

# IDONEIDAD DIDÁCTICA DE LECCIONES DE PROPORCIONALIDAD EN LIBROS DE TEXTO: UNA EXPERIENCIA DE ANÁLISIS CON MAESTROS EN FORMACIÓN

María José Castillo y María Burgos

*Se describe el diseño, implementación y resultados de una experiencia formativa con futuros maestros destinada a fomentar su competencia reflexiva sobre procesos de enseñanza y aprendizaje. Se propone a los participantes analizar una lección de proporcionalidad, empleando una guía basada en indicadores de idoneidad didáctica según el Enfoque Ontosemiótico. La evaluación de los análisis elaborados por los futuros maestros permite detectar carencias en conocimientos matemáticos y didácticos sobre la proporcionalidad que impiden una interpretación adecuada de los indicadores y una correcta valoración de estos sobre la lección. Planteamos estrategias a considerar en nuevas intervenciones formativas para superar estas dificultades.*

**Términos clave:** Competencia reflexiva; Idoneidad didáctica; Libro de texto; Proporcionalidad

Didactic suitability of textbook lessons on proportionality: an experience of analysis with prospective teachers

*We describe the design, implementation, and results of a training experience with future teachers aimed at fostering their reflective competence on teaching and learning processes. Participants were asked to analyze a proportionality lesson, using a guide based on indicators of didactic suitability according to the Onto-semiotic Approach. The evaluation of the analyses elaborated by the future teachers allows us to detect deficiencies in mathematical and didactic knowledge about proportionality that prevent an adequate interpretation of the indicators and a correct evaluation of these on the lesson. We propose strategies to be considered in new training interventions to overcome these difficulties.*

**Keywords:** Reflective competence; Didactic suitability; Textbook; Proportionality

Adequação didática das aulas de proporcionalidade nos manuais escolares: uma experiência de análise com professores estagiários

*Descrevemos a concepção, implementação e resultados de uma experiência de formação com futuros professores destinada a promover a sua competência de reflexão sobre processos de ensino e aprendizagem. Os participantes foram convidados a analisar uma lição de proporcionalidade, utilizando um guia baseado em indicadores de adequação didáctica de acordo com a Abordagem Ontosemiótica. A avaliação das análises elaboradas pelos futuros professores permite-nos detectar deficiências nos conhecimentos matemáticos e didácticos sobre proporcionalidade que impedem uma interpretação adequada dos indicadores e uma avaliação correcta dos mesmos na aula. Propomos estratégias a serem consideradas em novas intervenções de formação para ultrapassar estas dificuldades.*

*Palavras-chave:* Competência reflexiva; Adequação didáctica; Livro-texto; Proporcionalidade; Adequação didáctica.

La formación inicial docente ha de procurar dar oportunidades de aprendizaje a los futuros profesores que les permitan adquirir competencia profesional docente (Blömeke et al., 2016). En Educación Matemática existen varios modelos que caracterizan los conocimientos y competencias que debería tener un profesor de matemáticas para desenvolverse de manera idónea en su tarea docente (Blömeke et al., 2016; Carrillo-Yañez et al., 2018; Chapman, 2014; Godino et al., 2017; Hill et al., 2008). En estos, la reflexión sobre la práctica, entendida como la capacidad del docente para describir e identificar factores claves que afectan a los procesos de estudio, explicar y valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como tomar decisiones basadas en tales reflexiones, suele considerarse esencial para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza (Breda et al., 2018; Chapman, 2014; Dyer y Sherin, 2016; Giacomone et al., 2018; Godino et al., 2017; Hart et al., 2011). Desarrollar la competencia reflexiva requiere adoptar marcos conceptuales y metodológicos que permitan afrontar este objetivo como son, por ejemplo, el estudio de clases —*Lesson Study*— (Hart et al., 2011), estudio del concepto —*Concept Study*— (Davis, 2008), mirar con sentido profesional —*Professional noticing*— (Mason, 2002) o la competencia de análisis de la idoneidad didáctica propuesta desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino et al., 2017).

En el marco del EOS del conocimiento y la instrucción matemática (Godino et al., 2007), se introduce el constructo *idoneidad didáctica* para responder a la necesidad de contar con una herramienta teórico-metodológica que oriente el análisis a nivel macroscópico de los procesos de estudio matemático (Breda et al., 2018; Godino et al., 2017). La idoneidad didáctica permite concretar los conocimientos didáctico-matemáticos en categorías de indicadores específicos para las distintas facetas del proceso de enseñanza-aprendizaje (epistémica, cognitiva, afectiva, instruccional y ecológica) que pueden ser particularizados a la unidad objeto de estudio (Godino et al., 2017).

Numerosas investigaciones en el campo de la formación de profesores han empleado el constructo idoneidad didáctica para organizar la reflexión del profesor y guiar la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Breda et al., 2018; Burgos, Beltrán-Pellicer, et al., 2020; Esqué y Breda, 2021; Font et al., 2018; Giacomone et al., 2018; Hummes et al., 2019; Morales-López y Araya-Román, 2020). La noción de idoneidad didáctica, sus componentes e indicadores, ha sido también empleada en el análisis de materiales curriculares y libros de texto (Castillo et al., 2021; Pino-Fan et al., 2013; Ruz et al., 2020).

El interés por promover en los futuros maestros el análisis de lecciones de libros de texto se debe, por un lado, a la innegable utilidad e influencia de este recurso en la organización de los procesos instruccionales. Por otro lado, autores como Braga y Belver (2016) y Lloyd (2002) plantean que los profesores deben aprender a juzgar una idea matemática como apropiada por ser significativa y no solo porque el libro de texto lo incluya y deben poder emplearlos de diversas formas teniendo en cuenta las necesidades de sus estudiantes. Llevar a cabo un análisis crítico que guíe el modo de uso de este recurso, constituye una tarea profesional docente que demanda una serie de conocimientos y competencias que pueden resultar difíciles y requieren de formación específica (Beyer y Davis, 2012; Godino et al., 2017; Nicol y Crespo, 2006; Shaver, 2017).

Centramos nuestra atención en un tema específico: la proporcionalidad. A pesar de la importancia que tiene el estudio de la razón y proporción en los currículos de educación primaria y secundaria, la proporcionalidad no suele recibir un tratamiento adecuado en los textos de matemáticas escolares de esta etapa (Ahl, 2016; Burgos, Castillo, et al., 2020; Shield y Dole, 2013). La marcada influencia en la mayoría de los textos del aprendizaje memorístico de rutinas obstaculiza el desarrollo de un adecuado razonamiento proporcional (Fernández y Llinares, 2011; Lamon, 2007; Riley, 2010). A esto se suma que tanto los profesores en formación inicial como en servicio muestran una comprensión limitada de los significados de razón y proporción, así como dificultades para enseñar conceptos relacionados con la proporcionalidad (Ben-Chaim et al., 2012; Berk et al., 2009; Buforn et al., 2018; Van Dooren et al., 2008).

Atendiendo a esta problemática, en este trabajo se describe el diseño e implementación de una experiencia formativa con futuros maestros de primaria, destinada a promover su competencia reflexiva y conectar con los conocimientos didáctico-matemáticos sobre proporcionalidad. Para ello, se propone a los participantes el análisis de la idoneidad didáctica de una lección de libro de texto sobre proporcionalidad. Se evalúa la capacidad analítica desarrollada por los participantes por medio del análisis del informe elaborado por los futuros docentes tras finalizar la acción formativa.

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este trabajo, adoptamos el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) del profesor propuesto en el EOS (Godino et al., 2017). El modelo CCDM categoriza los conocimientos del profesor de matemáticas según

tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática. También, establece como competencias clave del profesor de matemáticas: la competencia matemática y competencia de análisis e intervención didáctica. Esta última tiene como núcleo fundamental diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje tanto propias como de otros, por medio de técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y propuesta de mejora (Breda et al., 2018). Además, queda articulada por medio de cinco subcompetencias (Godino et al., 2017), siendo una de ellas la competencia de análisis de la idoneidad didáctica, que pretendemos desarrollar con los maestros en formación.

Describimos brevemente la noción de idoneidad didáctica desarrollada en el EOS (Godino et al., 2007), los conocimientos didáctico-matemáticos sobre proporcionalidad y el problema específico de investigación.

### **Teoría de la idoneidad didáctica**

La idoneidad didáctica se entiende como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (Godino et al., 2017). Supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

De acuerdo con Breda et al. (2018), un proceso instruccional se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad.

*Por criterio de idoneidad se debe entender una norma de corrección que establece cómo debería realizarse un proceso de enseñanza y aprendizaje. Estos criterios deben ser entendidos como normas de corrección emanadas del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando éste está orientado a conseguir un consenso sobre lo que se puede considerar como mejor. (p. 264)*

La valoración de los criterios es gradual, analítica e interpretativa y está orientada hacia la mejora progresiva del proceso de enseñanza (Godino, 2013). Su operatividad exige definir un conjunto de indicadores observables, que permitan al profesor, interpretarlos y ponderarlos según el contexto y las circunstancias, decidiendo sobre la idoneidad en cada faceta o en su articulación.

Un proceso de instrucción matemática tiene mayor grado de *idoneidad epistémica* en la medida en que los significados institucionales pretendidos o implementados representan a un significado de referencia. El *significado institucional de referencia* de un objeto (contenido o tema matemático) viene determinado por lo que las instituciones matemáticas y didácticas consideran el sistema de prácticas operativas y discursivas inherentes al objeto. El sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso de instrucción (por ejemplo, el previsto en una lección de un libro de texto) determina su *significado institucional pretendido*. Una alta idoneidad desde el punto de vista

epistémico requiere la presencia de diversos significados del contenido correspondiente y su interconexión (Godino et al., 2017). El grado en que estos contenidos y su desarrollo se corresponden con las directrices curriculares, y cómo éstos aparecen relacionados con otros contenidos disciplinares define su *idoneidad ecológica*.

Un adecuado grado de *idoneidad cognitiva* supone que los contenidos posean una dificultad manejable para el nivel educativo al que se dirige, así como que las situaciones propuestas respondan a distintos niveles de dificultad. Es importante también que se promueva el uso de diversas estrategias de resolución y que se advierta a los alumnos de posibles dificultades y errores. Un alto grado de *idoneidad afectiva* requiere la existencia de elementos motivadores (ilustraciones, humor, etc.) y la selección de situaciones que respondan a los intereses de los alumnos y que permitan valorar la utilidad del contenido. Además, se deben promover la creencia en la autoeficacia y actitudes propias del trabajo matemático, como la perseverancia y flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos para la resolución de problemas.

El término *instruccional* engloba los aspectos mediacionales e interaccionales del proceso de enseñanza y aprendizaje. La disponibilidad y adecuación de los recursos materiales, la coherencia en la secuenciación de contenidos y actividades, y una dedicación temporal suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión, determina la *idoneidad mediacional* del proceso. La *idoneidad interaccional* es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen tanto la cooperación como la autonomía en el aprendizaje.

En el EOS, la noción de conflicto entendida como desajuste entre significados surgido en un proceso instruccional, permite explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas (Godino et al., 2007). Cuando la disparidad se produce entre significados de tipo institucional (por ejemplo, entre el significado de referencia y el implementado en una lección de libro de texto o por un profesor) se dice que se trata de un *conflicto epistémico*, mientras que si la discordancia tiene lugar entre el significado manifestado por un sujeto y el de referencia se dice que se trata de un *conflicto cognitivo*.

La consideración de la lección de un libro de texto como un proceso instruccional planificado permite aplicar el constructo idoneidad didáctica y su desglose en componentes e indicadores, como herramienta para realizar un análisis sistemático de lecciones de los libros de texto. Así, en Castillo et al. (2021) se empleó dicha herramienta teórica para desarrollar una “Guía de Análisis de Lecciones de libros de Texto de Matemáticas” (GALT-Matemáticas) como recurso para guiar la reflexión sobre los procesos de instrucción planificados en lecciones de libros de texto. Dado que los criterios e indicadores de idoneidad deben enriquecerse y adaptarse de acuerdo con el contenido matemático específico que se pretende enseñar (Breda et al., 2018) —en nuestro caso la proporcionalidad—, en Castillo et al. (2022b), adaptamos la GALT-Matemáticas a dicho tema, generando la GALT-proporcionalidad. Para ello, se introdujeron indicadores explícitos para dicho tema que afectan fundamentalmente a las facetas epistémica, cognitiva e instruccional. Dichos indicadores se fundamentan en una revisión

teórica exhaustiva de investigaciones y en juicios de expertos asumidos por la comunidad académica (Breda et al., 2018). A continuación, resumimos los conocimientos didáctico-matemáticos en relación con la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en educación primaria (Burgos, Castillo, et al., 2020; Castillo et al., 2022b).

### **Conocimientos didáctico-matemáticos sobre proporcionalidad en educación primaria**

La proporcionalidad se contempla en diferentes bloques temáticos dentro del currículo español (Boletín Oficial del Estado, 2014) para la educación primaria. Los alumnos, al acabar esta etapa, deben ser capaces de emplear la proporcionalidad directa, los porcentajes y las escalas para interpretar e intercambiar información y resolver problemas en contextos de la vida cotidiana.

Desde una perspectiva epistémica, la secuencia didáctica propuesta debe incluir situaciones-problemas representativas de los distintos enfoques: intuitivo-informal (situaciones de comparación cualitativa), geométrico (situaciones de semejanza, escalas), aritmético (situaciones de comparación y de valor faltante) y algebraico-funcional (situaciones que empleen el modelo de la función lineal) (Aroza et al., 2016). Estas situaciones, así como las diferentes representaciones empleadas, deben hacer explícita la relación multiplicativa que caracteriza a las magnitudes proporcionales, permitir identificar y distinguir las relaciones multiplicativas que se establecen dentro y entre las magnitudes proporcionales (Lamon, 2007; Shield y Dole, 2013), y diferenciar comparaciones multiplicativas de aditivas entre magnitudes (Fernández y Llinares, 2011). Los conceptos fundamentales de la proporcionalidad en educación primaria (proporción, constante de proporcionalidad, porcentaje, escala) deben presentarse de modo claro, siendo especialmente importante precisar la naturaleza multiplicativa de las comparaciones entre cantidades de magnitudes proporcionales, contemplando las ideas de covariación e invarianza en la relación de proporcionalidad (Lamon, 2007). Los diferentes significados de la proporcionalidad deben aparecer articulados y deben establecerse relaciones con los números racionales y las magnitudes. En particular, se debe permitir al alumno emplear el modelo matemático de la función lineal para representar y comprender relaciones multiplicativas que unifiquen razón, proporción y proporcionalidad (Aroza et al., 2016).

Desde el punto de vista cognitivo, promover el acceso y logro de todos los estudiantes supone desarrollar múltiples estrategias de resolución en los problemas de proporcionalidad, como son las estrategias de construcción progresiva, aditivas, multiplicativas, razón unitaria o regla de tres (Fernández y Llinares, 2011); tener en cuenta y advertir de errores frecuentes en el razonamiento proporcional, como la ilusión de linealidad (Van Dooren et al., 2008) o el uso de estrategias aditivas erróneas (Fernández y Llinares, 2011); considerar aspectos que influyen en la dificultad de las tareas para los alumnos de educación primaria, como son la naturaleza de los números (tamaño, relaciones de divisibilidad entre los términos), el carácter discreto o continuo de las magnitudes o el orden de los datos del problema (Fernández y Llinares, 2011, Van Dooren et al., 2008).

Finalmente, en el aspecto instruccional, se recomienda iniciar el estudio de la proporcionalidad en educación primaria con experiencias intuitivas correspondientes a una aproximación cualitativa de la proporcionalidad (actividades de estimación), para después buscar el progreso desde el pensamiento aditivo (pre-proporcional) hasta el multiplicativo (proporcional) (Fernández y Llinares, 2011). La introducción de la regla de tres debería retrasarse hasta que los alumnos hayan adquirido suficiente experiencia en el tema (Shield y Dole, 2013).

### **Problema de investigación**

Teniendo en cuenta las limitaciones de maestros en formación en el análisis crítico y reflexivo de materiales curriculares (Beyer y Davis, 2012), así como las dificultades para llevar a cabo una enseñanza adecuada de la proporcionalidad (Berk et al., 2009), el problema de investigación que abordamos en este trabajo es el diseño, implementación y evaluación de los resultados de una acción formativa con futuros maestros de primaria dirigida a desarrollar la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de una lección de libro de texto.

En dicha intervención, se propone a los maestros en formación el uso de la GALT-proporcionalidad como herramienta metodológica para reflexionar críticamente y decidir sobre el grado de idoneidad didáctica del proceso de estudio planificado en una lección de libro de texto de proporcionalidad. Como objetivo general, nos planteamos evaluar la competencia de análisis y reflexión lograda por los futuros maestros como resultado de la intervención. De manera específica, pretendemos abordar los siguientes objetivos.

- ◆ Analizar los tipos de observaciones que realizan los futuros maestros al valorar los indicadores de la GALT-proporcionalidad.
- ◆ Indagar las dificultades que manifiestan los futuros maestros al aplicar la GALT-proporcionalidad.
- ◆ Evaluar el nivel de pertinencia de sus valoraciones para cada una de las idoneidades parciales y en general para la idoneidad didáctica de la lección.

En la siguiente sección, describimos el diseño de la acción formativa y el proceso de evaluación de los informes de análisis entregados por los participantes.

## METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en un enfoque metodológico esencialmente cualitativo, caracterizado por el análisis sistemático de datos cuya interpretación permite explicar fenómenos sociales, como el de una experiencia educativa (Strauss y Corbin, 1990). La intervención se implementó con un grupo de 61 estudiantes de tercer curso del Grado de Educación Primaria, en el marco de una asignatura sobre diseño y desarrollo del currículum de matemáticas, en una universidad española. En dicha asignatura, se contempla el uso y análisis del libro de texto como recurso en el aula de matemáticas, así como la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

De manera previa a la intervención, los futuros maestros habían estudiado las nociones de configuración didáctica y configuración de prácticas, objetos y procesos, y su uso para el análisis didáctico en una lección de libro de texto, con

base en la lectura de Burgos, Castillo, et al. (2020). Además, en dicha lectura, los participantes encontraban los conocimientos didácticos-matemáticos sobre proporcionalidad más relevantes (apartado “Problema de investigación”) de cara a identificar potenciales conflictos en la lección.

En primer lugar, se llevó a cabo una sesión formativa de dos horas de duración sobre la teoría de la idoneidad didáctica, sus facetas y componentes. Se trataba de mostrar a los futuros maestros la necesidad de un sistema de componentes e indicadores empíricos generales, que actúen a modo de rúbrica cuando se analiza un proceso de estudio previsto o implementado. A continuación, estaban planificadas dos sesiones de trabajo colaborativo de dos horas de duración cada una, destinadas al análisis de la lección de libro de texto aplicando la GALT-proporcionalidad. La tarea consistía en analizar primero la idoneidad epistémica y cognitiva en las tres configuraciones didácticas en las que se descompuso la lección (González et al., 2015): magnitudes proporcionales (C1), reducción a la unidad y regla de tres (C2), escalas y mapas (C3), y después, el resto de las facetas (afectiva, instruccional y ecológica) contemplando toda la lección de manera global. Una vez aplicada la guía, en la segunda sesión, los participantes debían elaborar un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección contemplando el análisis previamente realizado en cada faceta.

El decreto de suspensión de clases presenciales derivado de la situación de pandemia obligó a que después de la primera sesión de trabajo colaborativo presencial, la siguiente sesión tuviera que realizarse de manera virtual. Durante este tiempo, los estudiantes podían preguntar sus dudas por medio de la plataforma *Moodle* o *Google Meet*.

En el instrumento de evaluación entregado a los participantes, se incorporó a las tablas de la GALT-proporcionalidad una columna junto a los indicadores, denominada “observaciones” en la que los participantes debían incluir una descripción (valoración cualitativa) sobre el grado de cumplimiento del indicador asociado en la lección de libro de texto. Se dispuso de los informes sobre el análisis de la lección de libro de texto producidos por trece equipos de futuros maestros (formados por cuatro o cinco estudiantes).

Para describir el tipo de observaciones que realizan los maestros en formación al aplicar la guía de análisis y evaluar el nivel de pertinencia y dificultades que han podido tener en la valoración de la idoneidad didáctica, empleamos la técnica de análisis de contenido (Cohen et al., 2011) a los protocolos de respuesta entregados por los participantes.

Las investigadoras, junto con un experto externo, emplearon los indicadores de la GALT-proporcionalidad para realizar el análisis a priori de la lección, valorando el grado de cumplimiento (total, parcial o nulo) de cada indicador<sup>1</sup>. Este estudio previo fue realizado de manera independiente por el equipo investigador y confrontado posteriormente para consensuar una valoración general de la lección. Constituye la referencia con la que realizar después la evaluación (cuantitativa)

---

<sup>1</sup> Dado que los indicadores de la GALT-proporcionalidad son el reflejo de normas establecidas en la investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad (Breda et al., 2018) este análisis actúa como referente de una valoración con carácter institucional de la lección.



final del nivel de pertinencia de sus apreciaciones para cada una de las facetas y globalmente. Se atiende a

- ◆ Si los participantes asignaron correctamente el nivel de cumplimiento de cada indicador: total (en cuyo caso emplean expresiones del tipo “sí, ...”, “siempre, ...” o realizaron transcripciones casi literales del indicador), parcial (indicaron aspectos que sí se cumplen y otros que no del indicador, empleando expresiones del tipo “a veces, ...”, “algunos, ...”, “en parte ...”) o nulo (usaron expresiones del tipo “no, ...”, “nunca, ...” o niegan el indicador).
- ◆ Si justifican correctamente su valoración.

Para ello, se define la variable cualitativa *grado de pertinencia*, que toma tres posibles valores a los que asignamos 2, 1 y 0 puntos, respectivamente.

- ◆ Valoración pertinente (2), si asignaron y justificaron correctamente el nivel de cumplimiento del indicador.
- ◆ Valoración poco pertinente (1), cuando asignaron correctamente el nivel de cumplimiento al indicador, pero no justificaron o lo hicieron de modo inadecuado; o bien si hicieron observaciones adecuadas al valorar el indicador a pesar de que no asignaron correctamente el nivel de cumplimiento.
- ◆ Valoración nada pertinente (0), si no asignaron correctamente el nivel de cumplimiento al indicador y no ofrecieron especificaciones adecuadas al respecto.

Por ejemplo, al valorar I2 “Se emplea una muestra diversa y representativa de tareas (de valor faltante, comparación, tabulares...) contextualizadas y de aplicación”, clasificamos como pertinente la respuesta de E7 que indicó en relación con C1 que “en cuanto a la diversidad y representatividad de las tareas para aplicar los contenidos, encontramos 7 situaciones-problemas estando 6 de ellas contextualizadas (2 de ellas son tabulares y una aritmética). Sólo 2 de ellas requieren indicar si las magnitudes son o no directamente proporcionales. No se emplean tareas de comparación”. Dicho equipo justificó de forma adecuada que el indicador se cumple parcialmente, dado que como se observó en el análisis a priori la mayoría de las tareas (Figura 2) son de valor faltante, algunas tabulares y no incluyen tareas de comparación, por lo que no son suficientemente representativas de los diferentes significados de la proporcionalidad (Aroza et al. 2016). Se clasificó como poco pertinente la respuesta de E3 “algunos (minoría)”, ya que sólo consideró el nivel de cumplimiento parcial del indicador, pero no argumentó su valoración. También, la de E8 que indicó “sí, se emplean tablas bidimensionales y operaciones de valor faltante que permiten entender y elaborar los contenidos”, en la que, a pesar de considerar de forma incorrecta que el indicador se cumple totalmente, especificó el tipo de situaciones que se incluyen en la lección. Finalmente, valoramos como nada pertinente la respuesta de E11 cuando señaló que “sí, a través de diferentes ejemplos explicativos y diferentes para su desarrollo”. En este caso, además de que indicó incorrectamente que se cumple el indicador, las especificaciones no son adecuadas.

## RESULTADOS

En esta sección, describimos los resultados obtenidos por los futuros maestros en la valoración de la idoneidad didáctica de la lección por medio de la GALT-proporcionalidad (Castillo et al., 2022b) en cada una de las facetas. Centramos la atención en las dificultades que manifiestan y el tipo de observación que realizan. Destacamos aquellos indicadores<sup>2</sup> en los que la diferencia de valoración respecto a la del equipo investigador es significativa (si difiere la valoración experta con la mayoría de los equipos) y puede suponer una gestión inadecuada del recurso por parte de los participantes.

### Idoneidad epistémica

De manera general, los participantes tuvieron dificultades para valorar adecuadamente la idoneidad epistémica de la lección. En 21 de los 28 indicadores que conforman la GALT-proporcionalidad en esta faceta (Castillo et al., 2022b), la mayoría de los equipos (más de nueve en todos ellos) hicieron una valoración nada pertinente.

Tabla 1

*Frecuencia de equipos según el nivel de pertinencia en la valoración de los indicadores de la GALT-proporcionalidad para cada componente de la faceta epistémica*

Componentes	Nivel de pertinencia en la valoración		
	Nada pertinente	Poco pertinente	Pertinente
Situaciones-problema	6	7	0
Lenguajes	1	10	2
Conceptos	10	3	0
Proposiciones	12	1	0
Procedimientos	12	1	0
Argumentos	5	1	7
Relaciones	8	5	0
Procesos	4	6	3
Conflictos epistémicos	2	11	0

En la tabla 1, se resumen los resultados obtenidos por los participantes en la valoración de los indicadores, según los componentes de la faceta epistémica en la GALT-proporcionalidad<sup>3</sup>. A continuación, damos más detalle sobre las valoraciones más significativas de sus indicadores.

<sup>2</sup> Incluimos referencia a la numeración de los indicadores (I1, I2, ...) según se encuentra en el instrumento GALT-proporcionalidad de Castillo et al. (2022b) para el lector interesado.

<sup>3</sup> Para simplificar la exposición, cuando en una componente se incluyen varios indicadores, en lugar de mostrar el resultado obtenido en cada indicador de esta se considera su promedio.

Los futuros maestros debían analizar el contenido matemático estudiando, en primer lugar, las situaciones-problemas. La propuesta instruccional del autor del libro de texto es similar para todas las configuraciones: parte de una situación inicial para introducir cada contenido y posteriormente plantea tareas que el alumno debe resolver. Por ejemplo, en la figura 1, se observa el modo en que el autor presenta las magnitudes proporcionales (C1). Sólo se incluye una situación para introducir las magnitudes directamente proporcionales desde el enfoque aritmético, sin tratar el intuitivo, geométrico o funcional (Aroza et al., 2016).

## 3 Magnitudes proporcionales

Fermín aparca su bicicleta durante 3 h. ¿Cuánto pagará?

Si aparcar durante 1 h cuesta 2 €, el triple de tiempo cuesta 3 veces más:

$1\text{ h} \longrightarrow 2\text{ €} \xrightarrow{\times 3} 3\text{ h} \longrightarrow 6\text{ €}$

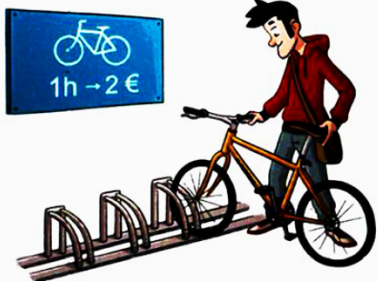
► Pagará 6 €.

El tiempo de aparcamiento y el precio son **magnitudes proporcionales**. Se pueden relacionar mediante una tabla de proporcionalidad.

Al multiplicar los números de la fila de arriba, obtenemos los de la fila de abajo.

<b>tiempo (h)</b>	1	2	3	4	...
<b>precio (€)</b>	2	4	6	8	...

Al dividir los números de la fila de abajo, obtenemos los de la fila de arriba.



**Al pasear en su bicicleta durante 1 h, Fermín encuentra 2 semáforos. Si pasea 3 h, ¿puede saber cuántos semáforos encontrará?**

► No, porque el número de semáforos que encuentra no tiene por qué ser el mismo cada hora.

El tiempo y el número de semáforos no son magnitudes proporcionales. No se pueden relacionar con una tabla de proporcionalidad.

Figura 1. Situaciones introductorias en C1 (González et al., 2015, p.116)

La mayoría de las tareas propuestas a continuación para que el alumno ejercite y aplique la relación de proporcionalidad son de valor faltante (Figura 2). Además, ninguna permite diferenciar las comparaciones aditivas de las multiplicativas (I3), por lo que el grado de cumplimiento de dicho indicador es nulo. En cambio, la mayoría de los equipos realizaron valoraciones poco pertinentes al respecto, bien porque no justificaron su valoración, o bien porque no interpretaron correctamente los términos “situaciones aditivas y multiplicativas” en el contexto de la proporcionalidad. Por ejemplo, E8 señaló “sí, [se cumple el indicador] ya que los problemas se pueden realizar de diferentes formas, tanto sumando como multiplicando”, interpretando situación aditiva y multiplicativa como aquellas que se resuelve con una operación de suma y multiplicación, respectivamente.

**17** ¿Cuáles de estas magnitudes son proporcionales?

litros de leche comprados	precio total
edad de una persona	altura de la persona
número de espectadores	cantidad de entradas vendidas
velocidad de un tren	número de pasajeros

**18** Indica en qué caso las magnitudes no son proporcionales.

peso (kg)	5	10	15	20
precio (€)	4	8	12	16

peso (kg)	10	16	21	26
edad (años)	2	4	6	8

**19** Copia y completa estas tablas de proporcionalidad.

a)

n.º de gafas	1	2	...	4	5	6	...
n.º de cristales	...	4	6	...	...	...	14

b)

n.º de arañas	...	10	...	...	25	30	35
n.º de patas	...	80	120	160	200	...	...

¿Cómo se relacionan las filas de cada una de las tablas?

**20** Halla el valor que falta en cada tabla para que correspondan a dos magnitudes proporcionales.

2	6
4	...

1	100
8	...


30	60
5	...

12	18
4	...

**21** Encuentra un ejemplo de dos magnitudes proporcionales y construye la tabla de proporcionalidad.

**Problemas**

**22** ¿Cuánto cuesta el queso completo?



**23** Lee la nota que ha escrito esta niña y responde junto con un compañero.

a) ¿Qué dos magnitudes se mencionan?  
 b) Si son magnitudes proporcionales, ¿qué distancia recorre Cayetana en 12 días?  
 c) Completad una tabla de proporcionalidad para representar lo que corre Cayetana en el mes de abril.  
 d) ¿Cuánto recorre en total en ese mes?




Figura 2. Situaciones de aplicación en C1(González et al., 2015, p.116-117)

Como señalan Lamon (2007) y Shield y Dole (2013), el uso simultáneo y coordinado de razones internas y externas (I5) es importante en la enseñanza de la proporcionalidad; no obstante, en el texto no se observa un tratamiento adecuado. Aunque en C1 (figura 1) se usan ambos tipos de razones, no se hace de modo explícito. Las razones externas se usan al establecer mediante flechas la relación entre el tiempo de aparcamiento y el precio. Las razones internas se emplean al establecer la relación multiplicativa “ $\times 3$ ”, que vincula cantidades de la misma magnitud (hora-hora, precio-precio).

Además, como se observa en la figura 3, en C2 sólo se utilizan razones internas al explicar el procedimiento de regla de tres cuando sería importante emplear también las externas para relacionar las magnitudes y observar la posibilidad de establecer distintas proporciones equivalentes. La mayoría de los equipos obviaron estos aspectos, lo que los llevó a realizar valoraciones nada pertinentes en relación con dicho indicador (I5). El análisis de sus respuestas puso de manifiesto una falta de comprensión de los términos “razones internas y externas” que pudo influir en la correcta interpretación y valoración del indicador. Por ejemplo, E2 indicó que “en casi todas las configuraciones, las razones son externas ya que realizan problemas de la vida cotidiana”.

**Reducción a la unidad. Regla de tres**

En un videojuego, Carmen obtiene 10 puntos por cada 2 monedas de oro que encuentra. Si en una partida encuentra 30 monedas, ¿cuántos puntos obtiene?

Para calcularlo tenemos que reducir a la unidad.

**1.º** Escribimos la tabla de equivalencias.

n.º de monedas	2	30
n.º de puntos	10	?

**2.º** Dividimos entre 2, es decir, reducimos a la unidad.

n.º de monedas	2	1
n.º de puntos	10	5

**3.º** Calculamos el dato que buscamos.

n.º de monedas	2	30
n.º de puntos	10	150

También podemos calcularlo mediante la **regla de tres**.  
Si conocemos 3 términos, podemos calcular el cuarto así:

**1.º** Escribimos los datos de esta manera:

n.º de monedas	n.º de puntos
$\frac{2}{30}$	$= \frac{10}{?}$

? representa el dato que queremos calcular.

Por tanto, el valor del dato que queremos calcular es:

$$30 \times 10 : 2 = 150$$

► Carmen ha obtenido 150 puntos.

**2.º** Multiplicamos los datos conocidos que están en cruz.

n.º de monedas	n.º de puntos
$\frac{2}{30}$	$= \frac{10}{?}$

$$30 \times 10 = 300$$

**3.º** Dividimos el resultado entre el número que no hemos utilizado aún.

n.º de monedas	n.º de puntos
$\frac{2}{30}$	$= \frac{10}{?}$

$$300 : 2 = 150$$

**Problemas**

**1.º** Encuentra la respuesta a estas preguntas.

En 9 h descargamos 2 bancos. ¿Cuánto tardamos en descargar 5 bancos?

Con 3 ordenadores descargamos 420 líneas de código. ¿Cuántas líneas descargamos con 8 ordenadores?

**2.º** Francisco quiere preparar lentejas para 12 personas según esta receta que ha encontrado.

a) ¿Qué cantidad de lentejas necesita?  
b) Escribe la receta con las cantidades necesarias de cada ingrediente para 12 personas.  
c) El coste de los ingredientes para 8 personas es de 15,50 €. aproximadamente. ¿Cuánto costarán los ingredientes para 12 personas?

**Lentejas para 8 personas**

- medio kilo de lentejas
- 1 cebolla
- 2 dientes de ajo
- 1 patata
- 200 g de chorizo
- 25 g de aceite
- 1 puerro

**Ten en cuenta**

Los métodos de reducción a la unidad y la regla de tres solo se pueden aplicar cuando hay proporcionalidad entre las magnitudes.

**Copia y resuelve por reducción a la unidad.**

botellas	3	10
litros de agua	6	***

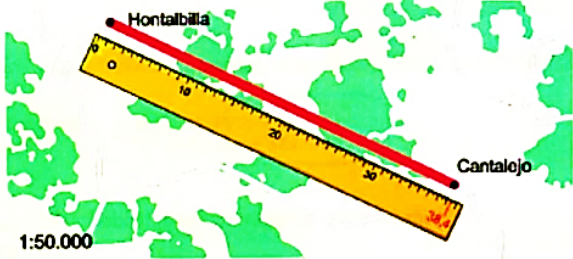
tiempo (min)	20	60
distancia (km)	38	***

Figura 3. Introducción a la regla de tres y reducción a la unidad (C2) (González et al., 2015, p.118)

Esta falta de comprensión con relación a las razones internas y externas y la diferencia entre relaciones multiplicativas dentro y entre magnitudes se observó también en la valoración del lenguaje matemático empleado en la lección. En este caso, es significativo que la mayoría de los participantes consideraron incorrectamente que se emplean representaciones adecuadas para distinguir relaciones multiplicativas dentro y entre las cantidades de magnitudes (I11). Mencionemos que, en relación con el lenguaje, once de los trece equipos valoraron de manera pertinente la adecuación del nivel del lenguaje al nivel educativo.

En cuanto a los conceptos matemáticos, el análisis a priori mostró como conflictos principales la particularización de las definiciones a casos específicos de magnitudes (C1, figura 1) y escalas (C3, figura 4), la ausencia de conceptos fundamentales como, por ejemplo, la constante de proporcionalidad, y que no se define de manera clara la relación funcional entre magnitudes proporcionales (esta sólo se establece a partir de las tablas).

Darío ha medido la distancia entre su pueblo y el de sus tíos en el mapa. ¿Cuántos kilómetros son en la realidad?



1:50.000

Para calcularlo utilizamos la escala del mapa:

1:50.000

1 cm del mapa equivale a 50.000 cm en la realidad.

Como la distancia en el mapa es de 38,4 cm, en la realidad será:

$$38,4 \times 50.000 = 1.920.000 \text{ cm}$$

Expresamos el resultado en kilómetros:

$$1.920.000 : 100.000 = 19,2 \text{ km}$$

► Entre los dos pueblos hay 19,2 km.

- La **escala** sirve para representar superficies reales en un espacio pequeño.
- La **escala 1:50.000** significa que **una unidad del mapa equivale a 50.000 unidades en la realidad.**

Figura 4. Introducción y conceptualización de escala en C3 (González et al., 2015, p.120)

Sin embargo, la mayoría de los futuros maestros consideraron que estos indicadores, en relación con los conceptos, se cumplen totalmente. Por ejemplo, E4 afirmó que se presentan de manera clara los conceptos fundamentales (I12) al indicar que “en las tres configuraciones que aparecen en la práctica, todas explican los distintos conceptos de una manera correcta, explicándolo todo con ejemplo y además en algunos casos añadiendo definiciones sobre algunos términos como por ejemplo magnitud proporcional”.

Ningún equipo realizó observaciones pertinentes a la hora de valorar el grado de cumplimiento de los indicadores asociados al componente proposiciones, obviando que la lección no incluye enunciados para caracterizar y distinguir la relación de proporcionalidad o que no se precisa la condición de regularidad, siendo esta “la condición indispensable que debe darse para que la razón pueda calcularse” (Gairín y Oller, 2012, p.259). Por ejemplo, E1 consideró que “las proposiciones del tema de proporcionalidad se presentan de forma clara para el nivel educativo al se corresponde” (I15); también, E6 indicó que “sí se establecen las suficientes proposiciones para distinguir una situación proporcional” (I16) (Figura 1).

En cuanto a los procedimientos matemáticos, nueve equipos valoraron de modo nada pertinente los indicadores asociados, considerando el cumplimiento total de los mismos. Aunque el análisis a priori mostró que la reducción a la unidad y regla de tres se reducen a la aplicación de pasos mecanizados sin discutir su pertinencia (Figura 3) y que las situaciones no permiten generar o negociar

procedimientos (todas las tareas propuestas son de aplicación de procedimientos aritméticos por medio de tablas o equivalencia de fracciones), los maestros en formación valoraron de modo similar a E13, que “a través de los problemas, se explica de forma minuciosa los procedimientos básicos” (en relación con I18), y a E6, que “en todas las configuraciones, los alumnos deben realizar ejercicios donde realicen y generen procedimientos relacionados con la proporcionalidad” (sobre I19). Sin embargo, sí hicieron una mejor valoración del componente argumentos. Siete equipos identificaron correctamente de manera mayoritaria que las proposiciones no se justifican y que la fundamentación de los procedimientos se basa en las operaciones aritméticas empleadas.

Respecto al componente de relaciones, observamos que diez de los trece equipos de futuros maestros consideraron que los indicadores asociados se cumplen de manera total en las tres configuraciones. Se basaron en la inclusión de ejercicios que tratan las fracciones y números decimales, como condición para garantizar la conexión con los números racionales (I22), y la presencia de unidades de medida, como garantía para relacionar el bloque aritmético con el de magnitudes (I23). Por último, aunque la mayoría de los equipos coincidieron con nuestro juicio en cuanto a que no se identifican los diferentes enfoques de la proporcionalidad en la lección (I24), únicamente, dos equipos indicaron correctamente que solo aparece involucrado el significado aritmético en C1. Este hecho, junto con la presencia de argumentos incorrectos como el de E10 cuando indicó “aritmético: la multiplicación - algebraico: calcular el valor faltante se puede interpretar como la  $(x)$  que hay que calcular”, sugiere nuevamente dificultades de los participantes para identificar y diferenciar los significados de la proporcionalidad y sus características.

Finalmente, los participantes debían valorar la presencia de errores en el contenido matemático (I28). Aunque, en general, sus apreciaciones fueron poco específicas, podemos identificar los siguientes conflictos epistémicos reconocidos correctamente por los participantes (al menos por tres equipos cada uno): (a) falta de claridad al definir magnitudes proporcionales, (b) presentación de los conceptos limitada a ejemplos, (c) ausencia de proposiciones y explicaciones que acompañen la regla de tres y reducción a la unidad (Figura 3) y (d) ambigüedad en los enunciados de las tareas y poca argumentación.

Los resultados obtenidos muestran que el conocimiento didáctico-matemático en la dimensión epistémica de los participantes sobre razón, proporción y relación de proporcionalidad fue limitado, lo que dificultó la interpretación correcta de los indicadores y el análisis de la lección por medio de la GALT-proporcionalidad en esta faceta.

### **Idoneidad cognitiva**

En la tabla 2, se muestra el nivel de pertinencia de las valoraciones de los indicadores de la GALT-proporcionalidad, según los componentes de la faceta cognitiva. A continuación, damos más detalle sobre las valoraciones de algunos de sus indicadores.

Tabla 2

*Frecuencia de equipos según el nivel de pertinencia en la valoración de los indicadores de la GALT-proporcionalidad para cada componente de la faceta cognitiva*

Componentes	Nivel de pertinencia en la valoración		
	Nada pertinente	Poco pertinente	Pertinente
Conocimientos previos	12	1	0
Diferencias individuales	1	4	8
Conflictos cognitivos	3	5	5

La valoración de los indicadores asociados al componente de conocimientos previos (I29) fue no pertinente en 12 equipos que consideraron que éstos quedan totalmente contemplados en la lección y que todos los contenidos tienen una dificultad manejable (I30). Sólo E10 indicó que “se da por entendido el sistema internacional de medida y sus conversiones”. Los participantes reconocieron que los conocimientos previos se cubren cuando son contenidos presentes en las tareas propuestas. Por ejemplo, E1 indicó “sí se contemplan en los ejercicios”. Por otro lado, no reflexionaron sobre la importancia de tratar la proporcionalidad “entre magnitudes”, lo que los llevó a ignorar las nociones de magnitudes, cantidades de magnitud y su medida como conocimientos previos necesarios.

Los participantes presentaron limitaciones para reconocer los factores que influyen en el nivel de complejidad de las tareas y al emplearlos como argumento para justificar la diferencia de dificultad de los problemas. Así, todos los equipos asignaron un grado total de cumplimiento al indicador que determina que los contenidos poseen un nivel de dificultad manejable (I30), sin analizar cómo se ven reflejados en la lección los posibles factores que influyen en el nivel de dificultad de los problemas (relación entre los números, posición del valor faltante, cantidades discretas o continuas...). Al respecto, la revisión de las tareas llevó al equipo investigador a considerar que este indicador se cumple sólo de forma parcial, dado que el autor emplea únicamente números enteros en los ejemplos, mientras que algunas de las tareas de aplicación involucran decimales o razones no enteras, lo que supone un nivel de dificultad mayor (Fernández y Llinares, 2011). Asimismo, la valoración de la mayoría de los equipos con relación a si las situaciones poseen diferentes niveles de dificultad (I33) fue poco pertinente dado que, si bien consideraron correctamente que el cumplimiento es total (en efecto, se observan valores enteros, no enteros y con diferentes relaciones de divisibilidad, cambio en el orden de los datos en los problemas, que determinan un menor o mayor grado de complejidad de las tareas), no justificaron correctamente su valoración.

Estas limitaciones para identificar los elementos potencialmente conflictivos o aquellos que pueden suponer una mayor demanda cognitiva por parte de los estudiantes se observaron también al establecer el juicio razonado de la idoneidad de la lección. Siete equipos señalaron, de modo incorrecto, que el nivel de dificultad es similar en todas las situaciones. No obstante, ocho equipos sí



reconocieron de manera pertinente que la lección no ofrece diversas estrategias de resolución (I32) y que los procedimientos se basan en pasos mecanizados, lo que impide el acceso y apoyo de todos los estudiantes. También, admitieron que no se suele advertir de errores y dificultades conceptuales y procedimentales (I34) — sólo se avisa en una nota, en C2, que las magnitudes deben ser proporcionales para poder aplicar la regla de tres y la reducción a la unidad.

### **Idoneidad instruccional, ecológica y afectiva**

Después de analizar la lección, con relación al contenido matemático y al aprendizaje de los estudiantes, los futuros maestros debían reflexionar sobre el grado de adecuación de esta desde el punto de vista instruccional, ecológico y afectivo contemplándola en su conjunto. En la tabla 3, aparecen los resultados obtenidos por los participantes en las valoraciones de las distintas componentes de la faceta instruccional usando la GALT-proporcionalidad.

Tabla 3

*Frecuencia de equipos según el nivel de pertinencia en la valoración de los indicadores de la GALT-proporcionalidad para cada componente de la faceta instruccional*

Componentes	Nivel de pertinencia en la valoración		
	Nada pertinente	Poco pertinente	Pertinente
Interacción autor-alumno	2	3	8
Interacción entre alumnos	2	3	8
Autonomía	1	5	7
Recursos materiales	1	6	5
Secuenciación	6	5	2

Los futuros maestros analizaron con mayor pertinencia la lección en el aspecto instruccional, fundamentalmente en los indicadores relativos a las componentes interaccionales: existencia de situaciones que busquen el consenso en base al mejor argumento (I36), uso de diversos recursos argumentativos (I37), inclusión de tareas que fomenten el debate y comunicación entre los estudiantes (I38) o reserva de momentos en los que los alumnos asumen la responsabilidad del estudio (I39). La mayoría de los equipos (ocho en cada caso) los valoraron de manera pertinente justificando su ausencia total. En esta faceta, los mayores desajustes en la valoración de los participantes respecto al análisis a priori surgieron al reflexionar sobre la claridad en la presentación de los contenidos (I35) y la contextualización de definiciones y propiedades mediante situaciones, modelos concretos y visualizaciones (I41). En este caso, más de la mitad de los participantes consideraron que se cumplen totalmente los indicadores, pasando por alto que, si bien la presentación es usualmente clara, no se enfatizan los conceptos claves (ocho equipos) y que, aunque se incluyen tareas contextualizadas y visualizaciones, no se usan modelos concretos, por lo que ambos aspectos solo se cumplen parcialmente (once equipos).

Sólo dos equipos (E3 y E5) valoraron de manera pertinente como nulo el grado de cumplimiento del indicador sobre adecuación de la secuencia de contenidos y actividades (I43). En la lección, no se incluye una aproximación intuitiva y se avanza rápidamente hacia la formalización de la regla de tres, desoyendo las recomendaciones de las investigaciones sobre enseñanza de la proporcionalidad (Fernández y Linares, 2011; Shield y Dole, 2013). Como sugirió E3, no es adecuado que en la lección “la regla de tres y reducción a la unidad estén explicadas al mismo tiempo”.

También, en la faceta ecológica, como puede verse en la tabla 4, los equipos realizaron una valoración suficientemente pertinente en todos los componentes, salvo en la adaptación al currículo.

Tabla 4

*Frecuencia de equipos según el nivel de pertinencia en la valoración de los indicadores de la GALT-proporcionalidad para cada componente de la faceta ecológica*

Componentes	Nivel de pertinencia en la valoración		
	Nada pertinente	Poco pertinente	Pertinente
Adaptación al currículo	11	0	2
Apertura a la innovación	1	8	4
Adaptación socio-profesional	1	1	11
Educación en valores	2	4	7
Conexiones intra e interdisciplinarias	5	7	1

En este caso, once equipos consideraron que los objetivos, contenidos, su desarrollo y evaluación se corresponden con las directrices curriculares (I44). Su valoración es no pertinente, dado que no reconocieron que la lección no aborda el estándar de aprendizaje “resuelve problemas [...] explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas” (Boletín Oficial del Estado, 2014) y tampoco se proponen tareas de evaluación. Estas limitaciones nos llevaron a considerar un cumplimiento parcial de dicho indicador.

Finalmente, la mayoría de los equipos coincidieron con nuestro juicio en gran parte de los indicadores asociados a las distintas componentes de la faceta afectiva, por lo que los resultados en este aspecto son en general, pertinentes (tabla 5).

Tabla 5

*Frecuencia de equipos según el nivel de pertinencia en la valoración de los indicadores de la GALT-proporcionalidad para cada componente de la faceta afectiva*

Componentes	Nivel de pertinencia en la valoración		
	Nada pertinente	Poco pertinente	Pertinente
Actitudes	4	0	9
Emociones	1	5	5
Creencias	6	0	7
Valores	5	2	6

La disparidad aparece al valorar si en la lección se promueven la participación activa, la perseverancia, la responsabilidad, etc. para fomentar una actitud matemática (I49) y si se fomentan los razonamientos lógicos y las ideas originales (I52). En ambos casos, sólo tres equipos realizaron valoraciones pertinentes. El resto consideraron que los indicadores se cumplen totalmente, ignorando la reflexión que hizo; por ejemplo, E13 cuando afirmó que, “en este tipo de actividades, el alumno no tiene donde ser especialmente original, (...) ya que son ejercicios sistemáticos y repetitivos”, o bien E8, que consideró que la participación activa, la perseverancia y la responsabilidad “deberían promoverse más”.

### **Valoración global del análisis de la lección**

Coincidiendo con estudios previos (Castillo et al., 2021; Shower, 2017), los resultados de las evaluaciones de los informes de los futuros maestros muestran que la tarea del análisis de libros de texto puede resultar difícil incluso cuando estos cuentan con una pauta para guiar su estudio. Teniendo en cuenta la puntuación asignada a las valoraciones de los indicadores (0: nada pertinente, 1: poco pertinente, 2: pertinente), en las distintas facetas y componentes de la GALT-proporcionalidad, siete equipos obtuvieron una calificación final sobre 100 que oscila entre 31,30 (Q1) y 43,90 (Q3), la mediana fue 38,62 y la nota promedio fue 38,43 (Figura 5).

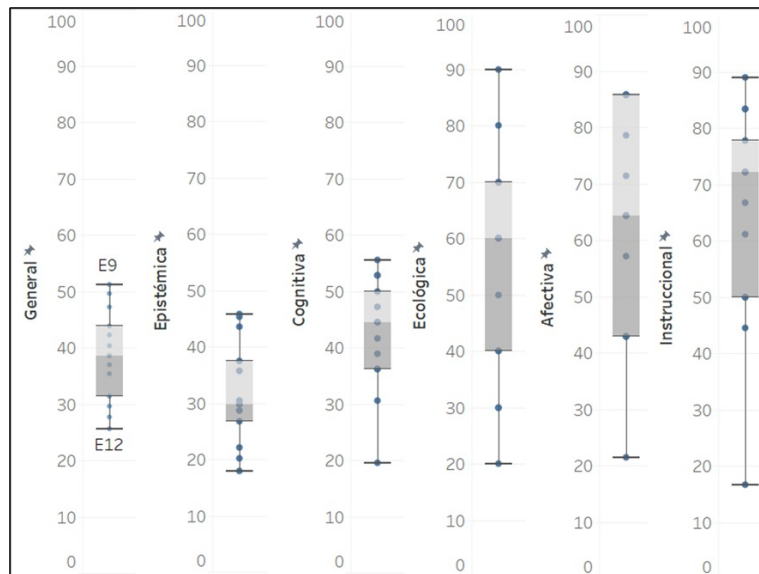


Figura 5. Resultados de la evaluación por facetas y general de la lección

La puntuación máxima fue de 51,21 (obtenida por E9) y la mínima de 25,6 (para E12). En esta valoración global (compuesta por 123 indicadores), no todas las facetas tuvieron el mismo peso. La epistémica supuso el 68,29% de la calificación y es aquella con más peso en la calificación general por ser la faceta con más indicadores (28 por cada configuración, es decir, 84). La cognitiva supuso un 14,63% (seis por cada configuración, es decir, 18 indicadores). Las facetas instruccional (nueve indicadores), ecológica (cinco indicadores) y afectiva (siete indicadores) representaron el 7,32%, 4,07% y 5,69% del total, respectivamente. Además, en la figura 5, puede verse que la faceta epistémica es la que obtuvo los resultados más bajos (mediana de 29,76 y media de 31,78). La faceta en la que obtuvieron mejores resultados fue la instruccional (mediana de 72,22 y media de 64,53), seguida de la faceta afectiva (mediana de 64,29 y media de 63,74).

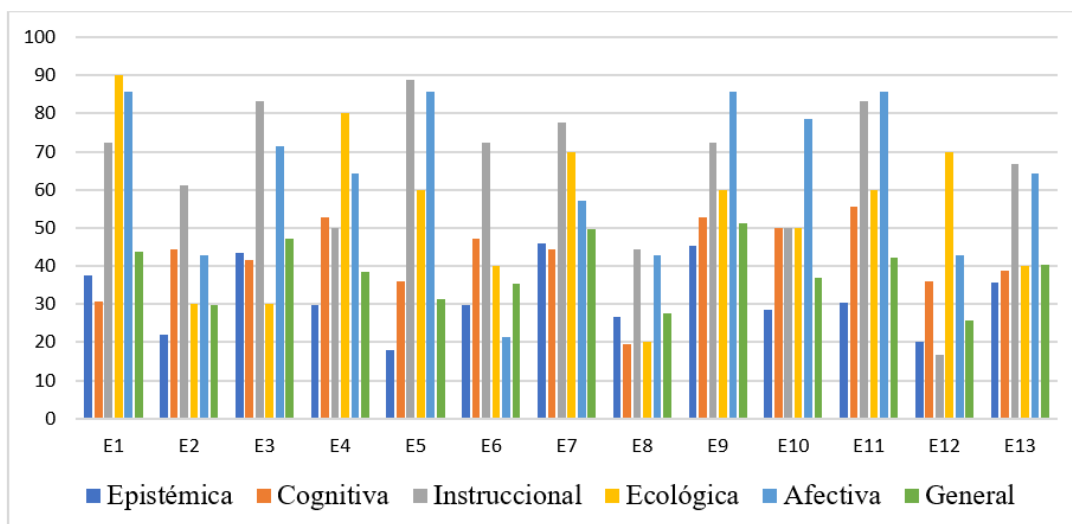


Figura 6. Evaluación por facetas del análisis de la lección realizado por los equipos de futuros maestros

En la figura 6, se observa que la mayoría de los equipos (siete de trece) obtuvo la calificación más baja en la faceta epistémica y tres en la cognitiva. Esto pone de

manifiesto que los futuros maestros encontraron más dificultades al valorar la adecuación del contenido matemático (faceta epistémica) y los aspectos que tienen que ver con la progresión en los aprendizajes (faceta cognitiva) que cuando consideraron aquellos relacionados con la organización, secuenciación (faceta instruccional), adaptación curricular (ecológica) o tratamiento de actitudes y emociones (afectiva) en el texto.

### **Análisis de los juicios sobre idoneidad didáctica de la lección**

Tras la aplicación de la GALT-proporcionalidad, los futuros maestros debían elaborar un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección. En ese momento, los participantes indicaron aquellas características que consideraron positivas o negativas para justificar su valoración de la idoneidad. Algunos resultados en este sentido son más alentadores.

A pesar de la baja calificación obtenida por los participantes en el análisis de la idoneidad epistémica de la lección al aplicar la guía, ocho equipos reconocieron carencias importantes en esta faceta cuando tuvieron que reflexionar de manera conjunta sobre la lección. Consideraron, por ejemplo, la poca diversidad de las representaciones (“la mayoría son representaciones tabulares para las situaciones que se proponen” —E3— y “casi todas las expresiones son numéricas” —E9—), que los conceptos no se definen de modo claro (“las definiciones deberían de ser más extensas y precisas a la hora de realmente influir en el alumnado para la resolución de ejercicios” —E13—) o que faltan conceptos fundamentales como el de constante de proporcionalidad que podrían generar una “falta de comprensión, funcionalidad y desarrollo de conceptos en el alumnado” (E12). También, señalaron que los enunciados y procedimientos no se justifican y que no se favorece que el alumno argumente en las tareas. Este aspecto llama la atención ya que, si bien la mayoría de los equipos realizaron valoraciones nada pertinentes en los indicadores correspondientes, parece haber una mayor reflexión y crítica cuando contemplaron la lección de forma conjunta para valorar su idoneidad.

Similarmente, aun cuando la calificación de los futuros maestros en el análisis de la idoneidad cognitiva tampoco fue adecuada, en el informe final, lograron precisar aspectos conflictivos para juzgar como poco adecuada la lección en este aspecto. Por ejemplo, indicaron de manera acertada que no se atienden los conocimientos previos necesarios en la lección (siete equipos); no se presentan diversos métodos para resolver un problema, lo que restringe la atención a las diferencias individuales (seis equipos); o que no se advierte de errores y dificultades a los potenciales alumnos (ocho equipos). También, en lo instruccional, seis equipos reflexionaron adecuadamente sobre la poca promoción de espacios para que el alumno investigue o explore y que no son suficientemente diversos los recursos materiales. En las facetas afectiva y ecológica, no es posible identificar aspectos concretos que mencionaran los participantes, como sí ocurre en las otras dimensiones.

Los mejores resultados obtenidos por los futuros maestros en la reflexión final, puede deberse a que “filtraron” los indicadores que consideraron más relevantes (sobre los que posiblemente se sintieron más seguros en su valoración), tomándolos como referentes para justificar el grado de idoneidad. Por otro lado, la experiencia aquí descrita permitió a los participantes conocer una metodología de

análisis de libros de texto que consideraron relevante para su formación profesional. Como ellos mismos afirmaron, “sería conveniente que el docente haga un análisis con los ítems que hemos hecho en la valoración anterior ya que le ayudará a poder plantear posibles cambios en cuanto a cómo impartir la lección...” (E3).

## CONCLUSIONES E IMPLICACIONES

En este trabajo, describimos el diseño, implementación y resultados de una intervención formativa destinada a promover en maestros en formación la competencia reflexiva, empleando como medio una lección de proporcionalidad de un libro de texto y la idoneidad didáctica como herramienta teórica. Dado que sin una guía los docentes suelen hacer valoraciones poco analíticas de los materiales curriculares (Nicol y Crespo, 2006), se propuso el uso de la GALT-proporcionalidad —estructurada mediante descriptores asociados a las distintas componentes de las idoneidades parciales— como instrumento para orientar y promover la reflexión sobre el grado de adecuación de una lección sobre dicho tema.

La aplicación de la GALT-proporcionalidad requiere la puesta en práctica de una serie de conocimientos matemáticos y didácticos, que podrían no ser parte de la formación previa de los usuarios. Así, los resultados muestran que los maestros en formación analizaron con más éxito indicadores que tiene un carácter general en la lección que aquellos que son específicos de la disciplina, por lo que sus valoraciones en las facetas epistémica y cognitiva fue más baja que en las facetas instruccional, ecológica y afectiva, siendo los primeros aquellos en los que más influye la especificidad del contenido. Por ejemplo, la falta de conocimiento didáctico-matemático sobre proporcionalidad en la faceta epistémica llevó a los participantes a no identificar como conflicto epistémico importante la ausencia de proposiciones fundamentales y argumentos que justifiquen las condiciones de la lección en las que son pertinentes los procedimientos descritos (regla de tres, reducción a la unidad). Desde el punto de vista cognitivo, desconocer los factores que influyen en la dificultad de una tarea (Fernández y Llinares, 2011) no les permitió identificar los obstáculos para garantizar una adecuada progresión en los aprendizajes de los alumnos. En el aspecto instruccional, la mayoría de los participantes de nuestro estudio no consideró problemático que en la lección no se deje espacio para que los alumnos ganen experiencia con otros procedimientos intuitivos y aritméticos antes de introducir formalmente la regla de tres (Shield y Dole, 2013). Esto podría estar relacionado con que algunos profesores tienden a priorizar dicho algoritmo para resolver situaciones de proporcionalidad, sin razonar lo suficiente sobre su pertinencia (Riley, 2010).

A pesar de que los participantes realizaron valoraciones poco pertinentes de los indicadores de la GALT-proporcionalidad, especialmente al examinar el contenido matemático y los aspectos sobre sus aprendizajes, se apreció un mejor juicio cuando debían reflexionar de manera crítica sobre la idoneidad de la lección de forma conjunta. En este caso, precisaron fortalezas y carencias importantes en cada faceta, evidenciando una referencia implícita o explícita a los indicadores de

la GALT-proporcionalidad. Concluimos, de modo similar a Beyer y Davis (2012), que los maestros en formación pueden beneficiarse del uso de criterios de análisis, al desarrollar mejores capacidades para aplicar su conocimiento y posibilitar la identificación de potencialidades y debilidades de los materiales.

Dado que las críticas de los profesores a los libros de texto pueden estar relacionadas con su experiencia pasada y sus conocimientos sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (Lloyd, 2002), en el diseño e implementación de nuevas intervenciones formativas, sería adecuado evaluar previamente el conocimiento matemático sobre la proporcionalidad. Así, se podría establecer si, por ejemplo, los participantes discriminan situaciones proporcionales de no proporcionales; distinguen comparaciones multiplicativas de aditivas, relaciones dentro y entre magnitudes; o si son flexibles a la hora de resolver justificadamente problemas de proporcionalidad en los diferentes significados. Los resultados de este diagnóstico permitirán conocer si los maestros en formación disponen de los conocimientos necesarios para interpretar y aplicar la GALT-proporcionalidad, y tomar decisiones sobre las acciones formativas previas que les garantice un uso más competente de dicha herramienta.

También, detectamos limitaciones de los participantes para identificar y discriminar los tipos de problemas presentes en el texto, tanto desde el punto de vista instruccional (según su propósito), epistémico (si son de comparación, valor faltante, u otra) o cognitivo (dificultad asociada, expectativas, ...). Así, en futuras intervenciones se hace necesario un análisis didáctico previo de las situaciones-problemas (clasificación según tipología, contenido matemático y finalidad) que ayude a los futuros maestros para tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones y si son diversas y representativas (tanto en significado como en dificultad) para poder tener un juicio más acertado en relación con el nivel de cumplimiento de los indicadores asociados. En este sentido, las actividades iniciales de diagnóstico pueden también permitir destacar los factores que influyen en los niveles de dificultad de las tareas proporcionales, ya que los futuros maestros no han tenido en cuenta la presencia o ausencia de dichos factores como un argumento para reflexionar sobre el nivel de dificultad de los contenidos.

Finalmente, aunque la proporcionalidad como contenido explícito aparece en el currículo español en el último curso de educación primaria, implícitamente, es un contenido que aparece involucrado en muchos de los problemas de estructura multiplicativa que los alumnos de primaria trabajan en cursos previos y que no resuelven por medio de la regla de tres. Sería interesante reflexionar con los futuros maestros sobre este hecho y sobre la importancia y necesidad de disponer de estrategias que permitan construir un adecuado razonamiento proporcional, fundamentado sobre las diversas interpretaciones del número racional y las formas de razonar con estos significados (Lamon, 2007).

Debido a que las distintas facetas aparecen interconectadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje, es necesario de reforzar los conocimientos didáctico-matemáticos de los profesores en los programas de formación, de manera coordinada. Por otro lado, es conveniente que existan espacios de comunicación y debate en los que se compartan las principales deficiencias y fortalezas halladas tanto por el equipo investigador como por los equipos de trabajo. En la

implementación de este estudio, por limitaciones de tiempo, no fue posible llevar a cabo este espacio de reflexión; sin embargo, en caso de ser posible, debería considerarse.

Los maestros en formación son especialmente dependientes de los materiales curriculares para guiar su enseñanza y para apoyar sus conocimientos a menudo débiles (Schwarz et al., 2008, p. 346). A pesar de que los participantes de nuestra intervención se encontraban en su último curso de formación sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aún estaban adquiriendo conocimientos y desarrollando sus competencias profesionales, por lo que no necesariamente contaban con las herramientas conceptuales necesarias para aplicar pautas propias de un análisis investigativo. Creemos que, desde el punto de vista de la investigación, los resultados de nuestro trabajo pueden contribuir a caracterizar y concretar niveles de competencia de análisis que pueden alcanzar los maestros en formación, y ser conscientes de la formación previa y el desafío que se requiere afrontar desde la formación de profesores.

## AGRADECIMIENTOS

Investigación realizada en el marco del proyecto de investigación, PID2019-105601GB-I00 / AEI / 10.13039/501100011033 (Ministerio de Ciencia e innovación), con el apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, España). El primer autor agradece el apoyo financiero de la Universidad de Costa Rica para la obtención de una beca en el extranjero.

## REFERENCIAS

- Ahl, L. (2016). Research findings' impact on the representation of proportional reasoning in Swedish Mathematics textbooks, *REDIMAT*, 5(2), 180-204. <https://doi.org/10.4471/redimat.2016.1987>
- Aroza, C. J., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *Avances en Innovación e Investigación*, 6(1), 1-29.
- Ben-Chaim, D., Keret, Y. e Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education*. Sense.
- Berk, D., Taber, S. B., Gorowara, C. C. y Poetzl, C. (2009). Developing prospective elementary teachers' flexibility in the domain of proportional reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(3), 113-135. <https://doi.org/10.1080/10986060903022714>
- Beyer, C. J. y Davis, E. A. (2012). Learning to critique and adapt science curriculum materials: Examining the development of preservice elementary teachers' pedagogical content knowledge. *Science Education*, 96(1), 130-157. <https://doi.org/10.1002/sce.20466>
- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J. y Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, 56, 35-46. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.02.003>



- Braga, G. y Belver, J. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199-218. [https://doi.org/10.5209/rev\\_RCED.2016.v27.n1.45688](https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2016.v27.n1.45688)
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Bufo, A., Llinares, S. y Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23, 229-251.
- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J. D. (2020). Desarrollo de la competencia de análisis de idoneidad didáctica de vídeos educativos de matemáticas en futuros maestros de educación primaria. *Revista Española de Pedagogía*, 78(275), 27-45. <https://doi.org/10.22550/REP78-1-2020-07>
- Burgos, M., Castillo, M. J., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B. y Godino, J. D. (2020). Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. *Bolema* 34(66), 40-69. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a03>
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Riberiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model\*. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Castillo, M. J., Burgos, M. y Godino, J. D. (2021). Prospective high school mathematics teachers' assessment of the epistemic suitability of a proportionality textbook lesson. *Acta Scientiae*, 23, 169-206. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6552>
- Castillo, M. J., Burgos, M. y Godino, J. D. (2022a). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48, e238787. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634202248238787esp>
- Castillo, M. J., Burgos, M. y Godino, J. D. (2022b). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia*, 36(1), e15399. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.14>
- Chapman, O. (2014). Overall commentary: Understanding and changing mathematics teachers. En J.-J. Lo, K. R. Leatham y L. R. Van Zoest (Eds.), *Research trends in mathematics teacher education* (pp. 295-309). Springer International.
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge.
- Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(2), 86-91. <https://doi.org/10.5951/MTMS.14.2.0086>
- Dyer, E. B. y Sherin, M. G. (2016). Instructional reasoning about interpretations of student thinking that supports responsive teaching in secondary

- mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 48(1), 69-82. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0740-1>
- Esqué, D. y Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.3>
- Fernández, C. y Llinares, S. (2011). De la estructura aditiva a la multiplicativa: efecto de dos variables en el desarrollo del razonamiento proporcional. *Infancia y Aprendizaje*, 34(1), 67-80. <https://doi.org/10.1174/021037011794390111>
- Font, V., Breda, A., Seckel, M. J. y Pino-Fan, L. R. (2018). Análisis de las reflexiones y valoraciones de una futura profesora de matemáticas sobre la práctica docente. *Revista de Ciencia y Tecnología*, 34(2), 62-75.
- Gairín, J. y Oller, A. (2012). Análisis histórico sobre la enseñanza de la razón y la proporción. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 249-259). SEIEM.
- Giacomone, B., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, 1-21. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- González, Y., Garín, M., Nieto, M., Ramírez, R., Bernabeu, J., Pérez, M., Pérez, B., Morales, F., Vidal, J. M. e Hidalgo, V. (2015). *6 Matemáticas. 6 Primaria. Trimestral. Savia*. SM.
- Hart, L. C., Alston, A. S. y Murata, A. (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-9>
- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.39.4.0372>
- Hummes, V. B., Font, V. y Breda, A. (2019). Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21i1id4968>

- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-668). NCTM.
- Lloyd, G. (2002). Mathematics teachers' beliefs and experiences with innovative curriculum materials. The Role of curriculum in teacher development. En G. C. Leder, E. Pehkonen y G. Törner, (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education* (pp. 149-159). Klumer Academic.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. Routledge-Falmer.
- Boletín Oficial del Estado. (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria* (Vol. BOE N° 52, pp. 19349-19420). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Morales-López, Y. y Araya-Román, D. (2020). Helping preservice teachers to reflect. *Acta Scientiae*, 22(1), 88-111. <http://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5641>
- Nicol, C. C. y Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 331-355. <http://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y>
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123-150. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2013.p123-150.id522>
- Riley, K. J. (2010). Teachers' understanding of proportional reasoning. En P. Brosnan, D. B., Erchick y L. Flevares (Eds.), *Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (vol. 6 pp. 1055-1061). PME.
- Ruz, F., Molina-Portillo, E. y Contreras, J. M. (2020). Idoneidad didáctica de procesos de instrucción programados sobre didáctica de la estadística. *PNA*, 14(2), 141-172. <https://doi.org/10.30827/pna.v14i2.8897>
- Schwarz, C., Gunckel, K., Smith, E., Covitt, B., Bae, M., Enfield, M. y Tsurusaki, B. (2008). Helping elementary pre-service teachers learn to use science curriculum materials for effective science teaching. *Science Education*, 92(2), 345-377. <https://doi.org/10.1002/sce.20243>
- Shawer, S. (2017). Teacher-driven curriculum development at the classroom level: Implications for curriculum, pedagogy and teacher training. *Teaching and Teacher Education*, 63, 296-313. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.12.017>
- Shield, M. y Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9>
- Strauss, L. y Corbin, J. (1990). *Basis of qualitative research*. Sage.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D. y Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' overuse of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 311-342.

María José Castillo Céspedes  
Universidad de Costa Rica,  
Universidad de Granada  
mariajosecastilloc.24@gmail.com

María Burgos Navarro  
Universidad de Granada  
mariaburgos@ugr.es

Recibido: Marzo de 2022 Aceptado: Julio de 2022  
doi: 10.30827/pna.v17i2.24089



ISSN: 1887-3987

## DIDACTIC SUITABILITY OF TEXTBOOK LESSONS ON PROPORTIONALITY: AN EXPERIENCE OF ANALYSIS WITH PROSPECTIVE TEACHERS

María José Castillo and María Burgos

This paper describes the design, implementation and results of a training experience with future primary school teachers, aimed at promoting their reflective competence through the analysis of textbook lessons. We take proportionality as the mathematical content of reference.

Several research studies recommend that the task of analysing textbook lessons requires specific training given its complexity and various difficulties reported to be carried out successfully (Beyer and Davis, 2012; Nicol and Crespo, 2006; Shawer, 2017). The delimitation to the study of proportionality is justified by the difficulties in carrying out an adequate teaching of this subject (Berk et al., 2009). The consideration of a textbook lesson as a planned instructional process allows us to apply the didactic suitability construct (Godino, 2013), developed within the framework of the Ontosemiotic Approach, as a tool to carry out a systematic analysis of textbook lessons. Thus, in the formative action, we proposed the participants to analyse the study process planned by means of a proportionality textbook lesson, using a specific guide for this content (TLAG-proportionality) as an instrument. This instrument is based on the indicators of didactic suitability and supported by didactic-mathematical knowledge of proportionality. The reports produced by the trainee teachers at the end of the training were analysed to determine: the types of observations they made when assessing the TLAG-proportionality indicators, the difficulties they encountered when applying the guide, and the level of relevance of their assessments.

The results show that prospective teachers make two types of appreciations when assessing the indicators: they only allocate the level of compliance with the indicator, or they assign and justify the level of compliance with the indicator. Depending on the type of observations, and the degree of correctness of their answers (based on the comparison of their observations with the a priori analysis of the lesson, elaborated by the research team), three degrees of relevance of their answers are defined (relevant, not very relevant and not relevant at all). The participants were more successful in analysing indicators that have a general character in the lesson than those that are discipline specific. Although the prospective teachers made less relevant assessments of the TLAG-proportionality indicators, especially when examining the mathematical content and aspects of their learning, better judgements were made when they had to reflect critically on the suitability of the lesson.

Based on the results, we suggest strategies to consider further training interventions to overcome these difficulties and ensure that future teachers identify critical aspects of proportionality teaching.