

EXPERIMENTAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO CURSO DE LICENCIATURA EM QUÍMICA

Karina Alessandra Pessoa da Silva, Jader Otavio Dalto, Robson Aparecido Ramos Rocha e Arthur Ravagnani de Oliveira

Neste artigo apresentamos uma pesquisa em aulas de matemática do Ensino Superior na qual evidenciamos ações dos alunos quando desenvolvem experimentação em atividades de modelagem matemática. Nossas análises são subsidiadas no desenvolvimento de duas atividades em uma disciplina de Cálculo do curso de Licenciatura em Química de uma universidade brasileira. A análise inspirada na Research Design das falas, dos gestos e dos relatórios dos alunos possibilitou-nos evidenciar diferenças nas ações quando a temática é sugerida pela professora e quando é escolhida pelos alunos, principalmente na inteiração com o fenômeno e na coleta de dados.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral; Educação Matemática; Ensino Superior; Experimentação; Modelagem Matemática

Experimentación en actividades de modelización matemática en el grado de Química

En este artículo presentamos los resultados de una investigación realizada en clases de matemáticas de Educación Superior, en que evidenciamos las acciones de los estudiantes cuando desarrollaban la experimentación en actividades de modelización matemática. Nuestros análisis están respaldados por el desarrollo de dos actividades por un grupo de cinco estudiantes en una disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de la carrera de Química de una universidad brasileña. El análisis cualitativo inspirado en el Research Design de los discursos, gestos y relatos escritos de los estudiantes nos permitió evidenciar diferencias en las acciones cuando el tema es sugerido por el docente y cuando es elegido por los estudiantes, principalmente en la interacción con el fenómeno y la recolección de información.

Términos clave: Cálculo diferencial e integral; Educación Matemática; Educación Superior; Experimentación; Modelización Matemática

Experimentation in Mathematical Modeling activities in the Chemistry Teacher Training Course

In this paper we present the results of an investigation carried out in Higher Education mathematics classes, in which we evidenced students' actions when develop experimentation in mathematical modeling activities. Our analyzes are supported in the development of two activities by a group of five students in a discipline of Differential and Integral Calculus of the Degree in Chemistry at a Brazilian university. The qualitative analysis inspired by Research Design of the speeches, gestures and written reports of the students allowed us to highlight differences in actions when the theme is suggested by the teacher and when it is chosen by the students, as a way of "dealing" with phenomenon and concepts mathematicians in experimentation.

Keywords: Experimentation; Differential and Integral Calculus; Higher Education; Mathematical Modeling; Mathematics Education

No âmbito da Educação Matemática existem investigações que têm se debruçado na compreensão, no desenvolvimento e na implementação de estratégias de ensino e de aprendizagem em Matemática que difiram, em alguma medida, da dinâmica da aula considerada "tradicional", na qual conteúdos matemáticos e exercícios são expostos pelo professor e praticados pelos alunos (Almeida e Malheiro, 2018; Almeida e Silva, 2017; Carreira e Baioa, 2015; Gann et al., 2016; Silva et al., 2018; Ferruzzi e Costa, 2018; Ferruzzi et al., 2021; Silva e Dalto, 2019; entre outros). Grande parte destas estratégias coloca o aluno em uma posição mais ativa no processo de ensino e de aprendizagem, não apenas reproduzindo o que o professor expõe, mas investigando situações, identificando e resolvendo problemas, muitas vezes, oriundos de outras áreas de conhecimento, por meio de conhecimentos matemáticos.

Nesta direção, a Modelagem Matemática, enquanto alternativa pedagógica (Almeida et al., 2012), tem se destacado em disciplinas do Ensino Superior, tanto no contexto da formação de professores (Almeida e Silva, 2017; Rosa e Orey, 2019; Sánchez-Cardona et al., 2021; Silva et al., 2018), quanto em outras áreas do conhecimento, como Engenharias (Almeida et al., 2021; González et al., 2022; López et al., 2017; Sepúlveda et al., 2020). No que tange a outras áreas do conhecimento, de forma geral, o desenvolvimento de atividades de modelagem ocorrem extraclasse, seja em projetos extracurriculares (Almeida et al., 2021; González et al., 2022; Sepúlveda et al., 2020) ou trabalhos em que os alunos

precisam desenvolver a atividade como requisito para conclusão de alguma disciplina (Almeida et al., 2021; López et al., 2017).

Dentre as justificativas para a implementação da Modelagem Matemática está o fato desta tendência da Educação Matemática permitir transitar “entre matemática, ciências experimentais e engenharia” (Carreira e Baioa, 2018, p. 212), visto que “a modelagem pode ser considerada uma ferramenta de ‘tradução’ entre dois sistemas (um deles matemático e outro extramatemático)” (Sepúlveda et al., 2020, p. 2). O ambiente educacional, configurado com as práticas de sala de aula em que a Modelagem Matemática se faz presente, permite que sejam empreendidos procedimentos, dentre eles, matemáticos, para se traduzir uma situação com referência na realidade em linguagem matemática por meio da definição de um problema, da elaboração de hipóteses, da definição de variáveis, do uso de representações matemáticas com o intuito de apresentar uma solução para o problema.

Em um projeto destinado a alunos de Engenharia Mecânica, González et al. (2022) evidenciaram que um grupo de estudantes relacionaram diferentes tipos de conhecimentos —matemáticos, de engenharia e práticos— ao desenvolver um dispositivo de reabilitação para trombose. López et al. (2017), em pesquisa com estudantes de cursos de engenharias, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, evidenciaram como uma das estudantes, ao longo do que os autores chamaram de sessões, se apropriou do processo de modelagem. Todavia, segundo López et al. (2017), “no caso de alunos não habituados a esta metodologia, requer uma atenção mais intensa e contínua no momento da sua implementação” (p. 93). Embora os focos das pesquisas sejam diferentes, uma aborda a produção de um protótipo e a outra discute a apropriação do processo de modelagem, ambas se subsidiam da Modelagem Matemática para chegar à solução de um problema.

A pesquisa de López et al. (2017) traz para o debate a implementação da Modelagem Matemática no âmbito de disciplinas do Ensino Superior, mais especificamente a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Em cursos do Ensino Superior, em que a disciplina de Cálculo¹ é considerada de aplicação, faz-se necessário empreender esforços de modo a se viabilizar o estabelecimento de relações entre os conteúdos matemáticos da ementa da disciplina e aqueles próprios ao contexto dos cursos. Com isso, entendemos que a implementação de atividades de modelagem matemática pode se constituir como possibilidade de se estabelecer tais relações.

Com a intenção de implementar Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo em um curso de Licenciatura em Química de forma a articular conhecimentos próprios das disciplinas específicas presentes na ementa, temos nos esforçado em abarcar a experimentação nas aulas. Essa ação, em certa medida, está em acordo com o Projeto Político Pedagógico que destaca que o “curso de

¹ Utilizamos o termo Cálculo para nos referirmos à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real.

Licenciatura em Química tem como finalidade formar docentes com amplo domínio dos conhecimentos teórico e experimental e da prática pedagógica [...]” (UTFPR, 2017, p. 23). Logo, a experimentação em aulas de Cálculo pode, por meio da modelagem, se configurar em um caminho de estudo e pesquisa em sala de aula de modo a se estabelecer relações entre conteúdos matemáticos e químicos.

Na literatura, a implementação da modelagem nas aulas de Matemática do Ensino Superior por meio de atividades experimentais tem sido recorrente (Almeida e Silva, 2017; Almeida et al., 2021; Carreira et al., 2020; Carrejo e Marshall, 2007; Halverscheid, 2008; Heidemann et al., 2012; Silva e Dalto, 2019; Silva et al., 2018). Nessas pesquisas são relatadas experiências em que a coleta de dados empíricos é realizada a priori pelos alunos ou professores e, na aula regular, os encaminhamentos matemáticos são empreendidos (Almeida e Silva, 2017; Almeida et al., 2021; Carrejo e Marshall, 2007; Halverscheid, 2008; Heidemann et al., 2012); a abordagem é feita exclusivamente extraclasse sob orientação do professor (Araki, 2020; Silva et al. 2018; Silva e Dalto, 2019); a coleta de dados empíricos e a abordagem são realizadas no contexto da sala de aula regular (Carreira et al., 2020; Rocha, 2021).

Considerando os apontamentos supracitados e o fato de tornar os alunos habituados à Modelagem Matemática (López et al., 2017), analisamos duas atividades desenvolvidas por um grupo de alunos em dois contextos —sala de aula regular e extraclasse— de modo a evidenciar ações relativas a caminhos de estudo e pesquisa empreendidos por eles. A sala de aula regular se configurou enquanto uma possibilidade de tornar os alunos habituados a atividades de modelagem; o contexto extraclasse se deve ao fato de os alunos escolherem uma temática para ser investigada de modo a manter o interesse no problema (Elfringhoff e Schukajlow, 2021). Neste sentido, estruturamos a questão de pesquisa: Como alunos de um curso de Licenciatura em Química desenvolvem experimentação em atividades de modelagem matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 em dois contextos: sala de aula regular e extraclasse?

Para isso, subsidiamo-nos numa análise qualitativa inspirada na *Research Design* dos dados produzidos pelos integrantes do grupo, evidenciando os encaminhamentos quando os alunos se envolvem com experimentação em dois contextos distintos.

Com vistas a apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa, estruturamos o texto considerando os aportes teóricos que subsidiaram nossa investigação, apresentados nos próximos dois tópicos para, em seguida, discorrermos sobre os procedimentos metodológicos e o contexto da pesquisa. As descrições e as análises das duas atividades de modelagem desenvolvidas pelo grupo de alunos de Licenciatura em Química são apresentadas no quarto tópico subsequente. Uma discussão dos resultados é apresentada no quinto tópico. Finalizamos com algumas conclusões.

SOBRE EXPERIMENTAÇÃO

As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Química (Parecer CNE/CES nº 1.303/2001) relativas ao ensino, apresentam recomendações direcionadas ao docente, dentre as quais, usar a experimentação como um “recurso didático” (Parecer CNE/CES nº 1.303/2001, p. 7). Trata-se de um recurso eficaz para a geração de conhecimento e, desde a década de 1990, a introdução da experimentação na sala de aula vem se intensificando (Ye et al., 2003). Isso porque, no trabalho experimental, os alunos são colocados diante de

[...] situações que tenham realmente carácter problemático, de modo a que sejam encorajados a levantar questões, a planejar experiências simples, visando a testagem de uma dada hipótese de trabalho, a fazer previsões, a observar semelhanças e diferenças, a usar uma pluralidade de métodos, a comunicar as suas ideias e a refletir criticamente sobre todo o percurso investigativo (Fernandes e Silva, 2004, p. 46).

Neste encaminhamento do trabalho experimental, entendemos que o aluno “raciocina sobre o problema proposto e procura respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição” (Suart e Marcondes, 2009, pp. 51-52), visto que desenvolve

habilidade suficiente em Matemática para compreender conceitos de Química e de Física, para desenvolver formalismos que unifiquem fatos isolados e modelos quantitativos de previsão, com o objetivo de compreender modelos probabilísticos teóricos, e de organizar, descrever, arranjar e interpretar resultados experimentais, inclusive com auxílio de métodos computacionais (Parecer CNE/CES nº 1.303/2001, p. 4).

Entendemos, assim como Feitosa et al. (2011), que a experimentação se configura como um recurso didático que permite ao estudante utilizar-se de sua percepção qualitativa e quantitativa relativa a determinado fenômeno.

Gonçalves (2009), assim como Laburú (2006), argumenta que atividades experimentais têm como característica metodológica a coleta de dados empíricos bem como demonstrações e comprovações dos conteúdos teóricos pelos experimentos, proporcionando a transição do abstrato para o concreto, dos aspectos teóricos decorrentes de conceito científico para seus concomitantes práticos evidenciados em determinado fenômeno.

Todavia, não se espera que estudantes iniciantes ao conhecimento científico desenvolvam atividades experimentais capazes de validar as teorias científicas construídas, mas sim compreender os principais conceitos acerca de determinados assuntos, pois “são de carácter pedagógico” (Gonçalves, 2009, p. 109). De forma geral, o desenvolvimento de atividades experimentais cria um ambiente

investigativo em que o ensino se aproxima, de forma simplificada, dos processos de um trabalho científico (Carvalho, 2013).

Ao usar a experimentação em sala de aula, é preciso evitar que o aluno mais realize manipulação de equipamentos do que ideias (Emden e Sumfleth, 2014). Segundo os autores, a experimentação deve se configurar como parte do processo investigativo da estrutura do pensamento do aluno. Para Galiazzi e Gonçalves (2004, p. 329), no desenvolvimento de atividades experimentais, uma característica importante “é o exercício de explicitação do conhecimento de cada um dos participantes, seja pela previsão, justificativa, explanação ou observação”.

Desse modo, os envolvidos na atividade devem estar atentos tanto para a organização do desenvolvimento quanto para os fenômenos ocorridos durante o experimento. Para Oliveira (2010), no que compete à organização do desenvolvimento, em especial naquela em que os estudantes desenvolvem as atividades em grupos, “uma série de habilidades e competências são favorecidas: divisão de tarefas, responsabilidade individual e com o grupo, negociação de ideias e diretrizes para a solução dos problemas” (Oliveira, 2010, p. 142). Assim, entende-se que o trabalho em grupo se faz essencial no desenvolvimento de atividades com experimentações. Com relação aos fenômenos que possam ocorrer, Carvalho et al. (2005) argumentam que é importante que os estudantes utilizem diferentes registros sobre os eventos ocorridos durante a atividade, para que possam compreender todas as etapas da atividade, melhorar sua concentração nos novos eventos e associar conceitos de diversas áreas do conhecimento.

Neste contexto, Emden e Sumfleth (2014) caracterizam três etapas para a experimentação: (1) os alunos precisam ter uma ideia e estruturar uma hipótese para resolver um problema; (2) a partir dessa ideia ou hipótese os alunos planejam e executam um experimento (físico, computacional, geométrico ou algébrico); (3) os resultados da experimentação são apresentados pelos alunos, podendo levar à revisão da hipótese inicial.

Assim, a experimentação é uma alternativa considerada construtiva, capaz de estabelecer relações entre diversas áreas da ciência, cujo papel para o ensino é propor a “criação de situações que discutam com o sujeito aprendiz a apropriação de conhecimentos já existentes para as ciências, mas novos para o sujeito” (Lima e Teixeira, 2011, p. 6).

A experimentação, articulada às aulas de Matemática, tem sido discutida em pesquisas presentes na literatura (Almeida e Malheiro, 2018, Borba e Villarreal, 2005; Ye et al., 2003). Para Borba e Villarreal (2005), a abordagem experimental em tarefas matemáticas inclui desde a formulação de conjecturas, o uso de conteúdos matemáticos para encontrar soluções aos problemas até a análise dessas soluções e se vincula com a aprendizagem dos alunos que realizam a experimentação. Almeida e Malheiro (2018) analisaram as contribuições das intervenções docentes no surgimento da argumentação na construção do conhecimento matemático entre os alunos durante uma atividade experimental. Os autores, por meio de uma atividade experimental envolvendo conceitos de área e

perímetro, perceberam “a maneira como os estudantes iam construindo o conhecimento ao longo da estruturação dos argumentos, proporcionando coerência às ideias expostas e defendidas” (Almeida e Malheiro, 2018, p. 79).

No âmbito da Modelagem Matemática, essa articulação tem sido foco de algumas pesquisas (Almeida et al., 2021; Araki, 2020; Carmona-Mesa et al., 2020; Carreira e Baioa, 2018; Carrejo e Marshall, 2007; Halverscheid, 2008; Rocha, 2021; Silva et al., 2018).

SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Considerando os diferentes entendimentos e mesmo concepções sobre Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, nos respaldamos em Almeida et al. (2012, p. 9) que a entendem como “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Trata-se de um processo que “começa com um problema do mundo real que requer interpretação, investigação e representação matemática” (English, 2016, p. 187).

O problema, de forma geral, consiste em uma situação em que o sujeito deseja fazer algo, mas desconhece o caminho das ações necessárias para concretizar a sua solução. A solução é o que se deseja obter; é a meta para o(s) resolvidor(es) do problema. Os “problemas em modelagem são centrados em uma situação real e requerem uma transferência exigente entre o mundo real e a matemática” (Elfringhoff e Schukajlow, 2021, p. 10).

Quando os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema, seu envolvimento na solução de problemas pode aumentar e, por meio do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo (Elfringhoff e Schukajlow, 2021, p. 27).

Ao se fazer uma interpretação matemática para o problema, há a necessidade de perpassar por uma representação matemática. Tal representação matemática consiste no modelo matemático, um sistema conceitual descritivo expresso por uma estrutura matemática. Lesh e Harel (2003) sugerem que os modelos são representações simbólicas da realidade visando trazer à tona regularidades, padrões e uma espécie de possibilidade de interpretação do fenômeno da realidade a que se vinculam. Segundo Carreira e Baioa (2015), para “se tornar um modelo, o sistema deve ser útil para descrever, representar, interpretar, explicar ou fazer previsões sobre um fenômeno e seu comportamento” (p. 835).

No encaminhamento do problema para sua solução, obtida por meio de um modelo matemático, há necessidade de buscar informações, identificar e selecionar variáveis, elaborar hipóteses, realizar simplificação, validar o modelo, além de analisar a solução para o que está sendo investigado. Essas ações caracterizam uma atividade de modelagem matemática (Almeida e Ferruzzi, 2009) e podem ser

representadas por meio de ciclos de modelagem (Almeida et al., 2012; Almeida e Silva, 2015; Borromeo Ferri, 2018; Perrenet e Zwanevel, 2012; Stender, 2018).

Para Almeida et al. (2012), o ciclo de modelagem é estruturado por meio de fases nomeadas por inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. A inteiração “representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação” (p. 15). Na matematização ocorre a transformação dos dados e informações obtidos na inteiração para a linguagem matemática, trata-se, portanto, “de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas” (Almeida et al., 2012, p. 16). Deduzir um modelo matemático é o objetivo da fase resolução; é preciso que os dados estejam matematizados e subsidiados por hipóteses. Já as fases de interpretação de resultados e validação compreendem a análise de uma solução para o problema que deve ser avaliada e compartilhada entre os pares. Essas duas últimas fases, segundo Almeida et al. (2012), visam, “para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações” (p. 16).

O ciclo de modelagem tem sido um indicativo de como, geralmente, se dá o desenvolvimento de uma atividade de modelagem. Entretanto, como propõe Borromeo Ferri (2018), os alunos podem ir e voltar nas fases quantas vezes julgarem adequado, não seguindo este ciclo de forma linear. Com isso, dependendo do envolvimento dos alunos e dos objetivos do professor, uma atividade de modelagem pode se estender por algumas aulas ou por semanas. Neste sentido, Gann et al. (2016) afirmam que:

Muitas atividades de modelagem são pequenas e fortemente focadas em um conceito ou processo específico, dando aos alunos capacidade limitada de “seguir seu próprio caminho” enquanto criam uma solução para um problema. Outras atividades envolvem vários conceitos com vários objetivos de conteúdo e processo. Tais atividades oferecem mais liberdade para os alunos levarem seu trabalho em várias direções. [...] Às vezes, uma atividade de modelagem é simplesmente uma oportunidade para os alunos experimentarem a alegria e a satisfação que advêm do trabalho criativo (p. 97).

Entendemos que as atividades de modelagem matemática com experimentação possam envolver vários conceitos com o objetivo de ensinar e aprender Matemática. Nesta direção, a pesquisa de Carmona-Mesa et al. (2020) revela que a manipulação de materiais e uso de simulação em experimentação realizada na formação de professores os favoreceu “a elaborar interpretações complementares da análise matemática, por meio de gráficos derivados do fenômeno físico em estudo” (p. 31).

As atividades experimentais podem estar alinhadas àquelas nas quais “os participantes trabalham de forma a realizar suas conjecturas, examinando práticas vividas por eles mesmos e pelos outros” (Ekici e Alagoz, 2020, p. 498); os experimentos “encontram seu lugar natural na estrutura da modelagem matemática, porque representam o ‘resto do mundo’ para o qual os modelos matemáticos são construídos” (Halverscheid, 2008, p. 226). Além disso, a simulação e experimentação que ocorrem em atividades de modelagem influenciam “a produção de significado dos alunos para seus modelos e para a situação real” (Carreira et al., 2020, p. 80). Isso porque “os significados matemáticos são expandidos e relativizados em contraste com dados experimentais” (Carmona-Mesa et al., 2020, p. 31).

Carreira e Baioa (2011) destacam, ainda, três fatores para empreender atividades de modelagem com experimentação na sala de aula:

(1) Estudantes têm a oportunidade de aprender fazendo (enquanto executam a manipulação e experimentação e engajados na conjectura e validação); (2) Trabalhar com materiais concretos e físicos é uma forma de investigar as propriedades matemáticas dos objetos; (3) Investigar por meio da experimentação reflete nas ações mentais e sobre a aprendizagem subsequente das ideias matemáticas e se torna uma forma de desenvolver a compreensão sobre modelos matemáticos (Carreira e Baioa, 2011, p. 214).

Ao analisar relatórios escritos entregues pelos alunos, Silva et al. (2018) evidenciaram configurações de atividades experimentais investigativas quando desenvolvidas no âmbito de aulas com Modelagem Matemática. Para os autores, tais atividades se configuram como

um jeito de “visualizar” os conceitos da área de química na prática; como meio de possibilitar a verificação/confirmação de dados obtidos via outras fontes (rótulo, literatura, etc.); como precursora de reflexões relacionadas a aspectos socioculturais; como disparadora de discussões matemáticas contextualizadas; como possibilidade de os alunos, desde o início do curso, vivenciarem ações características de uma atividade de pesquisa, tais como produzir e organizar dados, utilizando-os para pensar sobre um problema (Silva et al., 2018, p. 70).

Todavia, os autores destacam que essas configurações são limitadas, pois não houve acompanhamento presencial do pesquisador no desenvolvimento das experimentações. Em nossa investigação, todavia, procuramos suprir essa limitação considerando o acompanhamento no desenvolvimento das experimentações em dois contextos —sala de aula regular e extraclasse—, conforme descrevemos a seguir.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Considerando que a experimentação tem subsidiado pesquisas que investigam a implementação de atividades de modelagem matemática nas aulas de Matemática, nos debruçamos em analisar a questão: Como alunos de um curso de Licenciatura em Química desenvolvem experimentação em atividades de modelagem matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 em dois contextos: sala de aula regular e extraclasse? Tal questão faz parte de projeto de pesquisa institucional do qual os autores deste artigo fazem parte, em que uma bolsa de iniciação científica do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) foi disponibilizada.

Para subsidiar nossa investigação, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real, de regime semestral, do curso de Licenciatura em Química de uma universidade pública do Paraná, com carga horária de 72 horas/aula, no segundo semestre de 2019, foi organizada pela professora (primeira autora deste artigo) de modo que atividades de modelagem fossem desenvolvidas. Essa organização teve como objetivo a familiarização gradativa dos alunos com Modelagem Matemática, visto que se faria necessário “um novo comportamento diante dos problemas, que envolvem professor e alunos” (Almeida et al., 2012, p. 25).

Dentre as dez atividades de modelagem desenvolvidas ao longo do semestre por cada um dos alunos, as duas últimas foram subsidiadas por atividades experimentais em que dados empíricos foram produzidos pelos alunos em dois contextos: sala de aula regular e extraclasse. Tais atividades foram desenvolvidas com os alunos já familiarizados com Modelagem Matemática. Entendemos que alunos familiarizados com atividades de modelagem podem suprir a necessidade de uma atenção mais intensa e contínua como já apontado por López et al. (2017), em que há maior “independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extramatemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação” (Almeida et al., 2012, p. 26).

No contexto sala de aula regular, a situação foi escolhida pela professora, cujos dados empíricos foram produzidos em aulas regulares. A escolha do tema pelo professor em atividades de modelagem “imprime um controle mais explícito por parte do professor” (Silva e Oliveira, 2014, p. 54) e depende dos seus objetivos pedagógicos.

Para o desenvolvimento dessa atividade, os dezoito alunos que cursavam a disciplina foram organizados em quatro grupos (G1, G2, G3 e G4) com quatro ou cinco integrantes. A situação-problema referia-se à variação de temperatura de duas amostras de um líquido (escolhido pelos grupos), uma inserida em um recipiente com gelo e a outra em um recipiente com gelo e sal. Tal abordagem está associada à crioscopia, que corresponde ao estudo da variação da temperatura de solidificação de um líquido. Os procedimentos de coleta de dados e desenvolvimento da atividade foram orientados pela professora de forma conjunta

para todos os grupos tanto no Laboratório de Ensino —para coleta de dados— quanto na sala de aula para a abordagem matemática. Assim, as orientações dos encaminhamentos pelos grupos aconteceram de forma similar. Os líquidos escolhidos pelos grupos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1

Líquidos escolhidos pelos grupos

Grupo	G1	G2	G3	G4
Líquido escolhido	Água tônica	Água mineral	Energético	Guaraná

No contexto extraclasse, os alunos, organizados nos mesmos grupos, desenvolveram uma atividade na qual escolheram a situação para ser investigada. Trata-se do momento em que os alunos “são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo” (Almeida et al., 2012, p. 26).

Neste caso, todo o desenvolvimento da atividade ocorreu extraclasse sob orientação da professora e com auxílio e supervisão de um aluno de iniciação científica (quarto autor deste artigo). A professora orientou o desenvolvimento da atividade na abordagem matemática, enquanto o aluno de iniciação científica (que no momento do desenvolvimento da pesquisa cursava o sexto período do curso de Licenciatura em Química), supervisionou a coleta de dados empíricos. No último dia de aula da disciplina, os grupos comunicaram seus resultados para a turma de modo a validar o que investigaram.

Das situações escolhidas pelos grupos, a que mais se aproximou de abordagens presentes no curso e diferentes daquelas já desenvolvidas em sala de aula foi a do G1 que estudou a formação de cristais de açúcar. O G2 escolheu trabalhar com o descarregamento da bateria do telefone celular seguindo a abordagem da quarta atividade desenvolvida com a turma – carregamento da bateria do telefone celular; o G3 se baseou na sexta atividade desenvolvida em sala de aula – ebulioscopia – e abordou a variação de densidade de uma solução salina; o G4, embora tenha escolhido uma situação diferente das estudadas em sala de aula – redução do molho de tomate industrializado em função do tempo –, não compartilhou os resultados com o restante da turma.

Neste sentido, considerando as especificidades da situação escolhida no contexto extraclasse, bem como o envolvimento dos alunos na coleta de dados em ambos os contextos, elegemos analisar os encaminhamentos de G1, formado por cinco integrantes, que escolheu a água tônica como líquido a ser investigado e a formação de cristais. No decorrer do texto, utilizamos nomes fictícios – Mel, Edu, Pati, Lia e Guto – para nos referirmos aos alunos deste grupo e a designação Aluno

quando a intervenção de algum aluno de outro grupo se fez presente e foi considerada para as análises. A professora da disciplina é referenciada por professora.

Desde o primeiro dia de aula, os alunos tomaram ciência de que os encaminhamentos por eles realizados fariam parte do *corpus* de dados da investigação. Com isso, assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido. Registros escritos e falados produzidos pelos alunos na sala de aula e em encontros extraclasse, obtidos por vídeos, gravações em áudio e relatórios das atividades foram utilizados em nossa investigação.

A análise qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan e Biklen, 1994) seguem orientações da *Research Design*, visto que esta metodologia “envolve novas maneiras de pensar sobre a natureza dos conhecimentos e das habilidades matemáticas em desenvolvimento dos alunos e novas maneiras de pensar sobre a natureza do ensino, da aprendizagem e da resolução de problemas eficazes” (Lesh, 2002, p. 29).

A implementação da Modelagem Matemática em aulas de Matemática do Ensino Superior em que solicitamos aos alunos escolherem situações de interesse a fim de resolvê-las utilizando seus conhecimentos, tem sido nosso foco de atenção desde 2014. Desde então temos feito abordagens isoladas não nos preocupando com especificidades relativas à experimentação, considerando etapas que se fazem presentes como apontado por Emden e Sumfleth (2014).

Nesta investigação estamos considerando as “novas maneiras de pensar” (Lesh, 2002, p. 29) associadas à inserção de experimentação que é cerne da Química na disciplina de Cálculo do curso de Licenciatura em Química que apresenta características experimentais. O encaminhamento para o desenvolvimento das atividades em dois contextos por esses alunos se delinearão segundo um *design* (nosso primeiro design) que, de certa forma, pode se constituir para as práticas pedagógicas da disciplina em questão. A intenção é que o design se configure numa abordagem em que se articula conceitos matemáticos com os de outras áreas em que dados coletados empiricamente —na sala de aula regular ou extraclasse— são analisados e discutidos em linguagem matemática com trocas de conhecimentos entre os integrantes dos grupos, a professora e outros colegas da turma.

DESCRIÇÕES E ANÁLISES

A atividade do contexto sala de aula regular foi desenvolvida em 4horas/aula, em dois encontros —um no laboratório de ensino (em 17/10/2019) e outro na sala de aula (23/10/2019)—, ambos em aulas regulares da disciplina de Cálculo. No primeiro encontro, com os materiais disponíveis, os alunos receberam da professora os procedimentos que poderiam seguir para a coleta de dados, conforme Figura 1. Os procedimentos sugeridos imprimem certo controle explícito da

professora (Silva e Oliveira, 2014) que, inclusive, anteviu e providenciou os materiais necessários. No entanto, os grupos poderiam fazer ajustes ou propor outros procedimentos.

- 1) Abram as amostras de bebida e meçam a temperatura das mesmas, anotem no quadro.
- 2) Coloquem as amostras de bebida dentro dos recipientes. Adicionem gelo até praticamente cobrir as amostras de bebida.
- 3) Ao redor de uma das amostras de bebida, adicionem sal, formando uma camada.
- 4) Insiram um termômetro em cada amostra de bebida.
- 5) A cada 1 minuto, façam a leitura da temperatura de cada amostra, ao mesmo tempo. Anotem no quadro abaixo.

Tempo (em minutos)											
Temperatura da amostra com gelo (em °C)											
Temperatura da amostra com gelo e sal (em °C)											

Figura 1. Procedimentos sugeridos pela professora

Para iniciar o desenvolvimento da atividade, os alunos procuraram informações sobre a propriedade de crioscopia em sites da internet e apresentaram aos colegas o que encontraram. A coleta de dados, todavia, iniciou após tal discussão. Com a inteiração, os alunos se cercaram “de informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos” (Almeida et al., 2012, p. 15). Mesmo que o conteúdo fizesse parte daqueles estudados em disciplinas do curso, os alunos sentiram necessidade de relembrar e compreender como o fenômeno ocorre de modo que escolhessem ou não seguir os procedimentos elencados pela professora.

Assim que se inteiraram da situação, os alunos montaram o experimento, seguindo os procedimentos da professora. Os integrantes do G1 se organizaram de modo que, enquanto Mel controlava o tempo no cronômetro do telefone celular, Edu e Pati faziam a leitura dos termômetros e Lia anotava os valores, conforme mostra a Figura 2. Esse encaminhamento está em consonância com as afirmativas de English (2016) de que os “problemas de modelagem são inerentemente colaborativos” (p. 188).



Figura 2. Coleta de dados realizada por G1

Os alunos, centrados na abordagem do experimento, trabalharam em conjunto para chegar ao objetivo da coleta de dados, considerando o fenômeno em estudo. No contexto da experimentação, Suart e Marcondes (2009) afirmam que este tipo de atividade “têm o potencial de aumentar as relações sociais, atitudes e o crescimento cognitivo” (p. 70). De fato, numa experimentação, “uma série de habilidades e competências são favorecidas: divisão de tarefas, responsabilidade individual e com o grupo, negociação de ideias e diretrizes para a solução dos problemas” (Oliveira, 2010, p. 142) e foi exatamente a divisão de tarefas a primeira ação empreendida pelo grupo para a coleta de dados empíricos.

Para a coleta de dados, os integrantes do G1 fizeram algumas considerações com relação ao comportamento do fenômeno, bem como sua previsão, conforme transcrição a seguir:

- Pati:* 14 graus no banho com sal e com somente gelo 13.
- Edu:* Tem alguma coisa errada aí!
- Lia:* Eu estou achando que sal e gelo diminuiu menos do que o com gelo, [o termômetro] não está encostando no fundo?
- Pati:* Nem está encostado no gelo!
- Mel:* Mais um minuto.
- Pati:* 13 graus no banho com sal e com somente gelo 16.
- Edu:* Agora sim, eu acho que quando você tira da lata Pati, a temperatura do ambiente interfere.
- Mel:* Lia, você anotou a temperatura ambiente de 25 °C? A gente tem de lembrar que é a temperatura inicial.
- Lia:* Anotei sim. Está aqui!
- Edu:* Será que vamos ter de anotar sempre de um em um? Nem tem tanto espaço [referindo-se ao espaço para anotações presentes no quadro apresentado na Figura 1]. E se a gente quiser saber em quinze minutos?

Professora: E daí encaminhando?

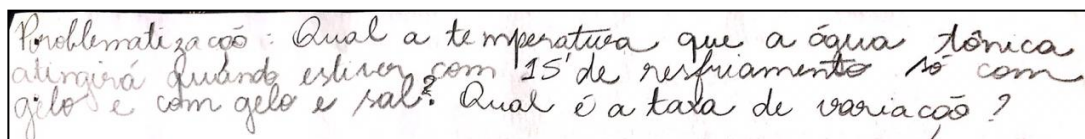
Edu: Sim, mas vamos ter de coletar por um tempão. Dá para fazer uma previsão, né?

Professora: O que acham?

Mel: Se tivermos uma função, dá para prever. Lógico que sem considerar a temperatura, o vento e colocar sempre gelo, porque derrete muito rápido.

Ao fazer a análise durante a coleta, os alunos realizaram ajustes por considerar relações entre o fenômeno em estudo e os dados observados. Isso corrobora com as assertivas de Carreira e Baioa (2011) de que os alunos “têm a oportunidade de aprender fazendo (enquanto executam a manipulação e experimentação e engajados na conjectura e validação)” (p. 214). Além disso, revisitaram conceitos relativos ao fenômeno já estudado para que esses ajustes, de certa forma, fossem fidedignos ao que estava sendo investigado, conforme menções de Edu – Tem alguma coisa errada aí! e Agora sim, eu acho que quando você tira da lata Pati, a temperatura do ambiente interfere. Os alunos realizaram, mesmo que de forma simplificada, comprovações de conteúdos teóricos sobre crioscopia presentes em experimentos, transitando do abstrato para o concreto (Laburú, 2006).

No segundo encontro, já com os dados coletados, os alunos delimitaram o problema a ser investigado, bem como apresentaram uma solução. Os integrantes do G1 definiram o problema: Qual a temperatura que a água tônica atingirá quando estiver com 15 minutos de resfriamento só com gelo e com gelo e sal? Qual é a taxa de variação? (Figura 3).



Problematização: Qual a temperatura que a água tônica atingirá quando estiver com 15' de resfriamento só com gelo e com gelo e sal? Qual é a taxa de variação?

Figura 3: Problema definido por G1

A definição do problema foi subsidiada pelas discussões empreendidas na coleta de dados realizada no primeiro encontro —E se a gente quiser saber em quinze minutos? (questionamento de Edu)—, que teve intervenção da professora. Tal intervenção fez com que os alunos restringissem à coleta de dados para os 10 primeiros minutos, conforme mostra a Figura 4. Além disso, com o intuito de estabelecer relações com os conteúdos estudados na disciplina de Cálculo, os integrantes do G1 consideraram a taxa de variação instantânea da temperatura em função do tempo que pode ser obtida pela derivada de primeira ordem da função que representa o fenômeno.

Quadro 1: Variação da temperatura das amostras de bebidas de acordo com o tempo

Tempo (em minutos)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Temperatura da amostra com gelo (em °C)	18	13	16	13	18	13	10	8	7	5		
Temperatura da amostra com gelo e sal (em °C)	16	14	13	9	8	7	4	2	0	-2		

Fonte: Dados coletados empiricamente.

Figura 4: Dados coletados por G1

Com esses dados, os alunos solicitaram orientações da professora de modo que uma abordagem matemática foi estabelecida, conforme diálogo transcrito a seguir:

Mel: Professora, olha só [mostrando os dados coletados] a gente coletou por dez minutos, mas as coisas para a água sem sal não foram muito boas, porque a gente precisou colocar mais gelo. Ia derretendo rápido. [...]

Professora: O que vocês definiram como problema?

Lia: Ver a temperatura depois de quinze minutos.

Mel: Mas a gente também quer saber da taxa de variação nesse tempo, sabe? [risos] Usar as coisas de Cálculo!

Professora: E o que seria essa taxa de variação?

Guto: A derivada né, profe?

Edu: A gente pode simplificar?

Professora: Certo... Edu vocês podem simplificar os dados sim. Pensem um pouco aí.

O que podemos evidenciar desse excerto é que a professora, mesmo que se atentando aos dados coletados, orientou os alunos a considerarem o problema a ser investigado. Num primeiro momento, o que parece estar sob atenção é a temperatura após 15 minutos que as amostras ficaram mergulhadas nos gelos. No entanto, Mel se antecipou com o intuito de se mostrar preocupada em abordar um conteúdo também estudado na disciplina de Cálculo —a taxa de variação instantânea. Essa preocupação é inerente aos alunos em um contexto de aulas em que um determinado conteúdo acabou de ser estudado.

Como era recorrente nas aulas de Cálculo subsidiadas por atividades de modelagem, para deduzir um modelo matemático que representasse cada uma das situações —gelo e gelo com sal—, os alunos fizeram uso do software Excel e ajustaram curvas (Figura 5) que representavam o fenômeno de crioscopia. Para a amostra no gelo, o modelo matemático considerado foi $y = 0,0833x^2 - 2,65x + 24,55$; e para a amostra no gelo com sal, o modelo foi $y = 0,1389x^2 - 3,95x + 24,65$; em ambos casos, y representa a temperatura (em °C) e x representa o tempo (em minutos). Esses modelos matemáticos consistem em representações

simbólicas da realidade em que se tornam presentes regularidades, padrões e uma espécie de possibilidade de interpretação do fenômeno (Lesh e Harel, 2003).

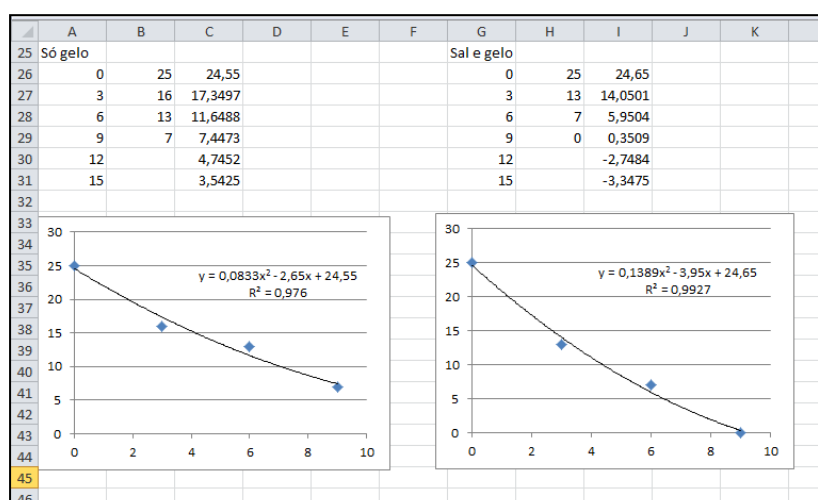


Figura 5: Modelo matemático deduzido por G1

Para determinar a temperatura aos 15 minutos, utilizaram ferramentas do software e obtiveram, aproximadamente, $3,5^{\circ}\text{C}$ para a bebida no gelo e $-3,3^{\circ}\text{C}$ para a bebida no gelo e sal.

O uso de ferramentas computacionais auxiliou os alunos na observação do comportamento dos dados, por meio do uso de diferentes representações – tabulares, gráficas e algébricas. A interação de atividades de modelagem com mídias tecnológicas cria “a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações” (Almeida et al., 2012, p. 31). Além disso, podemos evidenciar que nessa experimentação “a tecnologia favorece uma integração mais ampla do que a ciência, pois consegue vincular matemática e ciência e tecnologia” (Carmona-Mesa et al., 2020, p. 31).

Quando questionados sobre a solução para o problema, os integrantes do G1 explicaram os procedimentos utilizados, conforme transcrição a seguir:

Mel: Professora, a gente tentou com todos os valores. Ficou meio tenso, porque acho que teve algum problema na coleta de dados. Daí tentamos para tempos de 5 em 5, mas só tínhamos três valores, considerando a temperatura inicial de 25°C . Fizemos para 4 em 4 e achamos melhor para 3 em 3.

Edu: Isso, porque a gente simplificou como a senhora falou. Além de não levar em consideração variações da temperatura ambiente e derretimento do gelo.

A simplificação faz parte do encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática para se obter uma solução para o problema. Existem diferentes abordagens que simplificam o encaminhamento, tal como “ignorar alguns dados porque eram considerados de menor importância e/ou para reduzir a quantidade de análise, priorizando e classificando dados” (English, 2016, p. 193). A manipulação dos dados de modo a simplificar e auxiliar na obtenção de um modelo matemático

e, conseqüentemente, uma solução para o problema permitiu a expansão dos significados matemáticos no âmbito da experimentação (Carmona-Mesa et al., 2020).

A escolha dos períodos de tempo para análise e determinação de um comportamento do fenômeno auxiliou os alunos a definirem, por hipótese, um modelo matemático para cada coleta de dados, conforme transcrição:

Professora: Então vocês consideraram por hipótese que os dados iriam manter o comportamento de uma função de segundo grau?

Bete: É. Mas a gente sabe que para um tempo grande pode não ser verdade. Tipo trinta minutos. Só nesse intervalo.

Professora: Mas por que?

Bete: Porque depois de um certo ponto, a função quadrática é crescente.

Embora os alunos tenham feito um ajuste considerando um modelo polinomial de segundo grau, entenderam que este representava os dados em um período de tempo, permitindo dar uma solução para o problema. Neste caso, podemos conjecturar que a experimentação e a escolha dos dados deram subsídios para “a busca por um modelo matemático adequado que possa explicar dados e descobertas reais” (Carreira e Baioa, 2018, p. 204).

Os alunos mostraram entender o comportamento de uma função quadrática e que, para representar o fenômeno, seria necessário restringir o domínio, pois há um intervalo de decrescimento e crescimento. Isso está de acordo com as afirmativas de Carreira e Baioa (2015) de que um modelo matemático deve ser útil para “explicar ou fazer previsões sobre um fenômeno e seu comportamento” (p. 835). No caso do fenômeno de crioscopia em estudo há o resfriamento da bebida, logo somente o intervalo decrescente seria necessário. Há um movimento em que os alunos transitaram entre matemática —parte decrescente da função quadrática— e experimento— resfriamento da bebida. Além disso, o que evidenciamos foi que os alunos buscaram por um modelo matemático com o qual estavam familiarizados no sentido de que abordagens matemáticas para apresentar solução para o problema fossem de seus conhecimentos —regra de diferenciação para função polinomial—, conforme diálogo:

Professora: E a taxa de variação instantânea? [...] é positiva ou negativa?

Edu: Espera... negativa! Diminui a temperatura.

Bete: Só se ainda não chegou ao ponto de vértice.

[alunos calcularam a taxa de variação instantânea]

O cálculo da taxa de variação instantânea já era algo que tinham estudado e fazia parte dos conhecimentos dos alunos e não se apresentou como dificuldade, todavia colocaram em prática para interpretar e relacionar com o experimento. Para o instante de 15 minutos, a taxa de variação instantânea foi $-0,151^{\circ}\text{C}/\text{min}$ para bebida

no gelo e $0,217^{\circ}\text{C}/\text{min}$ para bebida no gelo e sal. Diante dos resultados, os alunos teceram algumas considerações, conforme transcrição:

Guto: E esse positivo aí no gelo e sal?

Edu: Tinha de ser negativo.

Bete: Calma gente, o ponto de vértice está entre 14 e 15 minutos, mais precisamente em 14,22 minutos, por isso deu positivo.

Com o desenvolvimento matemático da situação-problema em estudo, os alunos apresentaram seus conhecimentos construídos ao longo da disciplina de Cálculo. Ou seja, com a experimentação, os alunos tiveram uma participação ativa e interligaram conhecimentos teóricos ao fenômeno observado experimentalmente (Carvalho et al., 2005), tanto no âmbito da Química —crioscopia— quanto no da Matemática —função quadrática e taxa de variação instantânea.

A situação da atividade “Formação de cristais de açúcar”, no contexto extraclasse, foi escolhida pelos integrantes do G1 por considerarem conteúdos estudados em disciplinas do curso de Química. O G1 se dedicou a apresentar solução para o problema: “qual é a massa (em gramas) de cristais de açúcar formada em função do tempo (em dias) que a solução fica em repouso?” Essa escolha foi respaldada pelas interações entre professora e integrantes do grupo:

Professora: Mas o que vocês pensaram desta vez?

Lia: É o seguinte, a Mel já fez um curso de cristalização.

Professora: Como?

Mel: Na verdade foi de formação de cristais. A gente estuda isso no curso e queria ver se podia ser.

Professora: Sim, mas não entendi o que vocês querem estudar.

Pati: A gente vai analisar a formação de cristais em saturação de açúcar.

Professora: Entendi nada [risos].

Mel: Os cristais se formam com o passar do tempo. A gente vai fazer uma mistura de água e açúcar bem saturada, com bastante açúcar e deixar em repouso. Já fiz uma vez, vi o aumento, mas não coletei dados.

Professora: E o que vocês querem fazer?

Mel: Com o passar do tempo qual é a massa dos cristais de açúcar que se forma? Porque demora. Dá para fazer em casa porque não precisaremos de equipamentos tão... sabe? Da universidade. Da mistura e de uma balança. Balança eu tenho!

Como um dos integrantes do grupo —Mel— já conhecia o fenômeno de formação de cristais, a atividade de modelagem por meio de experimentação permitiu uma oportunidade para que os alunos experimentassem uma satisfação de tal trabalho (Gann et al., 2016), no caso, investigar o fenômeno. Por meio dos argumentos,

convenceram a professora que não conhecia a formação de cristais, mas que se colocou à disposição para ajudar na abordagem matemática, de modo a “ingressar em ambiente desconhecido” (Almeida et al., 2012, p. 24) inerente a práticas com modelagem em que a escolha da situação é feita pelos alunos. De certo modo, a argumentação possibilitou o trabalho em conjunto entre os integrantes do grupo e a professora, mesmo que os conhecimentos químicos não fossem sua especialidade.

Os encaminhamentos para a coleta de dados foram prerrogativas do G1, visto que no desenvolvimento desta atividade a professora teve menos influência quando comparado com a atividade crioscopia (em que a situação por ela foi sugerida). Ou seja, nessa atividade, os alunos tiveram maior independência de modo a “desenvolver a ‘habilidade de fazer modelagem’” (Almeida et al., 2012, p. 27) em que foram “encorajados a levantar questões, a planejar experiências simples, visando a testagem de uma dada hipótese de trabalho” (Fernandes e Silva, 2004, p. 46). Primeiramente, o grupo produziu uma mistura supersaturada com açúcar e corante na cor alaranjada, como mostra a Figura 6.



Figura 6: Produção da mistura supersaturada por G1

Com a mistura supersaturada produzida, os alunos iniciaram o encaminhamento para a coleta de dados quantitativos. Embora entendessem que era algo simples de ser feito, uma parada para a descrição do encaminhamento necessitou ser realizada ao elaborarem o relatório da atividade (Figura 7).

COLETA DE DADOS

Foi iniciado o experimento às 15 horas e 49 minutos do dia 03/11/2019, logo, pesando o frasco de vidro com 294 g, foi pesado uma xícara de chá com 173 g, pesou-se um copo de vidro com 159 g. Pesou-se também a água no copo de vidro com 193 g, foi pesado 143 g de açúcar na xícara (primeira pesagem), na segunda pesagem foi pesado 152 g de açúcar e na terceira vez, pesou-se 72 g de açúcar. (Sendo duas xícaras e meia). Foi utilizado 8 gotas de corante laranja que foi adicionada no líquido já pronto.

Coloque essa mistura no pote de vidro; Pegue o barbante, passe-o na água e depois no açúcar, para que ele fique coberto de açúcar; Mergulhe o barbante com açúcar na solução dentro do pote e ajuste com os pregadores de modo que o palito fique no centro e não se encoste às paredes e nem ao fundo do recipiente; Tampe com o papel-toalha e deixe envelhecendo por alguns dias,

A pesagem do barbante foi de 3 em 3 dias.



Figura 7: Coleta de dados por G1

Na descrição da coleta de dados ficou evidente que os alunos se preocuparam em mensurar a massa dos ingredientes e também dos utensílios utilizados. Tal cuidado refletiu a preocupação dos alunos sobre possíveis interferências no trabalho experimental, já vislumbradas na atividade sobre crioscopia. Essa ação está em consonância com o uso de diferentes registros exigida para melhorar a concentração nos novos eventos (Carvalho et al., 2005). Para a coleta de dados, “os alunos claramente precisam entender todos os elementos da tarefa, incluindo aqueles relacionados ao uso do aparato experimental” (Carreira e Baioa, 2018, p. 212).

Considerando que a massa dos cristais (em gramas) dependia do tempo (em dias) que a mistura ficou em repouso, os alunos matematizaram a situação fazendo uso do software Excel, como apresentado na Figura 8. Por meio de um ajuste de curva polinomial de grau dois, o modelo deduzido foi $y = -0,0489x^2 + 1,9246x - 3,75$, em que y representa a massa (em g) em função do tempo x (em dias). O que podemos evidenciar é que os alunos, mesmo não seguindo um protocolo pré-estabelecido pela professora, têm ações parecidas quando se trata da abordagem matemática.

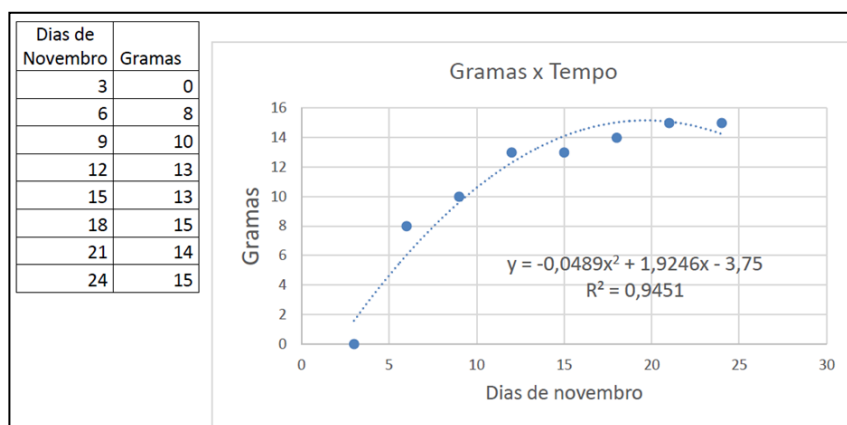


Figura 8: Matemática realizada por G1

Analisando o relatório, evidenciamos que os alunos utilizaram o dia em que a coleta foi realizada, ou seja, o dia 03 de novembro correspondeu à coleta inicial, o dia 06 de novembro a coleta após três dias e, assim sucessivamente, de 3 em 3 dias a massa dos cristais foi mensurada até 24 de novembro. Durante a comunicação dos resultados, alguns esclarecimentos foram feitos, conforme transcrição:

Guto: A gente, mais a Mel... conhece um pouco sobre formação de cristais, porque estudou no curso técnico dela. E a gente quis estudar a massa em função do tempo.

Aluno: Com que objetivo?

Mel: Saber quanto pesa os cristais neste período da coleta de dados. A gente quis usar um modelo matemático que se estuda na Educação Básica.

Professora: Mas conseguem fazer previsão?

Pati: Previsão não né, profe? Porque olha aqui... [apontando para o máximo da função no gráfico projetado no slide] o ponto de máximo, o vértice da parábola é por volta do vigésimo dia e não é bem o que acontece.

Mel: A gente pensou em restringir o domínio, depois que finalizamos o trabalho. Tivemos um erro na pesagem, parece que no dia vinte e um diminuiu, mas acho que teve alguma interferência!

Professora: E se fosse restringir o domínio, o que vocês considerariam?

Bete: Ter uma função que nos dá a massa dos cristais no período de três a vinte de novembro, ou seja, nos primeiros dezessete dias.

Mel: Vejam o que fizemos com os nossos resultados: pirulitos. Então se a gente quiser determinar a massa de um pirulito nesse período ou mesmo saber o dia em que podemos obter uma certa massa, podemos usar essa função.

A comunicação dos resultados para outros “implica essencialmente o desenvolvimento de uma argumentação que possa convencer aos próprios modeladores e àqueles aos quais esses resultados são acessíveis” (Almeida et al.,

2012, p. 19). Isso é uma oportunidade para evidenciar seus conhecimentos sobre o fenômeno e a matemática que se fazia presente. Quando responderam o questionamento de um colega de sala — "Com que objetivo?" — os integrantes retomaram a situação-problema e a explicaram, considerando todo o encaminhamento realizado.

Diante dos argumentos do grupo, fica evidente que perceberam que o modelo representa de certa forma o fenômeno em estudo, mas permite uma análise restrita, ou seja, determinar a massa de cristais em um intervalo de tempo limitado. Os alunos também indicaram que poderia ter ocorrido um erro na coleta de dados — "Tivemos um erro na pesagem, parece que no dia vinte e um diminuiu, mas acho que teve alguma interferência!" (argumento de Mel). Em um modelo matemático, erros não ficam evidentes, pois "sua estrutura e sua natureza matemáticas permitem descrever e prever o movimento de uma maneira generalizável para muitas situações. Assim, o erro experimental deve ser ignorado" (Carrejo e Marshall, 2007, p. 51). Além disso, justificaram a escolha da função que melhor representava o fenômeno, considerando o nível de escolaridade com o qual poderão trabalhar sendo licenciados em Química — "A gente quis usar um modelo matemático que se estuda na Educação Básica".

Com a apresentação dos resultados, os alunos mostraram o produto final do desenvolvimento da atividade — um pirulito (Figura 9). Podemos considerar que esse produto é "um protótipo de alguma parte da realidade ou o resultado de um processo de matematização após a experimentação" (Carreira e Baioa, 2018, p. 204).



Figura 9: Produto obtido por G1 com a atividade de modelagem

No que se refere à matematização, Almeida e Silva (2015, p. 216), afirmam que "matematizar significa, na Modelagem Matemática, transitar do mundo da vida para o mundo dos símbolos matemáticos". No que se refere à experimentação relativa à formação de cristais, o "mundo da vida" associa-se às propriedades químicas da mistura saturada de açúcar e a produção dos pirulitos e o "mundo dos símbolos matemáticos" consiste na interpretação que os alunos fizeram da massa dos cristais agrupados com o passar do tempo.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

De modo a configurar um design para a implementação da experimentação em atividades de modelagem em um curso de Licenciatura em Química, dois contextos foram configurados: sala de aula regular e extraclasse.

No desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, os alunos desenvolveram “conjecturas sobre como seus modelos iniciais funcionariam na prática, planejaram um experimento, coletaram dados, aplicaram e interpretaram seus modelos em contexto e validaram ou modificaram o modelo conforme necessário” (Ekici e Alagoz, 2020, p. 496). Neste processo, os alunos também puderam, conforme preveem as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Química “organizar, descrever, arranjar e interpretar resultados experimentais, inclusive com auxílio de métodos computacionais” (Parecer CNE/CES nº 1.303/2001, p. 4) em uma disciplina essencialmente matemática. Este aspecto favoreceu a articulação de diferentes áreas de conhecimento, mas complementares na compreensão da natureza do conhecimento químico e que possibilitou, também, a construção dos conhecimentos de Química e Matemática.

O que nossa investigação revelou foi o fato de que, nos contextos configurados, houve participações constantes e colaborativas entre os integrantes do grupo e a professora. No entanto, as ações se estruturaram como jeitos de “lidar” com fenômenos e conceitos matemáticos na experimentação e que mostraram especificidades dependendo do contexto em que foram desenvolvidos.

Quando a experimentação é desenvolvida por meio de situação e procedimentos apresentados pela professora, no contexto sala de aula regular, as ações dos alunos, de certo modo, foram previstas e denotaram “um controle a partir de quem seleciona esse tema, independentemente de suas razões” (Silva e Oliveira, 2014, p. 44). Todavia, a coleta de dados ficou subsidiada nas informações obtidas sobre o fenômeno e nas interferências de outras variáveis do ambiente, de modo que uma certa imprevisibilidade para a professora se fez presente, principalmente quando os alunos perceberam que a temperatura da bebida disposta no gelo e sal estava superior à da bebida mergulhada no gelo, o que confronta com resultados sobre crioscopia. A experimentação se configurou como um recurso didático que permitiu percepções qualitativas e quantitativas do fenômeno em estudo (Feitosa et al., 2011).

As informações da internet se configuraram como essenciais para a experimentação e para a análise quantitativa dos dados que anteciparam a definição de um problema a ser investigado. A definição de um problema aconteceu quando os alunos se depararam com a possibilidade de passar muito tempo coletando dados —“Sim, mas vamos ter de coletar por um tempão. Dá para fazer uma previsão, né?” (comentários de Edu)—, o que não era interessante para os mesmos. Neste caso, a intervenção da professora —“O que acham?”— sinalizou uma possibilidade de os alunos cessarem a coleta de dados e considerarem que determinar a temperatura em 15 minutos seria um problema a

ser investigado, visto que “Se tivermos uma função, dá para prever” —comentários de Mel. Neste interim, os alunos pareciam ter se interessado na dedução de um modelo matemático, cuja expressão algébrica poderia auxiliar na obtenção de uma solução para um problema. Por meio “do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo” (Elfringhoff e Schukajlow, 2021, p. 27). Aumentar as competências de modelagem se fizeram necessárias no contexto extraclasse, devido a independência dos alunos com os procedimentos pelos quais perpassaram.

A ação de definição de um problema não foi a mesma quando os alunos escolheram a situação para estudar, visto que em conversa com a professora, determinar a massa de cristais de açúcar em função do tempo se delimitou antes mesmo da coleta de dados empíricos. Neste caso, “os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema” (Elfringhoff e Schukajlow, 2021, p. 27) e isso auxiliou-os a se manterem persistentes e concentrados para a obtenção de uma solução para o problema. Porém é de se considerar que uma das integrantes do grupo —Mel— conhecia o fenômeno e já tinha coletado dados em outro momento de sua vida acadêmica, porém sem a intenção de matematizá-los. Neste caso, conjecturamos que os conhecimentos de Mel, de certo modo, permitiram que ela realizasse uma “negociação de ideias e diretrizes para a solução dos problemas” (Oliveira, 2010, p. 142), inclusive quando explicou a situação para a professora quando afirmou: “Entendi nada!”

No que compete à coleta de dados na experimentação, podemos evidenciar que as etapas (1) e (2) propostas por Emden e Sumfleth (2014) se alternaram nas atividades. No contexto de sala de aula regular, os alunos executaram um experimento físico para, em seguida, estruturar uma hipótese, ou seja, etapas (2) e (1), respectivamente. Já no contexto extraclasse, os alunos definiram um problema a partir de uma ideia inicial, planejaram e executaram um experimento físico, etapas (1) e (2), respectivamente.

As hipóteses que, na proposta de Emden e Sumfleth (2014), se alocam na etapa (1), foram configuradas pelos alunos em ambas atividades a partir da execução experimental realizada com auxílio computacional. Trata-se da matematização em que, observando o comportamento dos dados via pontos no plano cartesiano, o grupo optou por representações por funções polinomiais do segundo grau, mesmo entendendo as suas limitações para um determinado intervalo do domínio da função.

Por meio das hipóteses estabelecidas na matematização, os modelos matemáticos foram deduzidos por intermédio de ferramentas computacionais, visto que era uma prática recorrente na disciplina no desenvolvimento de atividades de modelagem.

A fase de resolução foi realizada de forma similar em ambas as atividades. Parece que os alunos seguiram um protocolo em que encaminhamentos feitos na sala de aula regular foram implementados nos realizados extraclasse, inclusive utilizando o mesmo software computacional. Mesmo justificando que após se

formarem utilizarão a atividade na Educação Básica — “[...] usar um modelo matemático que se estuda na Educação Básica”, comentários de Mel— parece que os alunos se concentraram em não avançar nos conteúdos matemáticos, além de considerar que somente função polinomial é estudada na Educação Básica. Neste caso, a professora poderia ter orientado os alunos a buscar mais informações e um modelo matemático que se aproximasse da realidade e possibilitar que eles manipulassem outras funções, de modo a analisá-las com relação aos dados e ao fenômeno.

As fases de interpretação de resultados e validação, em ambas atividades, se aproximaram da etapa (3) para a experimentação conforme proposta de Emden e Sumfleth (2014), em que os alunos precisaram apresentar os resultados da experimentação, podendo rever e alterar hipóteses iniciais.

Em síntese, podemos considerar que, no contexto sala de aula regular, os alunos reunidos em grupos procuraram informações na internet para se inteirar; seguiram procedimentos pré-definidos; analisaram e realizaram ajustes na coleta de dados; coletaram dados; determinaram um ou mais problemas para ser investigado; trabalharam matematicamente, considerando um modelo matemático conhecido; analisaram e compararam os resultados via modelo matemático; e chegaram a uma solução para o problema. Ao abordar uma situação para estudo, no contexto extraclasse, os integrantes do G1 escolheram uma situação-problema estudada em disciplina do curso de Licenciatura em Química; usaram o que sabiam; definiram um problema a ser investigado; definiram procedimentos de coleta de dados; coletaram dados para o objetivo que se propuseram a investigar; realizaram trabalho matemático; obtiveram uma solução matemática e um produto final —um protótipo (pirulito).

Ao analisarmos os encaminhamentos de ambas atividades pelo mesmo grupo de alunos, pudemos evidenciar jeitos de “lidar” para cada um dos dois contextos: sala de aula regular, em que a professora escolhe a situação; e extraclasse, em que a situação é escolhida pelos alunos. As ações presentes nesses jeitos de “lidar” se configuraram em um primeiro design para encaminhamentos de atividades de modelagem com experimentação em aulas da disciplina de Cálculo (Tabela 2).

Embora as ações em alguns procedimentos se aproximaram, principalmente àqueles associados à abordagem matemática, há especificidades principalmente no que consiste da inteiração com o fenômeno e da coleta de dados. Quando os alunos escolheram a situação parece haver maior intimidade com as informações e os dados que poderiam subsidiar o desenvolvimento da atividade.

Tabela 2

Ações dos alunos nos contextos —sala de aula regular e extraclasse

Procedimento	Sala de aula regular	Extraclasse
Inteiração	Busca por informações sobre o fenômeno em sites da internet	Situação relacionada a conceitos estudados no curso Situação familiar a uma integrante do grupo
Coleta de dados	Procedimentos pré-estabelecidos pela professora Trabalho colaborativo Divisão de tarefas	Procedimentos próprios já conhecidos Preocupação com a descrição dos procedimentos
Definição do problema	Determinação de um ou mais problemas	Define um problema de interesse
Abordagem matemática	Considera o problema a ser investigado Uso de software Simplificações na situação Modelo matemático com o qual estão familiarizados	Uso de software já conhecido
Análise do modelo matemático	Função não permite previsão, mas é fácil de trabalhar com os conteúdos da disciplina	Uso de função que aborda na Educação Básica
Validação	Resposta adequada para o problema	Produção de protótipo

CONCLUSÕES

Neste artigo investigamos como os alunos de um curso de Licenciatura em Química desenvolveram a experimentação em atividades de modelagem matemática em dois contextos —sala de aula regular e extraclasse—, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real (Cálculo). Pela Química se tratar de uma ciência essencialmente experimental, o desenvolvimento de experimentação no decorrer do curso é um recurso didático importante para a compreensão dos fenômenos estudados nesta ciência.

Os dados empíricos coletados nas atividades experimentais e o próprio envolvimento dos alunos com o experimento serviram como pontapé inicial para

o desenvolvimento da Modelagem Matemática, considerada como uma alternativa pedagógica na qual, no caso desta investigação, alguns conhecimentos trabalhados na disciplina de Cálculo foram revisitados pelos alunos.

Embora o desenvolvimento de atividades experimentais já tivessem sido objeto de investigação anterior subsidiada em relatórios escritos entregues pelos alunos (Silva et al., 2018), em nossa investigação pudemos avançar no que se refere ao acompanhamento dos alunos no desenvolvimento da atividade, incluindo a etapa de experimentação/coleta de dados em dois contextos —sala de aula regular e extraclasse. Com isso, evidenciamos ações que, embora de forma sutil, se diferenciaram quando a situação foi sugerida pela professora e quando foi escolhida pelos alunos em seus grupos.

Essas diferenças estão alocadas, principalmente, na inteiração com o que está sendo ou será estudado e na coleta de dados para o desenvolvimento da experimentação. De posse de uma situação e com encaminhamentos pré-estabelecidos, os alunos buscaram complementar informações para subsidiar entendimentos sobre o fenômeno em estudo, no caso, a crioscopia; quando escolheram a situação, já conheciam o que iriam investigar e, com isso, usaram o que sabiam em relação a conceitos estudados no curso – formação de cristais. A partir de indicações sobre procedimentos de coleta de dados, os alunos fizeram alguns ajustes na experimentação sugerida pela professora, mas com menos liberdade quando comparados àqueles em que são responsáveis pela produção dos dados, em que escolheram pigmentações para colorir os cristais de açúcar, mediram a massa de equipamentos, por exemplo.

No tocante à matematização dos fenômenos e à resolução com vistas a obter uma resposta para o(s) problema(s) investigado(s), as ações empreendidas pelos alunos, tanto no que dizia respeito à experimentação encaminhada pela professora, como naquela em que escolheram a situação, se aproximaram. Isso pode estar associado ao fato de que os alunos buscaram, na aula de Cálculo, procedimentos que os orientassem a resolver o problema. Enquanto atividades de modelagem matemática, esses procedimentos levaram em consideração a dedução de um modelo matemático que, nas duas atividades, foi subsidiada por software computacional —Excel—, bem como sua validação com relação ao fenômeno em estudo.

Com a investigação, acreditamos que nossos empreendimentos em articular experimentação e Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo têm atendido alguns requisitos para a formação do professor em Química. Uma investigação sobre Modelagem Matemática enquanto metodologia empregada pelos alunos do curso de Licenciatura em Química para desenvolver experimentação com os colegas da turma, enquanto orientadores, consiste em possibilidade de pesquisa futura que pretendemos nos debruçar com relação à Atividade Prática como Componente Curricular (APCC), incluída como obrigatória no Projeto Político Pedagógico e que, de certa forma, insere o licenciando no ambiente de sua futura profissão. Além disso, o desenvolvimento de atividades experimentais cuja

situação é escolhida pelos alunos e o encaminhamento é feito no contexto de sala de aula regular também é foco de nossa investigação, considerando a turma como um todo.

No que compete à Modelagem Matemática, nossa investigação agrega um olhar para o acompanhamento da produção de dados numa atividade experimental quando desenvolvida em aulas regulares, além de uma caracterização das ações dos alunos quando a situação é sugerida pela professora, no contexto sala de aula regular, e quando é escolhida pelos integrantes do grupo, no contexto extraclasse.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. e Ferruzzi, E. C. (2009). Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 117-134.
- Almeida, L. M. W. e Silva, H. C. (2015). A Matematização em Atividades de Modelagem Matemática. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 8(3), 207-227. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2015v8n3p207>
- Almeida, L. M. W. e Silva, K. A. P. (2017). A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. *Bolema*, 31(57), 202-219. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a10>
- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., e Borssoi, A. H. (2021). Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. *Quadrante*, 30(2), 123-146. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23605>
- Almeida, L. W., Silva, K. P., e Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. Contexto.
- Almeida, W. N. C. e Malheiro, J. M. S. (2018). A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de Matemática. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 11(2), 57-83. <https://doi.org/10.23864/cpp.v4i2.318>
- Araki, P. H. H. (2020). *Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica*. [Dissertação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4898>
- Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos* (2ª ed.). Porto Editora.
- Borba, M. e Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. Springer.

- Borromeo Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Carmona-Mesa, J. A., Cardona, M. E., e Castrillón-Yepes, A. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Uni-Pluriversidad*, 20(1), 18-38. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.1.02>
- Carrejo, D. J. e Marshall, J. (2007). What is Mathematical Modelling? Exploring Prospective Teachers' Use of Experiments to Connect Mathematics to the Study of Motion. *Mathematics Education Research Journal*, 19(1), 45-76. <https://doi.org/10.1007/bf03217449>
- Carreira, S. e Baioa, A. M. (2011). Students' Modelling Routes in the Context of Objects Manipulation and Experimentation in Mathematics. No G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, e G. Stillman (Eds), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 211-220). Springer.
- Carreira, S. e Baioa, A. M. (2015). Assessing the best staircase: student's modelling based on experimentation with real objects. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society of Research in Mathematics Education* (pp. 834-840). Prague, Feb 2015.
- Carreira, S. e Baioa, A. M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. *ZDM Mathematics Education*, 50 (1-2), 201-215. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0905-1>
- Carreira, S., Baioa, A. M., e Almeida, L. M. W. (2020). Mathematical models and meanings by school and university students in a modelling task. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 17, 67-83. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.308>
- Carvalho, A. M. P. (2013). O ensino de Ciências e a proposição de sequências de ensino investigativas. No A. M. P. Carvalho (Org.). *Ensino de Ciências por investigação: condições para implementação em sala de aula* (pp. 1-20). Cengage Learning.
- Carvalho, A. M. P., A. Infantosi Vannucchi, M. Alves Barros, M. E. Rezende Gonçalves, e R. Casal de Rey (2005). *Ciências no Ensino Fundamental: o conhecimento físico*. Editora Scipione.
- Ekici, C. e Alagoz, C. (2020). Embodied Phenomenology in Mathematical Modelling of Sailing for Integrated STEM Learning. No G. A. Stillman, G. Kaiser, e C. E. Lampen (Eds). *Mathematical Modelling Education and Sense-making* (pp. 493-504). Springer.
- Elfringhoff, M. S. e Schukajlow, S. (2021). What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. *Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática*, 30(1), 8-30.
- Emden, M. e Sumfleth, E. (2014). Assessing students' experimentation processes in guided inquiry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(1), 29-54. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9564-7>

- English, L. D. (2016). Developing early foundations through modeling with data. No C. Hirsch e A. Roth McDuffie (Eds.), *Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics* (pp.187-195). The National Council of Teachers of Mathematics.
- Feitosa, R. A., Leite, R. C. M., e Freitas, A. L. P. (2011). Projeto aprendiz: interação universidade-escola para realização de atividades experimentais no ensino médio. *Ciência & Educação*, 17(2), 301-320. <https://doi.org/10.1590/s1516-73132011000200004>
- Fernandes, M. M. e Silva, M. H. S. (2004). O trabalho experimental de investigação: das expectativas dos alunos às potencialidades no desenvolvimento de competências. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 4(1). 45-58.
- Ferruzzi, E. C., Borssoi, A. H., e Silva, K. P. (2021). Investigação matemática em foco: evidenciando possibilidades para a sala de aula. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, 11(3), 1-20.
- Ferruzzi, E. C. e Costa, J. A. A. (2018). Investigação Matemática e seu aporte para a aprendizagem. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11(3), 296-311. <https://doi.org/10.3895/rbect.v11n3.6058>
- Galiazzi, M. C. e Gonçalves, F. P. (2004). A natureza pedagógica da experimentação: uma pesquisa na licenciatura em química. *Quím. Nova*, 27(2), 326-331. <https://doi.org/10.1590/S0100-40422004000200027>
- Gann, C., Avineri, T., Graves, J., Hernandez, M., e Teague, D. (2016). Moving students from remembering to thinking: the power of mathematical modeling. No C. Hirsch e A. Roth McDuffie (Eds.), *Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics* (pp. 97-106). The National Council of Teachers of Mathematics.
- Gonçalves, F. P. (2009). *A problematização das atividades experimentais no desenvolvimento profissional e na docência dos formadores de professores de Química* [Tese da Doutorado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina]. <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/92977>
- González, L. R. S., Echavarría Cepeda, L. A., Romo Vázquez, A., e Navarro Torres, J. (2022). Design of a rehabilitation device for thrombosis: a mathematical modelling activity in the training of engineers. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 21, 107-134. <https://doi.org/10.35763/aiem21.4258>
- Halverscheid, S. (2008). Building a local conceptual framework for epistemic actions in a modelling environment with experiments. *ZDM Mathematics Education*, 40(2), 225-234. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0088-x>
- Heidemann, L. A., Araujo, I. S., e Veit, E. A. (2012). Ciclos de modelagem: uma proposta para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de Física. *Caderno Brasileiro de Ensino de*

- Física*, 29(2), 965-1007. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2012v29nesp2p965>
- Laburú, C. E. (2006). Fundamentos para um experimento cativante. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23 (3), 382-404.
- Lesh, R. (2002). Research design in mathematics education: Focusing on design experiments. No L. D. English (Ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 27-49). Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R. e Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 157-189. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0502&3_03
- Lima, K. E. C. e Teixeira, F. M. (2011). *A epistemologia e a história do conceito experimento/experimentação e seu uso em artigos científicos sobre ensino das ciências*. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, VIII - ENPEC/I CIEC, Campinas.
- López, R., Molina, M., e Castro, E. (2017). Modelización en el aula de ingeniería: un estudio de caso en el marco de un experimento de enseñanza. *PNA*, 11(2), 75-96. <https://doi.org/10.30827/pna.v11i2.6075>
- Oliveira, J. R. S. (2010). Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. *Acta Scientiae*, 12(1), 139-153.
- Parecer CNE/CES nº 1.303/2001 [Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação, Brasil]. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Química. 7 de dezembro de 2001.
- Perrenet, J. e Zwanevel, D. (2012). The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 3-21.
- Rocha, R. A. R. (2021). *Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação*. [Dissertação da Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina]. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/24777>
- Rosa, M. e Orey, D. C. (2019). Mathematical Modelling as a Virtual Learning Environment for teacher education programs. *Uni-pluriversidad*, 19(2), 80-102. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.04>
- Sánchez-Cardona, J., Rendón-Mesa, P. A., e Villa-Ochoa, J. A. (2021). Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas. *Meta: Avaliação*, 13(40), 543-570. <https://doi.org/10.22347/2175-2753v13i40.3243>
- Sepúlveda, E., González-Gómez, D., e Villa-Ochoa, J. A. (2020). Analysis of a Mathematical Model. Opportunities for the Training of Food Engineering Students. *Mathematics*, 8(1339), 1-16. <https://doi.org/10.3390/math8081339>
- Silva, K. A. P. e Dalto, J. O. (2019). Conhecimentos de alunos de licenciatura em química evidenciados no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, 9(1), 79-100.

- Silva, K. A. P., Vertuan, R. E., e Silva, J. M. G. (2018). Ensino por investigação nas aulas de Matemática do curso de licenciatura em Química. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 14(31), 54-72. <http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v14i31.5748>
- Silva, L. A. e Oliveira, A. M. P. (2014). Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? *Acta Scientiae*, 17(1), 40-56.
- Stender, P. (2018). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM Mathematics Education*, 50, 315-326. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0901-5>
- Suart, R. C. e Marcondes, M. E. R. (2009). A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. *Ciências & Cognição*, 14(1), 50-74.
- Universidade Tecnológica Federal do Paraná. (2017). *Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Química*: UTFPR - Câmpus Londrina. <http://www.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/graduacao/londrina/ld-licenciatura-em-quimica/documentos/projeto-politico-pedagogico-do-curso-de-licenciatura-em-quimica-utfpr-campus-londrina.pdf/view>
- Ye, Q., Blum, W., Houston, K., e Jiang, Q. (2003). *Mathematical modelling in education an culture: ICTMA 10*. Horwood Publishing Limited.

Alessandra Pessoa da Silva Karina
Universidade Tecnológica Federal do
Paraná, Brasil
karinapessoa@gmail.com

Jader Otavio Dalto
Universidade Tecnológica Federal do
Paraná, Brasil
jaderdalto@utfpr.edu.br

Robson Aparecido Ramos Rocha
robson_arr@hotmail.com
Universidade Estadual de Londrina,
Paraná, Brasil

Arthur Ravagnhani de Oliveira
arthur-3342@hotmail.com
Universidade Tecnológica Federal do
Paraná, Paraná, Brasil

Recebido: Fevereiro 2022 Aceitaram: Outubro 2022

doi: 10.30827/pna.v17i2.23987



ISSN: 1887-3987

EXPERIMENTATION IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES IN THE CHEMISTRY TEACHER TRAINING COURSE

Karina Alessandra Pessoa da Silva, Jader Otavio Dalto, Robson Aparecido
Ramos Rocha and Arthur Ravagnani de Oliveira

In Mathematics Education, there are investigations that have focused on the understanding, development and implementation of teaching and learning strategies in Mathematics that differ, to some extent, from the dynamics of the class considered “traditional”. In this perspective, Mathematical Modeling, as a pedagogical alternative, has gained prominence, since, among the justifications for the implementation of Mathematical Modeling, is the fact that this tendency allows transitioning between mathematics, experimental sciences, and engineering. With the intention of implementing Mathematical Modeling in the discipline of Calculus in a Degree in Chemistry to articulate knowledge of the specific disciplines present in the menu, we have endeavoured to include experimentation in classes, to make students accustomed to activities modelling. In this sense, we investigate, in this work, how students of a Licentiate Degree in Chemistry develop experimentation in mathematical modelling activities in the discipline of Differential and Integral Calculus 1 in two contexts: regular classroom and extra classroom. Our analyzes are supported by the development of two activities by a group of five students from the Differential and Integral Calculus discipline of a Licentiate in Chemistry at a Brazilian university. The qualitative analysis inspired by the Research Design of the students' speeches, gestures and written reports allowed us to highlight differences in actions when the theme is suggested by the teacher and when it is chosen by the students, as a way of “dealing” with phenomena and concepts. mathematicians in experimentation. In particular, the phase of interaction with the phenomenon revealed particularities of students' knowledge when the theme was chosen by the group in which specific actions of data collection in the experimentation became more evident. In relation to the mathematization of the phenomena and the resolution, the actions undertaken by the students, both regarding the experimentation carried out by the teacher, as well as in the one in which they chose the situation, approached. Thus, we believe that our endeavours in articulating experimentation and Mathematical Modeling in Calculus classes have met some requirements for teacher training in Chemistry, in relation to contact with different methodologies. An investigation on Mathematical Modeling as a methodology used by students of the Degree in Chemistry to develop experimentation with classmates, as advisors, is a possibility of future research that we intend to focus on in relation to Practical Activity as a Curricular Component (APCC). With this, implications of the research in which modelling activities are followed in the classroom and extra-class are configured as a design for experimentation in the context of Mathematics classes.