientos matemáticos sobre medidas. El bloqueo tendría sentido si hiciera falta representar gráficamente, pero habla de longitud y de corte de pelo. Declara haberlo superado haciendo figuras sencillas, pero no ha dibujado figuras. Por último, dice haber sufrido un tercer bloqueo de origen cultural y ambiental, incapacidad por encontrar una fórmula. Conocía una fórmula pero no la recordaba. Cuando ha hecho la escala, lo ha recordado, y en su opinión, ha superado el bloqueo buscando un patrón. Esto no es correcto, ya que el bloqueo no se ha resuelto mediante una fórmula, sino con la conversión de medidas. Tampoco es cierto que se ha superado buscando un patrón; se ha recordado la escala.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El primer objetivo era identificar las causas de los bloqueos en resolución de problemas para los alumnos de magisterio. Inicialmente se confeccionó una tabla con 18 tipos de bloqueos y otra con 48 causas que los provocaban. Posteriormente se han relacionado los tipos con las causas (tablas 2-4) que ha organizado los bloqueos según sus orígenes hayan sido afectivo, cognoscitivo, cultural y ambiental (en el sentido de Guzmán, 1991). También se ha podido ver que no saben detectar correcta y exhaustivamente los bloqueos que pueden aparecer al resolver un problema que ellos mismos crean. Además, hemos visto que hay alumnos que, aunque no tengan la competencia de proponer problemas adecuados (en el sentido de Mallart et al., 2016), sí son capaces de detectar bloqueos que pueden suscitar los problemas que proponen. Así es que detectar bloqueos correctamente no está vinculado a la competencia de saber crear problemas adecuados, respondiendo al segundo objetivo secundario. Esta aportación resulta novedosa porque muestra que no existe una relación directa entre la competencia de crear problemas y la de detectar bloqueos en resolución de problemas. Pueden crear problemas sin ser conscientes de los bloqueos que pueden suscitar, y como docente es necesario ir un paso por delante y prever al máximo las dificultades de aprendizaje.

El segundo objetivo trataba de averiguar si los estudiantes eran capaces de crear problemas que suscitasen un determinado bloqueo. Se ha podido ver que ni teniendo el listado de posibles bloqueos, y a pesar de tener la competencia de crear problemas adecuados, hay estudiantes que no saben crear problemas que susciten un determinado bloqueo. Esta idea concuerda con que, si bien la falta de experiencia educativa en plantear problemas no es un obstáculo infranqueable para que puedan utilizar este recurso, es necesario que los futuros maestros practiquen y reflexionen sobre la viabilidad y calidad de los problemas que surgen porque pueden mejorar (Loría y Lupiáñez, 2019; Cai et al., 2020). De hecho, rechaza la hipótesis inicial de que, si los maestros conocieran los posibles bloqueos emergentes, entonces podrían diseñar problemas que no propicien determinados bloqueos, o que los propicien intencionadamente. Esto propone una línea de trabajo que se ocupe de enseñar a crear problemas que susciten bloqueos concretos para ensayar y enseñar cómo superarlos. Se trata de reconocer una dificultad más, ampliando las cinco dificultades que destacan en su trabajo Sengül y Katranci (2015) que tienen los futuros maestros al crear problemas: falta de experiencia, falta de conocimiento del contenido, no reconocer las experiencias cognitivas de los alumnos, desconocimiento del curriculum y dificultades con el redactar el texto del problema.

El tercer objetivo era descubrir si los alumnos de magisterio saben orientar cómo superar los bloqueos en resolución de problemas de matemáticas. Se ha elaborado la tabla 1 con 42 vías, y luego se han relacionado con la aparición del bloqueo y su origen (tablas 2-4). Estas tablas, profundizan en la misma dirección que Villalonga y Deulofeu (2017) que indican que es necesario identificar y reconocer las situaciones de desacierto para la adquisición de la competencia en resolución de problemas; proponen una base de orientación para detectar y propiciar la búsqueda de alternativas. De esta manera, se estudian estrategias para superar y enseñar a superar bloqueos en resolución de problemas. Hemos observado que, a pesar de tener un listado de 42 vías de superación de bloqueos, no todos los alumnos de magisterio son capaces de orientar correctamente al resolutor bloqueado. Paralelamente, se ha estudiado el primer objetivo secundario dado que el hecho de que sean capaces de detectar bloqueos correctos, y saber cómo superarlos, no implica que sepan resolver los problemas correctamente.

Finalmente, hemos observado que el mismo bloqueo puede originarse por diferentes motivos, y la manera de superarlo entonces no es la misma. También hemos podido observar que un bloqueo no superado, puede causar otros.

La principal limitación de este estudio consiste en que la verdadera resolución de problemas requiere tiempo para un trabajo consciente e intencional, y para el posterior trabajo inconsciente; limitar el tiempo en resolución de problemas significa limitar resultados, como decía Liljedahl (2013). Precisamente por ese motivo, las herramientas propuestas han consistido en que redactasen los procesos, tal como sugiere el mismo autor.

A pesar de que aspectos difícilmente mejorables como la memoria, la inteligencia y el pensamiento divergente jueguen un papel determinante en el proceso creativo (Chávez y Rojas, 2021), y por tanto, en la creación de soluciones de problemas, esta investigación plantea nuevos interrrogantes. Con el objetivo de enseñar a resolver problemas, ¿puede enseñarse a crear problemas que susciten bloqueos concretos? ¿ayuda al desbloqueo la práctica de resolución de problemas con problemas que propicien bloqueos concretos?

Referencias

Arora, R., Arora, P. y Chadha, B. (2020). Problem Solving and Reasoning ability in Mathematics of Senior Secondary School Students in Relation to Emotional intelligence. *A Journal of Composition Theory*, *13*(2), 938-948.

Attami, D., Budiyono, B. y Indriati, D. (2020). The mathematical problem-solving ability of junior high school students based on their mathematical resilience. *Journal of Physics: Conference Series, 1469*. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1469/1/012152

Beltrán, C., Guerrero, F. y Ramírez, O. (2009). La superación del ¡atascado! desde la heurística: un estudio en una comunidad de estudiantes para profesor de matemáticas. En García, O. (Ed), *Memorias del 10 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Hilbert Blanco. http://asocolme.org/index.php/eventos/anteriores/ecme-13/conferencistas-y-cursillistas/43-publicaciones-asocolme/memorias-ecme

Cai, J. y Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101391. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001

Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y. y Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, *102*, 1-12. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004

Chávez, C. F. y Rojas, O. (2021). Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *107*, 91-108.

Díaz, J.A. y Díaz, R. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema, 32*(60), 57-74. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03

Gómez-Chacón, I. M. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo (Ed.), *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas* (pp. 197-227). Universidad de Huelva.

Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor.* Labor.

Haavold, P., Hwa Lee, K. y Sriraman, B. (2018). Creativity in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 1-10). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_33-7

Liljedahl, P. (2013). Illumination: An affective experience? *The International Journal on Mathematics Education, 45*(2), 253-265. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0473-3

Mallart, A., Font, V. y Malaspina, U. (2016). Reflexión sobre el significado de qué es un buen problema en la formación inicial de maestros. *Perfiles Educativos*, *38*(152), 14-30. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2016.152.57585

Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1989). *Pensar Matemáticamente*. Labor.

Mehta, R. y Dahl, D. W. (2019). Creativity: Past, present, and future. *Consumer Psychol Review, 2*(1), 30-49. https://doi.org/10.1002/arcp.1044

Niss, M. y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(1), 9-28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Özdemir, D. A. y Işiksal, M. (2019). Mathematically gifted students' differentiated needs: what kind of support do they need? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-19. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1658817

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Loría, J.R. y Lupiáñez, J.L. (2019). Estudio del conocimiento de profesores de secundaria sobre procesos matemáticos. *PNA, 13*(4), 247-269. https://doi.org/10.30827/pna.v13i4.8892

Sánchez, F. y Fiol, M. (2016). Creatividad matemática: Momentos de insight en estudiantes de 4º de ESO. *Journal of Research in Mathematics Education*, *5*(1), 28-55. https://doi.org/10.17583/redimat.2016.1809

Sengül, S. y Katranci, Y. (2015). Free problem posing cases of prospective mathematics teachers: Difficulties and solutions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *174*, 1983-1990. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.864

Villalonga, J. y Deulofeu, J. (2017). La base de orientación en la resolución de problemas: "Cuando me bloqueo o me equivoco." *REDIMAT, 6*(3), 256-282. https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2262

Wertheimer, M. (1959). *Productive thinking*. Harper and Brothers.

Alberto Mallart Solaz
Universitat de Barcelona, España
albert.mallart@ub.edu

Recibido: mayo, 2022. Aceptado: febrero, 2023
doi: 10.30827/pna.v17i4.24615
ISSN: 1887-3987

DETECTING, PROVOKING, AND OVERCOMING BLOCKAGES IN MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING IN TEACHER TRAINING

Alberto Mallart Solaz

This study explores the emerging blockages when solving mathematical problems, how to provoke them and how to overcome them. The subjects of this research are 53 university students of the subject Didactics of Geometry, in the third year of the Primary Education Degree at the Faculty of Education of the University of Barcelona.

Different instruments have been proposed to collect information: worksheets with proposed tasks, field diary, pupils' productions. More specifically, tasks have been designed to analyse their opinions about mathematics, reasoning, argumentation, memoristic learning, the resolution process and blockages, and the creation of problems. Tasks have also been designed to analyse how future primary school teachers create problems, and how they solve these and other problems; in this way, by analysing the mathematical activity, it has been possible to draw conclusions about the blockages suffered, and about the moments of insight that have helped to overcome these blockages. The mathematical environment of the tasks has been Euclidean geometry and nearby situations that gave rise to curious enigmas to be solved (repartitioning and counting in the last stage of primary school). For this work, the reading of articles by experts and group discussions have been proposed.

A first objective was to identify the causes of blockages in problem solving. Initially, a table was drawn up with 18 types of blockages and another with 48 causes that led to them. Afterwards, the types were related to the causes that organised the blockages according to whether their origins were affective, cognitive, cultural or environmental. A second objective was to find out whether students are capable of creating problems that provoke a particular blockage. It was found that they are not able to do so even if they have a list of possible blockages, despite having the competence to create appropriate problems. A third objective was to find out whether the teacher training students know how to guide them in overcoming blockages in solving mathematical problems. We have observed that, despite having a list of 42 ways of overcoming blockages, they are not able to correctly guide the blocked solver.

This contribution shows that there is no direct relationship between the ability to create problems and the ability to detect blockages in problem solving. As a teacher, it is necessary to be one step ahead and to anticipate learning difficulties as much as possible.

Anexos

Anexo 1: Tarea 1, Cuestionario inicial

Indica tu grado de acuerdo con las afirmaciones siguientes según el convenio: 1.Totalmente en desacuerdo; 2. En desacuerdo; 3. De acuerdo; 4. Totalmente de acuerdo.

1. Las matemáticas son esencialmente un conjunto de conocimientos (hechos, reglas, fórmulas y procedimientos socialmente útiles)

2. Las matemáticas son esencialmente una manera de pensar y resolver problemas

3. Se supone que las matemáticas no han de tener ningún significado

4. Las matemáticas implican principalmente memorización y seguimiento de reglas

5. La eficacia o dominio de las matemáticas se caracteriza por una habilidad en conocer hechos aritméticos o de hacer cálculos rápidamente

6. El conocimiento matemático esencialmente es fijo e inmutable

7. Las matemáticas están siempre bien definidas; no son abiertas a cuestionamientos, argumentaciones o interpretaciones personales

8. La habilidad matemática es esencialmente algo con lo que se nace o no se nace

9. Los matemáticos trabajan típicamente aislados los unos de los otros

Anexo 2: Tarea 2. Cuestionario segundo

1. Explica tres diferencias entre un ejercicio y un problema
2. ¿Para qué sirven los ejercicios?
3. ¿Para qué sirven los problemas?
4. Explica tres características de un problema excelente desde el punto de vista del maestro
5. ¿Qué es el proceso de resolución de problemas?
6. ¿Encuentras interesante saber crear problemas?
7. ¿Es necesario enseñar a crear problemas? En caso afirmativo, explica tres motivos diferentes.