

INCORPORACIÓN DEL ÁLGEBRA TEMPRANA EN EDUCACIÓN INFANTIL: UN ANÁLISIS DESDE LOS LIBROS DE TEXTO

Nataly Pincheira, Yeni Acosta y Ángel Alsina

En este estudio se analizan las tareas matemáticas sobre álgebra temprana en una colección de ocho libros de texto chilenos de Educación Infantil (4 a 6 años). La investigación siguió una metodología cualitativa, de carácter exploratorio-descriptivo, utilizando la técnica de análisis de contenido. Los resultados muestran una presencia de tareas algebraicas en todos los libros de texto analizados, predominando las tareas vinculadas con establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos, seguidas de tareas que requieren de la seriación a partir de patrones de repetición y una escasa presencia de tareas que implican la descripción de cambios.

Términos clave: Álgebra temprana; Educación Infantil; Libros de texto; Pensamiento algebraico; Tareas matemáticas

Incorporation of Early Algebra in Early Childhood Education: An Analysis from Textbooks

This study analyses the mathematical tasks on early algebra in a collection of eight widely distributed Chilean textbooks for Early Childhood Education (4 to 6 years old). The research followed a qualitative methodology, of an exploratory-descriptive nature, using the technique of content analysis. The results show a presence of algebraic tasks in all the textbooks analysed, with a predominance of tasks linked to establishing relations based on the recognition of attributes, followed by tasks that require seriation based on patterns of repetition, and a scarce presence of tasks that involve the description of changes.

Keywords: Algebraic thinking; Early algebra; Early childhood Education; Mathematical tasks; Textbooks

Incorporação da *Early Algebra* na Educação Infantil: uma análise a partir de livros didáticos.

Este estudo analisa as tarefas matemáticas sobre álgebra inicial em uma coleção de oito livros didáticos chilenos amplamente distribuídos para a Educação Infantil (4 a 6 anos). A pesquisa seguiu uma metodologia qualitativa, de natureza exploratório-descritiva, utilizando a técnica de análise de conteúdo. Os resultados mostram a presença de tarefas algébricas em todos os livros analisados, com predominância de tarefas ligadas ao estabelecimento de relações baseadas no reconhecimento de atributos, seguidas de tarefas que exigem seriação com base em padrões de repetição, e uma presença escassa de tarefas que envolvem a descrição das mudanças.

Palavras chave: Pensamento algébrico; Early algebra; Educação Infantil; Tarefas matemáticas; Livros didáticos

La incorporación del álgebra como bloque de contenido desde los primeros años de escolarización responde a una propuesta de innovación curricular conocida como *Early Algebra*, a partir de ahora álgebra temprana, que emerge de los resultados de numerosas investigaciones dedicadas al estudio del álgebra y su didáctica (Carraher y Schliemann, 2007; Kaput, 2008; Molina, 2009). Esta nueva corriente propone introducir la enseñanza de este bloque de contenido desde la Educación Infantil (Alsina, 2019a; Alsina y Giralt, 2017; Clements y Sarama, 2015; Kaput et al., 2017, NCTM, 2000).

En concreto, el álgebra temprana plantea promover el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros niveles de escolarización (Cai y Knuth, 2011; Carraher y Schliemann, 2007) como una manera de pensar y actuar con objetos, relaciones y situaciones matemáticas para suscitar una enseñanza fundamentada en la comprensión de las matemáticas (Bastable y Schifter, 2007; Carpenter et al., 2003). De acuerdo con Blanton y Kaput (2005), el álgebra temprana busca desarrollar en las aulas de clase hábitos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas, por medio de tareas dirigidas a la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas, donde los estudiantes exploren, hagan predicciones, discutan, argumenten y comprueben ideas.

Los currículos contemporáneos de Educación Infantil no han quedado ajenos a esta innovación (e.g., Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority, 2015; Ministerio de Educación, 2018; Ministry of Education Singapore, 2013; NCTM, 2000) y han asumido la importancia de los contenidos vinculados con el álgebra temprana, incorporado conocimientos de naturaleza algebraica de manera progresiva a partir de esta etapa escolar (Pincheira y Alsina, 2021a).

La enseñanza del álgebra desde la Educación Infantil permite que los profesores puedan ayudar a los alumnos a construir una sólida base de comprensión y experiencia, como preparación para un trabajo más complejo en álgebra en los niveles medios y en la escuela secundaria (NCTM, 2000, p. 39). Así pues, la transformación curricular del álgebra temprana hasta su estado actual, requiere contar con profesores capaces de atender a los objetivos que esta persigue y conducir su enseñanza de manera efectiva, mediante la selección e implementación de tareas matemáticas fundamentadas en los contenidos que exponen las orientaciones curriculares.

Esto último es importante, puesto que lo que los estudiantes aprenden en gran medida se define por las tareas que se les asignan y que componen la base de sus acciones (Sullivan et al., 2013, p. 57), es decir, la enseñanza del álgebra temprana depende mayoritariamente de las tareas que se proponen a los estudiantes. En este sentido, el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM) propuesto por Alsina (2018; 2019b; 2020a), plantea que la enseñanza del contenido se inicia en contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones de vida cotidianas, materiales manipulativos y juegos); prosigue en contextos intermedios, que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático (recursos literarios y tecnológicos); y finaliza en contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico (recursos gráficos, principalmente los libros de texto).

Este artículo se focaliza en el libro de texto, al tratarse de un recurso de enseñanza que influye considerablemente en el proceso de instrucción en el aula, puesto que conforma un elemento de apoyo para el profesorado en la preparación de la clase (Even y Olsher, 2014). De este modo, los conocimientos que promueven los libros de texto de matemáticas se vinculan estrechamente con las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes (Stylianides, 2009).

Pese a la importancia que tiene el libro de texto como un recurso donde se formaliza el aprendizaje, las investigaciones se han centrado en analizar principalmente las tareas matemáticas relacionadas con el álgebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria (p. ej., Aké y Godino, 2018; Demosthenous y Stylianides, 2014; Pincheira y Alsina, 2021b). Nuestro propósito es ampliar estas investigaciones hacia el contexto de la Educación Infantil y profundizar en la incorporación de los conocimientos matemáticos vinculados con el álgebra temprana. Desde esta perspectiva, nos preguntamos ¿Qué conocimientos se movilizan en los libros de texto de Educación Infantil cuando se diseñan tareas de álgebra temprana?

Para responder a esta pregunta se asume la caracterización de los conocimientos matemáticos involucrados en la resolución de tareas que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en Educación

Infantil propuesta por Pincheira y Alsina (2021a). En concreto, estos autores definen el álgebra temprana como:

La capacidad de desarrollar modos de pensamiento algebraico durante las primeras edades en situaciones vinculadas tanto al álgebra propiamente como a otras áreas del currículo de matemáticas, tales como números, geometría, medida, etc. Para empoderar estos modos de pensamiento algebraico, se debería capacitar a todos los niños y niñas de Educación Infantil para experimentar con elementos u objetos a partir del reconocimiento de atributos con el propósito de establecer relaciones (clasificaciones, ordenaciones, correspondencia, etc.), realizar seriaciones a partir de patrones de repetición (identificación, construcción y representación del patrón) y describir cambios cualitativos y cuantitativos (Pincheira y Alsina, 2021a, pp. 175-176).

Con base en este marco, el objetivo de nuestro estudio es analizar las tareas matemáticas sobre álgebra temprana presentes en ocho libros de texto chilenos para el nivel de transición de Educación Infantil (4 a 6 años).

INCORPORACIÓN DEL ÁLGEBRA TEMPRANA EN EDUCACIÓN INFANTIL

La incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil requiere desarrollar prácticas matemáticas que promuevan el pensamiento algebraico, por ejemplo, la comprensión de relaciones, búsqueda de patrones y el análisis de cambios en diferentes contextos (Alsina y Giralt, 2017).

Diversas investigaciones informan que los estudiantes de Educación Infantil pueden desarrollar conocimientos vinculados con el álgebra temprana desde las primeras edades, adquiriendo nociones algebraicas elementales, tales como las clasificaciones de objetos, el reconocimiento de patrones repetitivos, el uso de representaciones de relaciones numéricas, entre otras (p. ej., Acosta y Alsina, 2020; Castro et al., 2017; Rittle-Johnson et al., 2019).

Papic et al. (2011) señalan que el pensamiento algebraico se inicia en las primeras edades a través del proceso de generalización. Carraher et al. (2007) plantean que para abordar la generalización matemática se requiere trabajar a partir de la identificación de relaciones, patrones y estructuras.

En este sentido, a través de la indagación, los niños interpretan y explican los diversos elementos y situaciones del entorno (Ministerio de Educación, 2018), utilizando los conocimientos físicos que adquieren a través de la manipulación de objetos que forman parte de su interacción con el medio, considerando las características o atributos externos de estos (Piaget, 1953). A partir de estos conocimientos, los estudiantes empiezan a construir diferentes tipos de relaciones cualitativas y cuantitativas de objetos, tales como comparaciones, clasificaciones,

ordenaciones y correspondencias (Alsina, 2006; 2011; 2019a; Castro-Rodríguez y Castro, 2016). Una relación implica comparar elementos por medio de semejanzas o diferencias, a partir de un criterio: la clasificación, por ejemplo, es una relación de equivalencia en una agrupación de elementos, que cumple con la propiedad reflexiva, simétrica y transitiva; la ordenación es una relación de orden en una agrupación de elementos que posee las propiedades antirreflexiva, antisimétrica y transitiva; y, finalmente, la correspondencia representa una relación donde determinados elementos de una agrupación A se asocian con uno o más elementos de una agrupación B (Alsina, 2006; 2011).

Por otra parte, los patrones, entendidos como cualquier regularidad predecible, que generalmente involucra relaciones espaciales, numéricas o lógicas (Mulligan y Mitchelmore, 2009, p. 34), contribuyen al desarrollo de la representación y abstracción matemática, proporcionando una base esencial para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano (Papic, 2015).

El trabajo con patrones involucra tareas que permiten desarrollar diversas habilidades para hacer patrones, considerando si requieren o no conocimiento de la estructura o regla subyacente. Dichas tareas corresponden a: (a) duplicar el mismo patrón, (b) encontrar elementos faltantes de una secuencia, (c) ampliar una secuencia, (d) construir el mismo patrón con diferentes elementos, (e) identificar la unidad de repetición, (f) inventar un patrón. Las principales habilidades para hacer patrones que se movilizan en este tipo de tareas son copiar, interpolar, extender, abstraer o traducir, reconocer la unidad de repetición y crear, respectivamente (Clements y Sarama, 2015; Lüken y Sauzet, 2020; Rittle-Johnson et al., 2013; Wijns, Torbeyns et al., 2019).

En un estudio previo, McGarvey (2012) determinó que las tareas vinculadas a copiar, interpolar y extender no requieren de una comprensión previa de la unidad de repetición, dado que sólo implican la comprensión de la organización recursiva de los elementos que conforman la secuencia, es decir, de una asociación entre los elementos sucesivos adyacentes al patrón.

De acuerdo con el NCTM (2000), otro elemento fundamental vinculado al pensamiento algebraico es el cambio. Desde una perspectiva genérica, las ideas sobre cambio y las relaciones que se establecen entre los cambios, se abordan en el marco del pensamiento funcional (Warren y Cooper, 2005). En el ámbito de la Educación Infantil, desde una perspectiva amplia, se conceptualiza el cambio como una transformación a través de un operador (Alsina, 2006; 2011). Describir cambios cualitativos, como ser más alto o describir cambios cuantitativos, como el aumento de estatura de un alumno en dos pulgadas en un año (NCTM, 2000, p. 94), es fundamental para entender el desarrollo de las funciones en las etapas escolares posteriores. Así, pues, la incorporación de ideas vinculadas al cambio en Educación Infantil, permite a los niños comprender que la mayoría de las cosas cambia con el tiempo, que muchos cambios pueden describirse matemáticamente y son predecibles, ayuda a tener una base para aplicar las matemáticas a otros campos y para entender el mundo (NCTM, 2000, p. 99).

Los diferentes procesos y conceptos que se requieren incorporar en las prácticas matemáticas de Educación Infantil para alcanzar el desarrollo del pensamiento algebraico movilizan una serie de conocimientos matemáticos que se deben tener en consideración en las prácticas de enseñanza del álgebra temprana, ya que, las observaciones y discusiones sobre cómo se relacionan unas cantidades con otras, conducen a experiencias con relaciones funcionales; y sus representaciones de situaciones matemáticas usando objetos concretos, dibujos y símbolos constituyen los comienzos de la construcción de modelos matemáticos (NCTM, 2000, p. 95).

Algunos estudios han analizado la presencia de conocimientos sobre álgebra temprana en los libros de texto. Acosta et al. (en prensa), por ejemplo, analizaron las tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de Educación Infantil (3 a 6 años). Los resultados muestran que la enseñanza de los patrones de repetición se aborda de manera limitada, mientras que las habilidades para hacer patrones que se movilizan con mayor frecuencia son extender, interpolar y reconocer la unidad de repetición de un patrón.

Demosthenous y Stylianides (2014) analizaron una serie de libros de texto de cuarto a sexto grado de Educación Primaria (9-12 años), determinando que prevalecen las tareas matemáticas basadas en reglas y las tareas de relaciones conocidas-desconocidas. Por otra parte, Aké y Godino (2018) analizaron 57 tareas de un libro de texto de primer grado de Educación Primaria (6 a 7 años), evidenciando que las tareas propuestas priorizan el registro numérico y no están intencionalmente dirigidas a promover el desarrollo del pensamiento algebraico.

Posteriormente, Pincheira y Alsina (2021b) analizaron 373 tareas matemáticas vinculadas a la enseñanza del álgebra temprana en Educación Primaria (6 a 12 años), determinando una fuerte presencia de tareas que involucran la comprensión de distintos tipos de relaciones y patrones, seguidas de las tareas donde interviene el uso de símbolos algebraicos y modelos matemáticos para representar situaciones matemáticas.

METODOLOGÍA

De acuerdo con nuestro objetivo de estudio que, como se ha indicado, consiste en analizar las tareas matemáticas sobre álgebra temprana presentes en ocho libros de texto chilenos para el nivel de transición de Educación Infantil (4 a 6 años), se adoptó un enfoque cualitativo de carácter exploratorio-descriptivo (Fernández et al., 2014). Asimismo, se ha utilizado como técnica el análisis de contenido, que es una técnica de investigación que permite hacer inferencias replicables y válidas a partir del texto (u otra materia significativa) a los contextos de su uso (Krippendorff, 2013, p. 24), en nuestro caso las tareas de enseñanza propuestas por los libros de texto. Para realizar el análisis de contenido, se consideró y adaptó la

estructura para el análisis de libros de texto, propuesta por Cobo (2003), que advierte las siguientes etapas:

1. Identificar y seleccionar las unidades de análisis, constituidas por las secciones de los libros de texto que presentan tareas matemáticas para abordar conocimientos vinculados con el álgebra temprana.
2. Establecer categorías de análisis, en nuestro caso las categorías obedecen a la caracterización del álgebra temprana en Educación Infantil propuesta por Pincheira y Alsina (2021a). Para efectos del estudio, a partir de esta caracterización se desarrollaron indicadores de análisis.
3. Codificar las tareas matemáticas vinculadas con el estudio del álgebra temprana presentes en los libros de texto con base en las categorías e indicadores propuestos.
4. Sistematizar la información a través de tablas estadísticas, de manera que su lectura facilite el análisis descriptivo.
5. Evidenciar el análisis descriptivo, a través de la selección de ejemplos de tareas propuestos en los libros de texto de acuerdo con las categorías de análisis definidas.

Muestra

La muestra está constituida por una colección de cuatro series que consideran un total de ocho libros de texto chilenos (Tabla 1) correspondientes al tercer nivel de transición de Educación Infantil (4 a 6 años). Este nivel se subdivide en primer nivel de transición NT1 (Pre-kínder, 4 a 5 años) y segundo nivel de transición NT2 (Kínder, 5 a 6 años).

Tabla 1

Serie de libros de texto considerados para el análisis

Serie	Código	Nivel (Edad)	Título	Autores	Editorial	Edición
Serie 1	T1	Pre-Kínder (4 a 5 años)	Cuaderno de actividades del Nivel Transición 1 de Educación Parvularia	Departamento de estudios Pedagógicos SM	SM Chile S.A Edición especial para MINEDUC	2019

Tabla 1
Serie de libros de texto considerados para el análisis

Serie	Código	Nivel (Edad)	Título	Autores	Editorial	Edición
	T2	Kínder (5 a 6 años)	Cuaderno de Actividades del Nivel de Transición 2 de Educación Parvularia	M. Salazar	Ediciones Rau y Bedenburg. Edición especial para MINEDUC	2020
Serie 2	T3	Pre-Kínder (4 a 5 años)	Saber Hacer Comprensión del entorno 4 años	Departamento de Investigaciones Educativas Santillana	Santillana	2019
	T4	Kínder (5 a 6 años)	Saber Hacer Comprensión del entorno 5 años			2019
Serie 3	T5	Pre-Kínder (4 a 5 años)	Sonrisas Matemática Pre-kínder	Departamento de estudios Pedagógicos SM	SM Chile S.A	2018
	T6	Kínder (5 a 6 años)	Sonrisas Matemática Kínder			2018
Serie 4	T7	Pre-Kínder (4 a 5 años)	Matemática Lógica y Números N° 1	K. Anavalón y M. Lepín	Caligrafix	2019 (2ª Edición)
	T8	Kínder (5 a 6 años)	Matemática Lógica y Números N° 2			2019 (2ª Edición)

Los libros de texto se escogieron de manera intencionada puesto que, por una parte, son los más utilizados por los centros educativos tanto del sistema educativo público como privado y, por otra parte, corresponden a proyectos integrados en las editoriales más demandadas y de alto prestigio a nivel nacional.

Cabe destacar que la serie 1 corresponde a los libros de texto que entrega el Ministerio de Educación a los establecimientos educacionales públicos, siendo

distribuidos de manera gratuita. Mientras que las series 2, 3 y 4 corresponden a libros de texto que son utilizados en establecimientos educacionales privados.

Por otra parte, las series 1 y 2 corresponden a proyectos editoriales globalizados, es decir, presentan unidades didácticas que integran tareas de todas las áreas de conocimiento. Mientras que las series 3 y 4 pertenecen a proyectos editoriales que desarrollan tareas específicas del área de matemáticas.

Todos los libros de texto que constituyen la muestra se encontraban vigentes durante el periodo en el que se realizó el estudio.

A partir de la muestra, se seleccionaron las unidades de análisis que conciernen a las tareas de enseñanza vinculadas con el estudio del álgebra temprana.

Categorías e indicadores de análisis

Las tareas matemáticas que conforman las unidades de análisis se examinaron de acuerdo con las categorías de conocimientos que caracterizan el álgebra temprana en Educación Infantil propuestas por Pincheira y Alsina (2021a): (a) establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos, (b) seriación a partir de patrones de repetición, (c) descripción de cambios cualitativos y cuantitativos.

A partir de estas categorías se consideró un conjunto de indicadores que emergen del análisis de la literatura sobre los conocimientos importantes de álgebra temprana en Educación Infantil.

Dichos indicadores permiten analizar de manera más precisa los conocimientos matemáticos que se deben movilizar en el proceso de resolución de tareas que promueven el pensamiento algebraico temprano en los libros de texto de Educación Infantil (Tabla 2). Los indicadores fueron sometidos a un proceso de validación interna interjueces (Hidalgo, 2005), desarrollado por los autores, a través de una triangulación para garantizar su fiabilidad. Para ello, se realizaron sesiones para unificar criterios y consensuar el grado de acuerdo entre los distintos indicadores, estableciendo un orden de dificultad creciente según las categorías de conocimientos. Esto permitió ajustar los indicadores y constatar que miden lo que se requiere examinar.

Tabla 2

Categorías e indicadores utilizados en el proceso de codificación

Caracterización del álgebra temprana en Educación Infantil	Indicadores
Establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos	1. Reconocimiento de atributos afirmativos o negativos de elementos u objetos
	2. Reconocimiento de atributos cualitativos y/o cuantitativos de una colección
	3. Reconocimiento del atributo común de una colección
	4. Agrupar elementos a partir de la identificación de sus propiedades
	5. Clasificar elementos a partir de criterios cualitativos y/o cuantitativos
	6. Establecer ordenaciones de objetos de manera ascendente o descendente
	7. Establecer relaciones de correspondencia a partir del reconocimiento de atributos
	8. Comparación de elementos a partir de criterios cualitativos y/o cuantitativos
Seriación a partir de patrones de repetición	9. Duplicar el patrón a partir de una secuencia
	10. Encontrar elementos faltantes en una secuencia
	11. Ampliar una secuencia
	12. Construir un mismo patrón con diferentes elementos
Descripción de cambios cualitativos y cuantitativos	13. Identificar la unidad de repetición de un patrón
	14. Crear un patrón a partir de elementos determinados
	15. Reconocer cambios cualitativos
	16. Reconocer cambios cuantitativos
	17. Aplicar cambios cualitativos
	18. Aplicar cambios cuantitativos

La codificación de los datos consideró el uso de los indicadores de acuerdo con la categoría de conocimiento a la que pertenece cada tarea matemática vinculada con el estudio del álgebra temprana, asignando puntuaciones en caso de presencia (1 punto) o ausencia (0 puntos). Cabe destacar que una determinada tarea matemática

puede requerir atender a uno o más de los indicadores propuestos en cada categoría de conocimiento.

Para garantizar la confiabilidad del proceso de codificación, los autores realizaron una doble codificación cruzada e independiente de las tareas matemáticas. Finalmente, se discutieron los desacuerdos referidos al proceso de codificación y se estableció un consenso.

Por último, en cuanto a la selección de ejemplos, se estableció como criterio el mostrar propuestas de aquellas tareas con mayor presencia en los libros de texto analizados según edad.

RESULTADOS

Considerando el objetivo de nuestra investigación, en una primera parte se da a conocer la distribución de las tareas matemáticas en los libros de texto vinculadas con el estudio del álgebra temprana y, posteriormente se describen los datos obtenidos a partir de la caracterización de los conocimientos de álgebra temprana para la Educación Infantil propuestos por Pincheira y Alsina (2021a).

Distribución de las tareas matemáticas propuestas en los libros de texto vinculadas al estudio del álgebra temprana

Para seleccionar las tareas vinculadas con el estudio del álgebra temprana se realizó una revisión exhaustiva de todas las tareas que conforman los libros de la muestra: en total se revisaron 1077 tareas matemáticas, de las que 295 se relacionan con la enseñanza del álgebra temprana, conformando nuestras unidades de análisis. En la tabla 3 se presenta la distribución de las tareas matemáticas de acuerdo a cada nivel educativo de Educación Infantil.

Tabla 3

Distribución de tareas matemáticas analizadas

Serie	Libro de texto (edad)	Tareas de álgebra temprana	
		<i>f</i>	%
Serie 1	T1 (4 a 5 años)	2	0,7
	T2 (5 a 6 años)	5	1,7
Serie 2	T3 (4 a 5 años)	26	8,8
	T4 (5 a 6 años)	18	6,1
Serie 3	T5 (4 a 5 años)	27	9,2
	T6 (5 a 6 años)	21	7,1
Serie 4	T7 (4 a 5 años)	112	37,9
	T8 (5 a 6 años)	84	28,5

Se observa que las tareas que promueven la enseñanza del álgebra temprana están presentes en los libros de texto de ambos niveles de Educación Infantil.

A nivel general, se evidencia una mayor concentración de tareas en los libros de texto de 4 a 5 años con un 56,6%, mientras que los libros correspondientes a 5 a 6 años la presencia de la actividad algebraica temprana es del 43,4%.

Por otra parte, la presencia media de tareas en los libros de texto de 4 a 5 años alcanza un 14,2% y en los libros de texto de 5 a 6 años un 10,9%.

Análisis de los conocimientos matemáticos que caracterizan la enseñanza del álgebra temprana en Educación Infantil

La tabla 4 muestra los datos correspondientes a los conocimientos que caracterizan la enseñanza del álgebra temprana en Educación Infantil (Pincheira y Alsina, 2021a).

Tabla 4

Distribución por porcentaje de los conocimientos que caracterizan el álgebra temprana en Educación Infantil

Caracterización	4 a 5 años				5 a 6 años				Total
	T1 (n=2)	T3 (n=26)	T5 (n=27)	T7 (n=112)	T2 (n=5)	T4 (n=18)	T6 (n=21)	T8 (n=84)	
Establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos	100	53,8	51,9	90,2	60	66,7	76,2	84,5	79
Seriación a partir de patrones de repetición	0	34,6	48,1	9,8	40	33,3	23,8	15,5	20
Descripción de cambios cualitativos y cuantitativos	0	11,6	0	0	0	0	0	0	1

A nivel general, en la tabla 4 se aprecia una mayor concentración de tareas de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos (79%). Siguen las tareas de seriación a partir de patrones de repetición (20%). Por último, se observa una presencia de tareas vinculadas con la descripción de cambios cualitativos y cuantitativos prácticamente nula, con un 1%.

Por otra parte, en la totalidad de los libros de texto analizados, predominan las tareas de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos, por encima de las tareas de seriación a partir de patrones de repetición.

En lo que respecta a las tareas de seriaciones a partir de un patrón de repetición se desarrollan en ambos niveles escolares, en casi la totalidad de los libros de textos analizados. Mientras que, respecto a las tareas de descripción de cambios cualitativos y cuantitativos, están presentes sólo en un libro de texto (11,6%) en el nivel de 4 a 5 años.

Al situarnos, de manera más específica, desde la perspectiva de los indicadores que se han definido para precisar los conocimientos matemáticos de álgebra temprana en Educación Infantil (tabla 2), es posible observar en la tabla 5 los indicadores que predominan respecto de las tareas analizadas en los libros de texto de cada nivel educativo.

Tabla 5

Distribución por porcentaje de los indicadores que caracterizan las tareas matemáticas de álgebra temprana en Educación Infantil en relación con el total de tareas analizadas por nivel

Caracterización	Indicadores	4 a 5 años (n=167)	5 a 6 años (n=128)
Establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos	1	1,2%	5,5%
	2	4,2%	3,1%
	3	12,6%	10,2%
	4	3,6%	10,9%
	5	8,4%	10,9%
	6	15%	18%
	7	9,6%	7,8%
	8	26,9%	20,3%
Seriación a partir de patrones de repetición	9	1,8%	2,3%
	10	0,6%	3,9%
	11	10,8%	8,6%
	12	10,2%	2,3%
	13	1,2%	9,4%
	14	4,8%	3,1%
	15	0%	0%

Tabla 5

Distribución por porcentaje de los indicadores que caracterizan las tareas matemáticas de álgebra temprana en Educación Infantil en relación con el total de tareas analizadas por nivel

Descripción de cambios cualitativos y cuantitativos	16	0%	0%
	17	1,8%	0%
	18	0%	0%

Podemos observar que tanto en el nivel de 4 a 5 años como en el de 5 a 6 años, los libros de texto proporcionan mayoritariamente tareas matemáticas vinculadas con establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos, donde predomina el indicador 8, asociado con la comparación de elementos cualitativos y cuantitativos, alcanzando una presencia del 26,9% y 20,3% en cada nivel, respectivamente. Un ejemplo de este tipo de tareas se muestra en las figuras 1 y 2.



Figura 1. Tarea de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos para 4 a 5 años, indicador 8. Fuente: T5 (2018, p.32)

Para responder de manera correcta, los estudiantes deben realizar una comparación de los objetos que intervienen en la tarea y establecer una relación entre cantidades, por medio del uso de comparativos, en este caso más que.



Figura 2. Tarea de establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos para 5 a 6 años, indicador 8. Fuente: T6 (2018, p. 28)

Al igual que en ejemplo anterior, los estudiantes para dar solución a la tarea, requieren comparar elementos a partir de la relación que se da entre los objetos, aplicando distintos criterios de cantidad, como lo es, muchos/pocos, más/menos.

Por otra parte, en cuanto a las tareas matemáticas vinculadas con el nivel de 4 a 5 años que tienen relación con la seriación a partir de un patrón de repetición, destaca el indicador 11 (10,8%), referido a ampliar una secuencia. Mientras que en el nivel de 5 a 6 años prevalece el indicador 13, vinculado con identificar la unidad de repetición de un patrón, con una presencia del 9,4%. Las figuras 3 y 4 ejemplifican este tipo de tareas.



Figura 3. Tarea de seriación a partir de patrones de repetición para 4 a 5 años, indicador 11. Fuente: T5 (2018, p. 20)

Para dar solución a la tarea, los estudiantes deben ampliar la secuencia, identificando los elementos que le siguen. Para extender la secuencia se deben apoyar de la imitación del patrón sonoro de los animales, para luego pegar los

recortables que continúan en la secuencia. Al ampliar la secuencia los estudiantes podrían identificar la estructura del patrón o no.

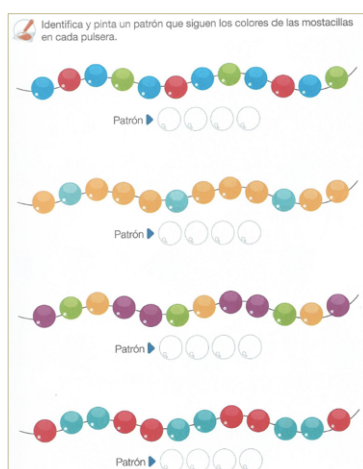


Figura 4. Tarea de seriación a partir de patrones de repetición para 5 a 6 años, indicador 13. Fuente: T4 (2019, p. 54)

La solución de esta tarea, requiere que los estudiantes analicen la estructura del patrón y reconozcan la unidad de repetición. En el desarrollo de esta tarea se debe considerar la longitud de la unidad de repetición.

Por último, las tareas sobre descripción de cambios cualitativos y cuantitativos son limitadas y se encuentran presentes sólo en el nivel de 4 a 5 años. Se observa el indicador 17, asociado con la aplicación de cambios cualitativos, alcanzando una presencia del 1,8%. En la figura 5 se expone un ejemplo de este tipo de tareas.

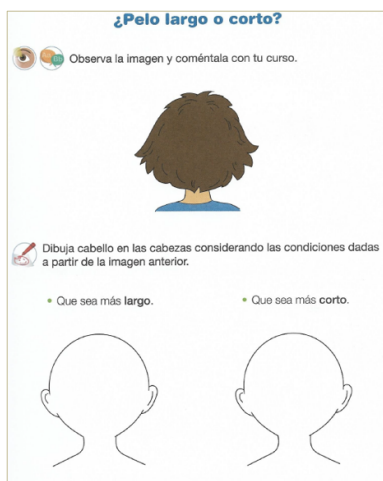


Figura 5. Tarea de descripción de cambios cualitativos y cuantitativos para 4 a 5 años, indicador 17. Fuente: T3 (2019, p. 107)

Para responder la tarea de manera correcta, los estudiantes deben aplicar un cambio cualitativo, de modo que realicen una transformación respecto de la primera imagen que se les presenta, a partir de las condiciones dadas.

CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio se ha presentado un análisis de las tareas matemáticas sobre álgebra temprana que proporcionan una colección de ocho libros de texto de Educación Infantil (4 a 6 años) de amplia difusión en Chile. El análisis se llevó a cabo a partir de la caracterización de los conocimientos de álgebra temprana para la Educación Infantil propuestos por Pincheira y Alsina (2021a): 1) establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos, 2) seriaciones a partir de patrones de repetición, 3) descripción de cambios cualitativos y cuantitativos.

El análisis de las tareas matemáticas permitió constatar, en primer lugar, la presencia de tareas vinculadas al estudio del álgebra temprana en todos los libros de texto analizados para el nivel de transición de la Educación Infantil, como lo es NT1 (Pre-kínder, 4 a 5 años) y NT2 (Kínder, 5 a 6 años). Otro aspecto importante a destacar, es que la incorporación de tareas algebraicas alcanza una mayor concentración en los libros de texto destinados a niños de 4 a 5 años, que en los libros dirigidos a niños de 5 a 6 años. Por lo tanto, la incorporación de tareas de índole algebraico en Educación Infantil no se realiza de manera progresiva como lo recomiendan diversos organismos internacionales (Australian Association of Mathematics Teachers and Early Childhood Australia, 2006; National Association for the Education of Young Children and National Council for Teachers of Mathematics, 2002; NCTM, 2000, 2006).

En cuanto a los conocimientos que movilizan los libros de texto de Educación Infantil para la enseñanza del álgebra temprana, se evidencia una predominancia importante de tareas que requieren establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos al experimentar con elementos u objetos (80%). En ambos niveles escolares (4 a 5 años y 5 a 6 años) se profundiza en establecer una comparación de elementos a partir de criterios cualitativos o cuantitativos, alcanzando una presencia media del 24,5%. Le siguen las tareas que involucran seriaciones a partir de patrones de repetición (20%). Dichas tareas, destinadas a los niños de 4 a 5 años se centran en ampliar secuencias, mientras que a los 5 a 6 años se profundiza mayoritariamente en tareas de identificar la unidad de repetición. Por último, se observa una ausencia de tareas que aborden el análisis de cambios, tanto cualitativos como cuantitativos.

Estos resultados son relevantes en el contexto chileno, pues hasta el momento no se tenía evidencias respecto de cómo se está abordando la enseñanza del álgebra temprana en contextos formales, como es el libro de texto.

La escasa atención que sufren las tareas que involucran seriaciones a partir de patrones de repetición, así como la ausencia de tareas que involucran cambio es preocupante, y se contradice con lo que diversos organismos y autores proponen (e.g., Alsina, 2006; 2011; 2019a; Blanton y Kaput, 2011; Castro et al. 2017 ; Warren y Cooper, 2005) —destacando que ambos conocimientos son esenciales para promover, desde las primeras edades, el desarrollo del pensamiento

algebraico en general e impulsar el pensamiento funcional en particular— estos libros de texto no entregan las herramientas necesarias para que los niños de Educación Infantil profundicen y desarrollen de manera progresiva estos conocimientos.

De acuerdo con Rittle-Johnson et al. (2013), la tarea de ampliar un patrón de repetición conduce al desarrollo de la habilidad de extender, mientras que las tareas que requieren identificar la unidad de repetición del patrón permiten alcanzar la habilidad de traducir. No obstante, es necesario incorporar tareas que involucren la construcción de un mismo patrón con diferentes elementos y la creación de patrones, puesto que permiten avanzar hacia el desarrollo de otras habilidades para hacer patrones y conseguir un nivel más alto de abstracción (Lüken, 2016; Wijns, Torbeyns et al., 2019; Wijns, Verschaffel et al., 2019), como es la generalización. El desarrollo de habilidades tempranas de creación de patrones sugiere una transición del pensamiento recursivo al pensamiento funcional (Wijns, Torbeyns et al., 2019), por lo tanto, es necesario que los libros de texto incorporen una variedad de tareas que atiendan a duplicar un patrón, ampliar una secuencia, encontrar elementos faltantes y construir patrones, para asegurar el paso de un pensamiento al otro.

Por otra parte, el desarrollo de tareas vinculadas con el análisis de cambios tanto cualitativos como cuantitativos es fundamental para establecer la comprensión de las funciones y fomentar la capacidad para generalizar, representar, justificar y razonar con relaciones matemáticas en las etapas educativas posteriores (Blanton et al., 2011; NCTM, 2000). En consecuencia, se requiere que los libros de texto consideren el desarrollo de este tipo de tareas desde las primeras edades.

De acuerdo con Remillard (2000), el uso del libro de texto por parte del profesorado supone replantearse aspectos de la propia práctica docente. En este contexto, los hallazgos encontrados en el estudio ofrecen la oportunidad al profesorado de adaptar, complementar y profundizar en tareas matemáticas que no han sido abordadas por el libro de texto, de modo que sea posible integrar la totalidad de los conocimientos necesarios para promover el desarrollo del pensamiento algebraico en las aulas de Educación Infantil.

En este sentido, y teniendo en cuenta la caracterización del álgebra temprana de Pincheira y Alsina (2021a), las prácticas de enseñanza del álgebra temprana deberían considerar el planteamiento de tareas de observación y comparación de elementos u objetos a partir del reconocimiento de atributos, como paso previo para realizar clasificaciones y seriaciones, puesto que al comparar se percibe si estos son semejantes, teniendo la oportunidad de agruparlos por clase, o distintos, permitiendo decidir si uno es mayor que otro o está antes que otro en una serie (Castro-Rodríguez y Castro, 2016). En segundo lugar, deberían desarrollar la comprensión de los patrones, proporcionando a los estudiantes de Educación Infantil experiencias continuas con patrones repetitivos, animándolos a explorarlos, extenderlos y a descubrir la regla de formación (Zapatera, 2018).

Además, sería recomendable incluir tareas orientadas a describir y analizar situaciones de cambio a través de la aplicación de operadores (Alsina, 2006; 2011).

Adicionalmente, todavía respecto a la práctica del profesor, debería considerarse la implementación de tareas matemáticas en otros contextos, ya sea informales o intermedios (Alsina, 2019b; 2020a; 2020b) para abordar la enseñanza del álgebra temprana en Educación Infantil, de modo que el uso del libro de texto se constituya como un material complementario y no se remita a ser el recurso central del proceso de enseñanza-aprendizaje en estos niveles escolares.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile (ANID) mediante una beca de doctorado en el extranjero, Folio N° 72200447 y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España en el marco de la beca de Formación del Profesorado Universitario (FPU16-01856).

REFERENCIAS

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29. <https://doi.org/10.1177/1836939119885310>
- Acosta, Y., Pincheira, N., y Alsina, Á. (en prensa). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de Educación Infantil. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*.
- Aké, L. P. y Godino, J. D. (2018). Análisis de tareas de un libro de texto de primaria desde la perspectiva de los niveles de algebrización. *Revista Educación Matemática*, 30(2), 171-201. <https://doi.org/10.24844/em3002.07>
- Alsina, Á. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Octaedro-Eumo.
- Alsina, Á. (2011). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. Editorial Horsori.
- Alsina, Á. (2018). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio. Itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20. <https://doi.org/10.14422/pym.i376.y2018.002>
- Alsina, Á. (2019a). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 1-19. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2019.1-19>
- Alsina, Á. (2019b). Itinerarios de enseñanza de las matemáticas en educación primaria. *Aula de innovación educativa*, 286, 12-17.
- Alsina, Á. (2020a). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de*

- Educação Matemática*, 3(2), 127-159.
<https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2020b). Itinerario de enseñanza para el álgebra temprana. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(1), 5-20.
<https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.16>
- Alsina, Á. y Giralt, I. (2017). Introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones. *Didácticas Específicas*, (16), 113-129. <https://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/14339>
- Australian Association of Mathematics Teachers and Early Childhood Australia (2006). Position paper on early childhood mathematics. <https://aamt.edu.au/wp-content/uploads/2020/07/earlymaths.pdf>
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (2015). *The Australian Curriculum: Mathematics*. Recuperado el 23 de septiembre de 2022 <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/>
- Bastable, V. y Schifter, D. (2007). Classroom stories: examples of elementary students engaged in Early Algebra. En J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 165-184). Lawrence Erlbaum Associates.
- Blanton, M. y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <https://doi.org/10.2307/30034944>
- Blanton, M. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai, E. Knuth (eds.), *Early Algebraization, Advances in Mathematics Education* (pp. 5-23). Verlag Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Cai, J., y Knuth, E. (2011). *Early algebraization. A Global dialogue from multiple perspectives*. Springer.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. y Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic y algebra in elementary school*. Heinemann.
- Carraher, D. W., Martínez, M. V. y Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education*, 40, 3-22. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0067-7>
- Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669-705). NCTM e IAP.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 1-13. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2017.1-13>

- Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2016). Pensamiento lógico matemático. En E. Castro y E. Castro (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (pp. 87-107). Ediciones Pirámide.
- Clements, H.D. y Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad*. Learning Tools LLC.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [Tesis Doctoral]. Universidad de Granada, España.
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>
- Demosthenous, E. y Stylianides, A. (2014). Algebra-related tasks in primary school textbooks. En C. Nicol, P., Liljedahl, S., Oesterle y D. Allan (Eds.). *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, vol. 2 (pp. 369-376). PME.
<http://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2036%20PME%2038%202014%20Proceedings%20Vol%202.pdf>
- Even, R. y Olsher, S. (2014). Teachers as participants in textbook development: The Integrated Mathematics Wiki-book Project. En Y. Li y G. Lappan (Eds.), *Mathematics Curriculum in School Education* (pp 333-350). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-7560-2_16
- Fernández, C., Baptista, P. y Hernández, R. (2014). *Metodología de la Investigación*. Editorial McGraw Hill.
- Hidalgo, L. (2005). Confiabilidad y validez en el contexto de la investigación y evaluación cualitativas. *Sinopsis Educativa. Revista venezolana de investigación*, 5(1-2), 225-243.
<http://www.ucv.ve/uploads/media/Hidalgo2005.pdf>
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher, M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum.
<https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9781315097435-2/1-algebra-algebraic-reasoning-james-kaput>
- Kaput, J. J., Carraher, D.W. y Blanton, M. L. (2017). *Algebra in the Early Grades*. Routledge.
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis. An introduction to its methodology* (3ª edición). Sage Publications.
- Lüken, M. M. (2016). Repeating patterning competencies in 3- and 4-year old kindergartners. En 13th *International Congress on Mathematical Education* (pp. 1–4). Hamburg.
- Lüken, M. y Sauzet, O. (2020). Patterning strategies in early childhood: a mixed methods study examining 3- to 5-year-old children's patterning competencies. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(1), 28-48.
<https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1719452>
- McGarvey, L. M. (2012). What is a pattern? Criteria used by teachers and young children. *Mathematical Thinking and Learning*, 14 (4), 310-337.
<https://doi.org/10.1080/10986065.2012.717380>

- Ministerio de Educación (2018). *Bases Curriculares 2018: Educación Parvularia*. Unidad de Curriculum y Evaluación. https://parvularia.mineduc.cl/wp-content/uploads/2019/09/Bases_Curriculares_Ed_Parvularia_2018-1.pdf
- Ministry of Education Singapore (2013). *Nurturing early learners: A curriculum for kindergartens in Singapore: Numeracy (volume 6)*. Ministry of Education. https://www.ecda.gov.sg/growatbeanstalk/Documents/MOE%20NEL%20Resources/NEL_educators%20guide%20vol%206_numeracy.pdf
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6186>
- Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M.C. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- National Association for the Education of Young Children y National Council for Teachers of Mathematics (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. A joint position statement*. National Association for the Education of Young Children. <http://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: a quest for coherence*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Papic, M.M. (2015). An Early Mathematical Patterning Assessment: identifying young Australian Indigenous children's patterning skills. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 519-534. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0149-8>
- Papic, M.M., Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-268. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific American*, 189(5), 74-79.
- Pincheira, N., y Alsina, Á. (2021a). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 33(1), 153-180. <https://doi.org/10.24844/EM3301.06>
- Pincheira, N., y Alsina, Á. (2021b). El álgebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria: Implicaciones para la formación docente. *Bolema, Boletim de Educação Matemática*, 35(71), 1316-1337. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a05>

- Remillard, J. T. (2000). Can curriculum materials support teachers' learning? Two fourth-grade teachers' use of a new mathematics text. *The Elementary School Journal*, 100(4), 331-350. <https://doi.org/10.1086/499645>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E. y McEldoon, K. L. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development*, 14(3), 376-396. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.689897>
- Rittle-Johnson, B., Zippert, E. L. y Boice, K. L. (2019). The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, 166-178. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006>
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>
- Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. Springer Science & Business Media. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-4681-1>
- Warren, E. y Cooper, T. (2005). Introducing functional thinking in year 2: A case study of early algebra teaching. *Issues in Early Childhood*, 6(2), 150-162. <https://doi.org/10.2304/ciec.2005.6.2.5>
- Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B. y Verschaffel, L. (2019). Young children's patterning competencies and mathematical development: A review. En K. Robinson, H. Osana y D. Kotsopoulos (Eds.), *Mathematical Learning and Cognition in Early Childhood* (pp. 139-161). Springer International Publishing. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-12895-1_9
- Wijns, N., Verschaffel, L., De Smedt, B. y Torbeyns, J. (2019b). Which early patterning activities count the most? En M. Graven, H. Venkat, A. Essien y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 446-453). PME.
- Zapareta, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números, Revista de Didáctica de las matemáticas*, 97, 51-67. https://drive.google.com/file/d/1RvbG_rifclth3f062etQ6hxpntngmaoU/view

Nataly Goreti Pincheira Hauck
Universitat de Girona
nataly.pincheira@udg.edu

Yeni Acosta
Universitat de Girona
yeni.acosta@udg.edu

Ángel Alsina
Universitat de Girona
angel.alsina@udg.edu

Recibido: Abril 2022. Aceptado: Junio 2022

doi: 10.30827/pna.v17i1.24522



ISSN: 1887-3987