

PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y CULTURA MATEMÁTICA: CONCEPCIONES SEMÁNTICAS EN LA TEORÍA DE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS

Patricia Camarena Gallardo, Gabriel Loureiro de Lima, Eloiza Gomes y Barbara Bianchini

Este artículo establece, por medio del método de comparación constante, concepciones semánticas para los términos pensamiento matemático y cultura matemática en la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Esto es fundamental para evitar errores o hacer análisis contradictorios con relación a los preceptos del referencial adoptado. La toma de consciencia acerca de los elementos que caracterizan esas concepciones permite la planificación e implementación de currículos de Matemática adecuados al desarrollo del pensamiento matemático, así como de la cultura matemática de un estudiante universitario.

Términos clave: Concepciones semánticas; cultura matemática; pensamiento matemático; teoría de la matemática en el contexto de las ciencias

Mathematical Thinking and Mathematical Culture: Semantic Conceptions in the Theory Mathematics in the Context of Sciences

This paper establishes semantic conceptions for the terms mathematical thinking and mathematical culture, which are present in the Theory Mathematics in the Context of Sciences. We used the method called comparative constant. This is fundamental to avoid misconceptions or carry out contradictory analyses in regard to the precepts of the referential adopted. The acknowledgement of the elements that characterize these conceptions can enable the design and implementation of adequate programs of Mathematics to develop mathematical thinking, as well as mathematical culture in students of Higher Education.

Keywords: Mathematical culture; mathematical thinking; semantic conceptions; theory mathematics in the context of sciences

Camarena, P., Loureiro de Lima, G., Gomes, E. y Bianchini, B. (2022). Pensamiento matemático y cultura matemática: concepciones semánticas en la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias. *PNA*, 17(1), 51-88. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.21583>

Pensamiento matemático e cultura matemática: concepções semânticas na teoria a matemática no contexto das ciências

Este artigo estabelece, por meio do método de comparação constante, concepções semânticas para os termos pensamento matemático e cultura matemática na Teoria A Matemática no Contexto das Ciências. Isto é fundamental para evitar erros ou realizar análises contraditórias aos preceitos do referencial adotado. A conscientização acerca dos elementos que caracterizam estas concepções permite o planejamento e a implementação de currículos de Matemática adequados ao desenvolvimento do pensamento matemático, assim como da cultura matemática de um estudante universitário.

Palavras-chave: Concepções semânticas; cultura matemática; pensamento matemático; teoria a matemática no contexto das ciências

Para trabajar con un marco teórico específico y utilizar términos que también se utilizan en el lenguaje actual, es fundamental tener claro los significados que se asumen en este contexto específico. Al usarlos a diario, no necesitamos preocuparnos por definirlos con precisión, pero cuando se trata de investigación científica, este cuidado es indispensable, dejando muy claro a qué se refiere cada uno de ellos.

Al notar, como señala Camarena (2021), que la semántica está relacionada con el significado (idea, opinión, juicio, sentido o interpretación) que asume un determinado término en un contexto particular, se entiende en este trabajo, como también lo hace la citada autora, que establecer la concepción semántica de una determinada palabra consiste en explicar su significado y su ámbito de aplicación.

Camarena (2021) enfatiza que para que exista una mejor comunicación entre investigadores que trabajan en una misma línea de investigación y que sustentan sus estudios en un mismo marco teórico, es fundamental que las concepciones semánticas de los términos utilizados en dichas líneas y teorías sean cuidadosamente explicitadas. El establecimiento de concepciones semánticas precisas de los términos que se utilizarán en una teoría científica es parte integral de su marco conceptual, ya que estos pueden ser polisémicos y la falta de claridad sobre la concepción semántica que se está considerando puede incluso llevar al investigador a errores y análisis que contradigan las premisas.

En el ámbito específico de la línea de investigación de la Matemática Social y la teoría educativa que en ella se incluye: la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (TMCC) desarrollada para el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en carreras universitarias, esta labor de explicar las concepciones semánticas de particulares términos relevantes para las investigaciones realizadas inició con el propósito de establecer la concepción semántica del término competencia Camarena (2011). La autora buscó, además de

reintroducir la concepción semántica de competencia, presentar, en detalle, las concepciones semánticas, en el ámbito de la Matemática Social y de la TMCC, para los términos: investigación científica, línea de pensamiento, constructo teórico, teoría científica, paradigma educativo, premisa educativa y habilidades matemáticas propias de la profesión. En colaboración con los demás autores de este artículo, también elaboró concepciones semánticas para los términos persona crítica, creativa, analítica, cultura matemática y pensamiento matemático.

En este artículo, compartimos el proceso de elaboración de las concepciones de dos de estos términos, a saber: *cultura matemática* y *pensamiento matemático*. Así, tenemos como objetivos principales: elaborar la concepción semántica de la cultura matemática y del pensamiento matemático, detallando al lector el proceso utilizado en dicha construcción; y explicar cómo las concepciones semánticas elaboradas están vinculadas al TMCC. Los objetivos secundarios de la investigación son: identificar las convergencias en las diferentes definiciones de los términos cultura, pensamiento, pensamiento matemático y cultura matemática, destacando sus componentes esenciales; elaborar la concepción semántica de cultura; y elaborar la concepción semántica de pensamiento

MARCO TEÓRICO: TEORÍA DE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS

En 1982, la investigadora Patricia Camarena Gallardo, profesora del Instituto Politécnico Nacional de México, inició el desarrollo de una línea de investigación que denominó Matemática Social. En su ámbito, una investigación científica se concibe como aquella que “tiene una base comprobable y un proceso metodológico para su actuación, además de requerir un esquema de descripción que la distinga de otras investigaciones no científicas” (Camarena, 2021, p. 25).

La Matemática Social tiene un carácter multidisciplinario. Angulo (2004, p. 139), subsidiado por las ideas de Kravzov (2000), señala que en las líneas de investigación de carácter multidisciplinar se produce “una interacción intencionada de conocimientos, habilidades, procesos y conceptos de diferentes campos del saber con diferentes perspectivas para ampliar la comprensión, la resolución de problemas y el desarrollo cognitivo”. En el caso de las Matemáticas Sociales, la multidisciplinariedad está presente debido a que esta línea de investigación contempla además de las Matemáticas, elementos de la Educación, la Psicología, la Sociología, la Antropología y la Filosofía. Así, se hace explícita la característica que Angulo (2004), basándose en las consideraciones de Kravzov (2000), señala como central en las investigaciones multidisciplinarias:

correlacionar y ligar los procesos de creación del conocimiento a partir del uso de teorías, metodologías y conceptos de las diversas disciplinas; todo ello con el objetivo de encontrar marcos generales que permitan explicar, a través de los avances científicos y humanísticos, una parcela

mayor de la realidad. [...] ofrece, a través de la interrelación del conocimiento, nuevas posibilidades en la búsqueda de soluciones a los problemas que interesan y enfrentan nuestras sociedades (Angulo, 2004, pp. 139-140).

Los temas que se abordan dentro de esta línea de investigación se refieren a los ambientes de aprendizaje y a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, con miras a la formación integral del estudiante y al desarrollo de las competencias matemáticas en la profesión. En cuanto a estas competencias, Camarena (2014, 2018) señala que estas deben sustentar el desarrollo, por parte de un profesional, de las competencias fundamentales de la profesión (que se refieren a los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que un individuo debe tener en un determinado ámbito de actividad profesional, por ejemplo, un ingeniero) y las competencias genéricas de la profesión (relacionadas con los desempeños profesionales de cada especialización de una profesión, por ejemplo, un ingeniero mecánico). Cabe destacar que esta clasificación para las competencias profesionales asumidas en la TMCC —competencias fundamentales, genéricas y específicas— (que en el caso que nos interesa en el marco teórico que nos ocupa son las competencias matemáticas para la profesión) está en consonancia con las adoptadas en el seno del Observatorio de las Competencias Profesionales de la Cámara de Comercio de Barcelona y, como se desprende de las consideraciones realizadas por Díaz Mederos (2010), con las adoptadas en el Centro Interamericano de Investigación y Documentación sobre Formación Profesional.

A través de una investigación inserta en la Matemática Social, buscamos abordar específicamente tres problemas. El primero está relacionado con la naturaleza abstracta de las matemáticas, que, como afirma Bunge (2013), trata de entidades ideales

que sólo existen en la mente humana. Los lógicos y los matemáticos no reciben los objetos de estudio: construyen sus propios objetos. Es un hecho que a menudo lo hacen mediante abstracciones de objetos reales (naturales y sociales), como es el caso de las figuras geométricas y los números enteros. [...] Sin embargo, la materia prima que emplean los lógicos y los matemáticos no es fáctica, sino ideal (Bunge, 2013, p. 7).

Debido a esta especificidad de los objetos de estudio de las matemáticas, para comprender esta ciencia es necesario recurrir a registros de representación semiótica, como señala Duval (1999) en el marco de la Teoría de la Representación Semiótica.

El segundo problema se refiere al hecho de que, en general, en la enseñanza tradicional si se observa un “divorcio” entre la Matemática y sus aplicaciones y usos en otras ciencias este se vincula directamente con el desinterés de muchos estudiantes en diferentes partes del mundo por la Matemática. Esta cuestión, central en la TMCC, también es objeto de reflexión en otros ámbitos, como por

ejemplo en la Sociedad Europea de Enseñanza de la Ingeniería (SEFI). En uno de los documentos presentados por Mathematics Working Group vinculado a la SEFI hay que señalar que:

el estudio de las matemáticas es esencial para todos los aspirantes a ingenieros. Sin embargo, para muchos estudiantes universitarios esto se ve como una tarea, como un mal necesario que hay que soportar. Los estudiantes de ingeniería han elegido ir a la universidad para estudiar Ingeniería en lugar de estudiar Matemáticas y a menudo [...] se encuentran con un enfoque de las Matemáticas demasiado abstracto y teórico para entusiasmarse con la asignatura (Alpers et al., 2013, p. 54).

Otro problema, que también se relaciona con la separación que suele presentarse en la enseñanza tradicional entre la Matemática y sus aplicaciones, se refiere al bajo nivel académico que se observa en los egresados de algunas carreras universitarias. El profesional del futuro está obligado a ser eficiente y competitivo en todos los ámbitos sociales: en su vida laboral, profesional y cotidiana (Camarena, 2021). Una de las características que se exige a los profesionales de las áreas en las que la Matemática es una herramienta, es establecer de manera eficiente el vínculo entre esta ciencia y la profesión en cuestión. En otras palabras, se espera que un profesional sea capaz de desarrollar modelos matemáticos y todo lo que implica el uso de la Matemática en su profesión.

Debe formarse un profesional para el que las matemáticas sean una herramienta que le permita aumentar su capacidad para abordar los problemas que se le plantean y hacer que sus conclusiones sean convincentes (Giga y Kobayashi, 2013). Como ratifica Devlin (2019), lo que se exige al ciudadano de hoy —y, por tanto, aún más al profesional que necesitará las Matemáticas como herramienta para su desempeño— es ser “capaz de hacer un uso bueno, eficiente, constructivo y preciso de la amplia gama de herramientas matemáticas disponibles”. Diferentes herramientas requieren diferentes conjuntos de habilidades. La palabra clave (que debe guiar la educación del individuo) es comprensión” (p. 67).

El objeto principal de la línea de investigación de la Matemática Social, que es también una línea de pensamiento que, según Camarena (2021), puede entenderse como “una tendencia ideológica que se manifiesta a través de la conducta o comportamiento debido a idea(s) propia(s) del ámbito de trabajo de los miembros de una comunidad” (p. 32) —en este caso los investigadores de esta línea— es sentar las bases para acciones educativas fundamentadas a ser implementadas para enfrentar, de manera objetiva, los problemas mencionados en el párrafo anterior, desarrollando una teoría educativa dirigida específicamente al estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en el nivel universitario.

En el ámbito de la línea de investigación de la Matemática Social, se desarrolló la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (TMCC), con el objetivo de enfrentar los problemas mencionados y reflexionar sobre las preguntas: ¿Cuál es

el objetivo de la carrera de grado en la que se imparte la Matemática? ¿Cómo motivar al alumno? ¿Cómo vincular la Matemática con la futura profesión del estudiante? ¿Cómo pueden contribuir las Matemáticas a la formación integral del estudiante? ¿Cómo pueden las Matemáticas apoyar el desarrollo de competencias profesionales? (Camarena, 2013). Cuestiones como éstas se convierten en centrales no sólo en el contexto del TMCC, sino en el ámbito de cualquier referencial a través del cual nos proponemos reflexionar sobre las Matemáticas como asignatura en servicio, es decir, como asignatura de Matemáticas, impartida en general por profesores de esta especialidad, pero que se inserta en el currículo de un curso que no pretende formar matemáticos (Howson et al., 1988).

Según Bizelli (2003), que se basa en las ideas de Simons (1988), en primer lugar, “la necesidad de las Matemáticas (en un curso determinado que no formará matemáticos) surge de la conclusión de que algunas herramientas matemáticas son indispensables para resolver problemas relacionados con una determinada disciplina X” (p. 66). Sin embargo, basándose en las reflexiones de Howson et al. (1988), el autor añade que “las posibles respuestas a la pregunta ¿Por qué enseñar matemáticas a los no matemáticos? dependerán de la disciplina X, pero ciertamente se pueden obtener diferentes respuestas de los especialistas en X, de los estudiantes y de los futuros empleadores de estos estudiantes” (Bizelli, 2003, p. 66). Las consideraciones que se exponen a continuación permitirán al lector comprender qué elementos guían la búsqueda de respuestas a esta cuestión cuando se considera la TMCC como marco teórico.

Asumiendo que un paradigma educativo es una “postura filosófica o ideológica que permite a una comunidad científica explicar, justificar o sustentar un fenómeno educativo, en el cual el ámbito de trabajo es el de la comunidad científica” (Camarena, 2021, p. 51) y que una presunción educativa es “una premisa o hipótesis que, en el ámbito educativo, permite sustentar un fenómeno educativo” (p. 52), la TMCC está, según Camarena (2011), sustentada en tres paradigmas y una premisa. Son ellos:

- ◆ Primer paradigma: la Matemática es una herramienta de apoyo y una materia formativa.
- ◆ Segundo paradigma: la Matemática tiene una función específica en el nivel superior.
- ◆ Tercer paradigma: los conocimientos nacen integrados.
- ◆ Premisa: el estudiante debe ser capaz de transferir conocimientos de Matemática a las áreas que lo requieran y con ello se favorezcan sus competencias profesionales y laborales.

Estos paradigmas y la premisa mencionada están estrechamente relacionados con aspectos destacados por otros autores al reflexionar sobre las Matemáticas como disciplina en servicio. Roubine (1988) destaca el carácter de las Matemáticas como lenguaje de comunicación de los profesionales con las literaturas de sus áreas y con otros especialistas. Bacciotti y Boieri (1988), como señala Bizelli (2003),

afirman que el estudio de las Matemáticas es un buen ejercicio para mejorar la capacidad de comprensión, la precisión y el rigor del individuo, idea que ratifica Ahmed (1988), quien también relaciona las Matemáticas con el enriquecimiento cultural e intelectual que su estudio confiere a los futuros profesionales. Howson et al. (1988) señalan como esencial que las Matemáticas trabajadas en las asignaturas en servicio permitan al alumno hacer uso de las herramientas que necesita. Además, dado que tienen ordenadores y programas informáticos a su disposición, es fundamental que los conocimientos matemáticos que han adquirido les enseñen a aprovechar estos recursos, a utilizarlos y a controlarlos.

En lo que respecta en especial a la premisa anteriormente expuesta, podemos afirmar que su contenido está directamente relacionado con lo que Christensen et al. (2015) denotan por la paradoja de la contextualización-descontextualización. Los estudiantes que, en sus procesos formativos, tienen las Matemáticas como disciplina en servicio, en sus futuras actividades profesionales necesitarán utilizar sus conocimientos matemáticos en contextos particulares y este uso se hará necesariamente de una manera sensiblemente dependiente de estos contextos. Los matemáticos, por su parte, utilizan mayoritariamente los conceptos de este campo de conocimiento de forma contextualizada y acaban teniendo ciertas dificultades para reconocer cómo contextualizarlos a la hora de enseñarlos en las asignaturas de formación. Por lo tanto, es fundamental asumir como premisa en la planificación y desarrollo de las asignaturas de Matemáticas en los cursos para no matemáticos que, durante sus trayectorias formativas, los estudiantes deben tener las condiciones para ejercer esta capacidad de transferir los conocimientos de las Matemáticas a las áreas que lo requieran.

Asumiendo los paradigmas y la premisa mencionada anteriormente, a través de la TMCC se abordan temas curriculares, didácticos, de formación docente, cognición del estudiante y la desconexión entre la Matemática y la futura profesión del estudiante. El objetivo es una formación orientada a: actitudes y valores, la gestión integral del conocimiento por parte de los alumnos, el desarrollo de las competencias matemáticas propias de la profesión, la capacidad de pensamiento y que el alumno sea creativo, crítico y analítico.

Para abordar los temas relacionados con estas diferentes problemáticas, la TMCC se estructuró en cinco fases (curricular, epistemológica, didáctica, docente y cognitiva), con metodologías y fundamentos teóricos específicos, interconectados y vinculados a diferentes aspectos presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje, creando un sistema complejo. En el proceso de estructuración de dichas fases, se consideraron, como subsidios, preceptos propuestos por diferentes autores, entre ellos: Tyler (1973), Taba (1974) y Díaz Barriga (1997), en la fase curricular; Popper (1980), Bachelard (1971), Nicolescu (1998), Brousseau (1983) y Chevallard (1991), en la fase epistemológica; Piaget (1991), Vygotsky (1978) y Ausubel et al. (1990), en la fase didáctica; Imberón (1998), Rojas (2010), Carreño (1986), Arenas Castellanos y Fernández de Juan

(2009) y Fielden (1998), en la fase de enseñanza; y, de nuevo, Ausubel et al. (1990) como principal referencia para la fase cognitiva.

Al tener su origen en la Matemáticas Social, la TMCC tiene un carácter social, lleva al investigador a analizar una Matemática para la vida y que sea útil a la sociedad científica, técnica y civil. El objetivo es desarrollar en los estudiantes una cultura matemática y un pensamiento matemático que les permita actuar de forma científica en su vida laboral, profesional y cotidiana.

Pero, ¿qué tipo de cultura matemática y de pensamiento matemático tendrían que desarrollar los alumnos de las carreras universitarias en las que las Matemáticas son asignaturas en servicio? En la siguiente sección presentamos algunas investigaciones ya realizadas sobre este tema.

Revisión de la literatura

En cuanto a la cultura matemática, que debe desarrollar un profesional o futuro profesional que en su proceso formativo incluye las Matemáticas como asignaturas en servicio, una revisión bibliográfica permite reconocer la cultura matemática a partir de distintos individuos como: (a) de un estudiante de una escuela politécnica (Bitner, 2010); (b) de un economista y un estudiante de economía (Ignatyeva et al., 2012; Pantseva, 2014); (c) de un especialista en perfiles económicos (Ivanovna y Yurievna, 2013); de un estudiante de ingeniería o que debería haber sido desarrollada por un graduado en ingeniería (Pantseva, 2014; Ilyashenko, 2020); (d) de un licenciado en Informática Empresarial (Nikitina et al., 2017); (e) de un estudiante universitario en proceso de formación profesional (Filonova et al., 2019); de expertos (Fayzullaev, 2020); y (f) de un estudiante de Biología (Kostrova, 2020).

En cuanto al pensamiento matemático que deben desarrollar los alumnos de cursos universitarios en los que las Matemáticas están presentes, pero no son el objeto principal de estudio, hay investigaciones en las que se establecen reflexiones relativas a: las Matemáticas en la formación profesional (Navarro Salas, 1999); la disposición matemática de un ingeniero (Rahman et al., 2013); la alfabetización matemática a los futuros profesionales (Faustino et al., 2013); el conocimiento de las Matemáticas aplicado a la resolución de problemas profesionales (Venturas et al, 2013); pensamiento matemático investigativo en la sociedad (Faustino et al., 2014a, 2014b, 2014c); pensamiento matemático de los estudiantes de ciencias empresariales (Moreno Jiménez, 2014); relación entre las matemáticas y la competencia profesional (Vintere y Zeidmane, 2014); pensamiento matemático de los tecnólogos en la Administración Pública para la Gestión (González Macías et al., 2017); y la apropiación significativa de contenidos matemáticos en la formación profesional (Dieguez Batista et al., 2017).

Las caracterizaciones presentadas por diferentes autores, cuyos trabajos fueron consultados en la revisión bibliográfica que realizamos, indican convergencias, divergencias y complementariedades, por lo tanto, no hay consenso entre los investigadores sobre cómo definir, de manera única, cuáles son los aspectos

caracterizadores de la cultura matemática y del pensamiento matemático que debe desarrollar un estudiante universitario que, en su futura actividad profesional, necesitará emplear los conocimientos matemáticos como herramientas. Conjeturamos que, para llegar a un acuerdo en este sentido, un primer paso fundamental es establecer, de forma clara y precisa, qué se entiende por cultura matemática y por pensamiento matemático —términos también utilizados de forma polisémica en la literatura—, particularmente en el contexto de un curso universitario en el que las Matemáticas se insertan como asignaturas en servicio. Esta es la laguna que pretendemos cubrir con el estudio que hemos realizado y cuyos resultados se comparten en este artículo.

Especialmente en lo que respecta al marco teórico empleado en nuestras investigaciones, las consideraciones presentadas en el párrafo anterior resaltan la importancia de establecer con precisión las concepciones semánticas de los términos cultura matemática y pensamiento matemático en el ámbito de este marco para que no sean utilizados con significados imprecisos que no se adhieran a los paradigmas y premisas que sustentan la TMCC. Obviamente, hay una serie de definiciones para estos términos formuladas por diferentes autores. Como se detalla en una de las siguientes secciones, lo que buscamos fue identificar convergencias en estas diferentes definiciones para resaltar sus componentes esenciales y luego explicar cómo estos se vinculan con los subsidios de la Teoría.

Método

Desde un punto de vista metodológico, la investigación realizada se caracteriza como bibliográfica (Lakatos y Marconi, 2021). Inicialmente, utilizamos un resumen de publicaciones obtenido a través de búsquedas en Google Académico utilizando las palabras clave: cultura, pensamiento, pensamiento matemático y cultura matemática, en portugués, inglés y español, que, de alguna manera, explicaron definiciones para los términos mencionados. Los textos obtenidos fueron analizados por nosotros, en su totalidad, y se seleccionaron aquellos que de hecho resultaron adecuados a los objetivos de nuestro estudio.

Luego, buscamos los mismos términos mencionados en un sitio web especializado en definiciones, llamado *Definición.de* (<https://definicion.de/>) y recurrimos a los significados de los términos cultura y pensamiento presentes en algunos diccionarios de idiomas: *Michaelis*, en Lengua Portuguesa (Trevisan, 2015), *Cambridge Dictionary* (Cambridge University Press [CUP], 2020), en inglés y *Diccionario de la Lengua Española* (Real Academia Española [RAE], 2020).

Las definiciones presentes en las fuentes seleccionadas fueron compiladas, literalmente y luego, inspirados en Camarena (2011) con el fin de alcanzar la identificación de las convergencias en las diferentes definiciones de los términos cultura, pensamiento, pensamiento matemático y cultura matemática, destacando sus componentes esenciales, los datos fueron sometidos al método de comparación constante, en el sentido de Strauss (2003) —y que en Camarena (2011) es denotado

por método de reducción comparativa en fase uno— inserto en el enfoque teórico fundamentado de datos cualitativos desarrollado por los sociólogos estadounidenses Barney Galland Glaser y Anselm Leonard Strauss a principios de la década de 1960, inicialmente en un contexto de investigación en el área de la Salud.

Al implementar dicho método, según Strauss (2003), las ideas obtenidas de un conjunto de datos (en el caso de esta investigación, las diferentes definiciones de un término dado presentadas por diferentes autores) se comparan sistemática y constantemente, con el fin de obtener sus características esenciales que, a su vez, darán lugar a las denominadas categorías centrales, en el caso de la presente investigación denominadas componentes, que al articularse compusieron las concepciones semánticas a las que se apunta. Dichos componentes están formados por los elementos que están explícitamente presentes en las diferentes definiciones consultadas.

Inicialmente, de acuerdo con los objetivos secundarios (b) y (c), buscamos obtener concepciones semánticas para los términos cultura y pensamiento que pudieran ser lo suficientemente amplias para dar cuenta de los aspectos explícitamente presentes en las diferentes definiciones analizadas. Después de todo, si el objetivo principal de esta investigación es construir, en el ámbito de la TMCC, de manera convergente a los paradigmas y premisas de esta teoría, conceptos semánticos para pensamiento matemático y cultura matemática, es fundamental explicar, a priori, qué entendemos por pensamiento y cultura. En esta sección ilustramos, a continuación, el uso del método de comparación constante a través de la construcción semántica del término cultura y, en las siguientes secciones, lo usamos de la misma manera, pero sin detallar su aplicación paso a paso, para elaborar las concepciones semánticas de los demás términos mencionados.

Ejemplificando la aplicación del método de comparación constante para la construcción de la concepción semántica del término cultura

El término cultura, tiene origen en la palabra latina *cultus* que se refiere al cultivo del espíritu humano y de las facultades intelectuales del hombre. Su definición paulatinamente se fue modificando a lo largo de la historia.

Para determinar los componentes del término cultura que, explícita o implícitamente, están presentes en las distintas definiciones que hemos obtenido de las fuentes consultadas, en primer lugar, las resumimos a través de la segunda columna de la tabla 1. A partir de la información presentada en este columna, identificamos inicialmente categorías (que pueden ser palabras, frases, ideas etc.) que representan elementos mencionados explícitamente (E), es decir, mencionado textualmente por los autores de las definiciones. A continuación, analizando detenidamente cada una de las definiciones, leyéndolas entre líneas —y, por tanto, con un nivel de subjetividad inherente a este tipo de acción—, identificamos las categorías que, a nuestro juicio, están ocultas y, por tanto, implícitamente (I)

presentes en las definiciones. Las categorías E e I se presentan en la tercera columna de la tabla 1 (primera reducción de información), que consideramos, en adelante, como parte integrante de las distintas nociones de cultura.

Tabla 1

Definiciones de cultura y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de cultura	Categorías identificadas
Definición.de (https://definicion.de/)	
Conjunto de informaciones y habilidades que posee un individuo asociado a la civilización y al progreso. Se compone de las costumbres, prácticas, maneras de ser, tipos de vestimenta y reglas de comportamiento de un determinado grupo social.	E: Informaciones y habilidades, civilización, progreso, costumbres, prácticas, maneras de ser, tipos de vestimenta, reglas de comportamiento. I: Evolución, cambio, valores, creencias, actitudes.
UNESCO referenciado en Definición.de (https://definicion.de/)	
Permite al ser humano reflexionar sobre sí mismo, discernir valores y buscar nuevos significados.	E: Reflexionar sobre sí mismo, discernir valores, buscar nuevos significados. I: Creencias, evolución, cambio, conocimientos.
Pantseva (2014)	
Resultado del proceso de creación, almacenamiento, dominio y diseminación de reglas espirituales, valores, saberes, representaciones y símbolos. Sistema diferenciado de conocimiento y orientación, necesario para todo tipo de actividades profesionales existentes en la sociedad moderna. Compuesta por: valores, objetivos, ideas y reglas, entre otros.	E: Reglas espirituales, valores, saberes, representaciones y símbolos. Sistema diferenciado de conocimiento y orientación, necesario para todo tipo de actividades profesionales. Valores, objetivos, ideas y reglas. I: Evolución, cambio.
Frolov (1980) (como se citó en Pantseva, 2014)	
Sistema de valores espiritual es y materiales creados por la humanidad por medio de sus prácticas a lo largo del proceso de desarrollo histórico de una sociedad.	E: Sistema de valores espirituales y materiales. I: Evolución, cambio, creencias, conocimientos.

Abbagnano (2017)

Tabla 1

Definiciones de cultura y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de cultura	Categorías identificadas
Tiene dos significados básicos: (i) formación del hombre, su mejora y su refinamiento (ii) conjunto de los modos de vivir y de pensar cultivados, civilizados y pulidos.	E: Formación, mejora y refinamiento del hombre, modos de vivir y de pensar. I: Evolución, cambio, creencias, conocimientos, valores, actitudes.
Coon (1954) (como se citó en Abbagnano, 2017)	
Lo que la gente hace porque se les enseñó de esa manera.	E: Lo que la gente hace porque se les enseñó de esa manera I: Conocimientos, valores, creencias, actitudes, evolución, cambio, hábitos.
Linton (1955) (como se citó en Abbagnano, 2017)	
Grupo organizado de respuestas aprendidas, características de determinada sociedad.	E: Grupo organizado de respuestas aprendidas. I: Conocimientos, valores, creencias, actitudes, evolución, cambio.
Diccionario de la Lengua Española (RAE, 2020)	
(i) Conjunto de conocimientos que permiten a alguien desarrollar su juicio crítico. (ii) Conjunto de modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico o industrial en una época, grupo social etc.	E: Conocimientos que permiten el desarrollo del juicio crítico, modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico o industrial. I: Cambio, evolución, valores, creencias, actitudes.
Cambridge Dictionary (CUP, 2020)	
El modo de vida, especialmente las costumbres y creencias, de un grupo particular de personas en un tiempo particular.	E: Modo de vida, costumbres y creencias. I: Evolución, cambio, valores, actitudes, conocimientos.
Michaelis (Trevisan, 2015)	
(i) Conjunto de conocimientos, costumbres, creencias, estándares de comportamiento adquiridos y transmitidos socialmente, que caracterizan un grupo social.	E: Conjunto de conocimientos, costumbres, creencias, estándares de comportamiento adquiridos, como experiencias e instrucción. Refinamiento

Tabla 1

Definiciones de cultura y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de cultura	Categorías identificadas
(ii) Conjunto de conocimientos adquiridos, como experiencias e instrucción, que llevan al desarrollo intelectual y a la mejora espiritual; instrucción, sabiduría.	de hábitos y conducta. Apreciación crítica mejorada I: Evolución, cambio, actitudes.
(iii) Refinamiento de hábitos y conducta, así como apreciación crítica mejorada.	

Nota. E=elementos explícitos; I=elementos implícitos.

La categoría E presente en la columna derecha de la tabla 1 nos permiten identificar y, en consecuencia, reducir la información a aquellos elementos que son efectivamente los más representativos en cada una de las definiciones mostradas en la segunda columna de la tabla 1. Este procedimiento forma parte del método de comparación constante, mediante el cual se prevé que, “en las primeras fases se generarán una serie de categorías y, posteriormente, se descartarán por ser de poca utilidad, o por no estar relacionadas con las categorías centrales” (Strauss, 2003, p. 23). La categoría I, a su vez, podrá utilizarse, en caso necesario, para complementar alguna información.

De esta forma, se evidencia una nueva reducción a través de la tabla 2: agrupar todos los elementos similares, para luego elaborar nuevas categorías de análisis a partir de la combinación de estos en las categorías E e I. Este proceso se lleva a cabo, con base en las ideas de Strauss (2003), con el objetivo de obtener las categorías centrales o, en la nomenclatura que utilizamos, componentes, en torno a los cuales se elaborará la concepción semántica buscada. Así, las categorías que aparecen en la tabla 2 son los componentes del término cultura y sus nomenclaturas fueron elegidas basadas en el aspecto más representativo de los elementos de las categorías E y I en cada línea de la tabla 2. Observamos que las fuentes de donde se recogieron las definiciones ya no se indican, a partir de este momento, porque dicha información deja de ser relevante en los siguientes pasos del método, dependiendo de los objetivos que se persigan.

Tabla 2

Componentes de cultura

Elementos explícitos (E)	Elementos implícitos (I)
Conocimientos	
Conocimientos, informaciones, progreso, saberes, formación, mejora y hace la gente porque así les fue enseñado, respuestas aprendidas, conocimiento artístico,	Evolución, cambio.

Tabla 2

Componentes de cultura

científico o industrial, estándares de comportamiento adquiridos, como experiencias e instrucción, refinamiento de hábitos y conducta.	
Costumbres	
Costumbres.	Hábitos.
Reglas de Comportamiento	
Normas de comportamiento, maneras de ser, tipos de vestimenta, discernir valores, reglas espirituales, valores, sistema diferenciado de orienta necesario para todo tipo de actividades profesionales, ideas y reglas, sistema de valores espirituales, modos de vida, creencias.	Actitudes.
Capacidad de reflexionar y criticar	
Reflexionar sobre sí mismo, buscar nuevos significados, desarrollar juicio crítico, apreciación crítica mejorada.	Evolución, cambio.
Prácticas, representaciones y símbolos	
Prácticas, representaciones, símbolos.	Actitudes, hábitos.

Finalmente, articulando los componentes de la cultura presentados en la tabla 2, establecimos el concepto semántico para el término.

Significado: cultura es un conjunto de conocimientos, costumbres, reglas de comportamiento, prácticas, representaciones y símbolos que permiten a un individuo de una determinada comunidad ejercer sus actividades sociales, profesionales y científicas de manera crítica y reflexiva.

Ámbito de aplicación: las actividades cotidianas, sociales y profesionales ejercidas por un individuo. Se advierte que, a través del método de las comparaciones constantes, podemos identificar convergencias entre los significados traídos en diferentes fuentes, para luego agrupar y sintetizar los puntos relacionados y, a partir de esta síntesis, que origina los componentes de un determinado término, explicar su concepción semántica. Procedemos a continuación a la explicación de la concepción semántica para los demás términos que se presentamos en este artículo.

Concepciones semánticas del pensamiento, pensamiento matemático y cultura matemática

Utilizando los mismos pasos del método de comparación constante ilustrado en la sección anterior, presentamos a continuación la construcción de concepciones semánticas para los términos pensamiento, pensamiento matemático y cultura matemática. Como primer paso, en la tabla 3, enumeramos las diferentes

definiciones de pensamiento y categorías relacionadas con los elementos que, explícita o implícitamente, se vinculan a ellas.

Tabla 3

Definiciones de pensamiento y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de pensamiento	Categorías identificadas
Cambridge Dictionary (CUP, 2020)	
Proceso de usar la mente para entender asuntos, hacer juicios y resolver problemas.	E: Proceso de usar la mente para entender asuntos, hacer juicios y resolver problemas. I: Analizar, abstraer, deducir, inferir, inducir, criticar, representar, comunicar.
Abbagnano (2017)	
Actividad del intelecto o de la razón, en oposición a los sentidos y a la voluntad.	E: Actividad del intelecto o de la razón. I: Analizar, abstraer, deducir, inferir, inducir, criticar, representar.
Definición.de (https://definicion.de/)	
Productos elaborados por la mente por procesos racionales del intelecto o por abstracciones de la imaginación y que abarcan un conjunto de operaciones de la razón: análisis, síntesis, comparación, generalización y abstracción.	E: Productos elaborados por la mente. Procesos racionales del intelecto. Abstracciones de la imaginación. Conjunto de operaciones de la razón: análisis, síntesis, comparación, generalización y abstracción. I: No hay.

Nota. E=elementos explícitos; I=elementos implícitos.

Por medio del análisis de los elementos que identificamos como explícitos en las diferentes definiciones de pensamiento, en la tabla 4 señalamos las que componen esta noción.

Tabla 4

Componentes del pensamiento

Elementos explícitos (E)	Elementos implícitos (I)
Procesos racionales del intelecto o abstracciones de la imaginación.	
Procesos racionales del intelecto, abstracciones de la imaginación, usar la mente para entender asuntos, hacer juicios y resolver problemas, productos elaborados por la mente, conjunto de operaciones de la razón: análisis, síntesis, comparación, generalización y abstracción.	Analizar, abstraer, deducir, inferir, inducir, criticar, representar, comunicar.

Como consecuencia de las presentes informaciones de la tabla 4, establecemos la concepción semántica para el término pensamiento.

Significado: pensamiento es el resultado de procesos racionales del intelecto o de abstracciones de la imaginación.

Ámbito de aplicación: cualquier circunstancia de la vida de un individuo que le exija comprender situaciones o asuntos, hacer juicios y resolver problemas.

Presentamos, por medio de la tabla 5, diferentes definiciones del término pensamiento matemático y categorías relacionadas a los elementos que, de forma explícita o implícita, están asociados a esa idea.

Tabla 5

Definiciones de pensamiento matemático y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de Pensamiento Matemático	Categorías Identificadas
Definición.de (https://definicion.de/)	
Sistematización y contextualización del conocimiento de la Matemática que colabora con la capacidad de comprender conceptos de otra naturaleza y relacionarlos basado en esquemas y técnicas ordenados, convirtiendo cálculos, hipótesis, cuantificaciones y proposiciones en un recurso natural del cerebro. Promueve la capacidad de resolver problemas en diversas áreas por medio de la formulación de hipótesis y elaboración de previsiones; incentiva el raciocinio sobre los objetivos y los métodos a ser seguidos para alcanzarlos; permite relacionar conceptos que, aparentemente, están distantes unos de los otros; despierta la necesidad de ordenar y analizar las acciones y decisiones, mejorando el desempeño general.	E: Sistematización y contextualización del conocimiento de la Matemática. Capacidad de comprender conceptos de otra naturaleza y relacionarlos basado en esquemas y técnicas ordenados, convirtiendo cálculos, hipótesis, cuantificaciones y proposiciones en un recurso natural del cerebro. Capacidad de resolver problemas en diversas áreas por medio de la formulación de hipótesis y elaboración de previsiones. Raciocinio sobre los objetivos y los métodos a ser seguidos para alcanzarlos. Relacionar conceptos que, aparentemente, están distantes unos de los otros. Ordenar y analizar las acciones y decisiones a ser tomadas. I: Actuar científicamente, representar, comunicar, inducir, deducir, inferir, abstraer, generalizar, conjeturar.
Sternberg (1996)	
Definido por capacidades como: aprensión y procesamiento eficiente de informaciones, establecimiento y aplicación de relaciones, raciocinios inductivo y secuencial, empleo de manera hábil de diferentes lenguajes (materno,	E: Aprensión y procesamiento eficiente de informaciones, establecimiento y aplicación de relaciones, raciocinios inductivo y secuencial, empleo de manera hábil de diferentes lenguajes, memorización de informaciones

Tabla 5

Definiciones de pensamiento matemático y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de Pensamiento Matemático	Categorías Identificadas
matemático y simbólico), memorización de informaciones relevantes, percepciones visual y espacial. Involucra dos tipos de raciocinio: el cualitativo y el cuantitativo, y el pensamiento por analogía, en el que estrategias ya empleadas para resolver problemas anteriores son evaluadas con el objetivo de ser empleadas, aunque de maneras adaptadas, a una nueva situación. Tal pensamiento involucra la generalización, la creatividad y aspectos más allá de los cognitivos, como, actitudes, relaciones sociales y posibles imposiciones presentes.	relevantes, percepciones visual y espacial. Raciocinios cualitativo y cuantitativo. Pensamiento por analogía. Generalización y creatividad. Actitudes y relaciones sociales. I: Representar, comunicar, actuar científicamente, inferir, deducir, pensar analíticamente.
Pantseva (2014)	
Tiene que ver con objetos no necesariamente reales y que pueden ser interpretados de manera arbitraria. Relacionado a la capacidad para operar con un conjunto de conceptos y argumentos matemáticos lógicamente interrelacionados, con diferentes sistemas de símbolos del lenguaje matemático y con las estructuras de esta ciencia, así como la capacidad de representación espacial, sistematización, memorización e imaginación. Sus principales indicios son: (i) esquema lógico de raciocinio; (ii) comprensión de cada una de las partes que componen un argumento y (iii) laconismo.	E: Capacidad para operar con un conjunto de conceptos y argumentos matemáticos lógicamente interrelacionados, con diferentes sistemas de símbolos del lenguaje matemático y con las estructuras de esta ciencia. Capacidad de representación espacial, sistematización, memorización e imaginación. Esquema lógico de raciocinio, comprensión de cada una de las partes que componen un argumento y laconismo. I: Comunicar, pensar analíticamente, ser capaz matemáticamente, abstraer, visualizar, generalizar.
Tall (2013)	
Tiene origen en la percepción y acción sensorial humana y se desarrolla por medio del lenguaje y del simbolismo, permite la resolución de problemas, y requiere habilidad técnica para la realización de cálculos y manipulaciones de símbolos. Emerge por medio de temas	E: Origen en la percepción y acción sensorial humana. Se desarrolla por medio del lenguaje y del simbolismo. Permite la resolución de problemas. Requiere habilidad técnica para la realización de cálculos y manipulaciones de símbolos. Emerge por medio de temas

Tabla 5

Definiciones de pensamiento matemático y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de Pensamiento Matemático	Categorías Identificadas
relacionados a espacio y forma y al concepto de número.	relacionados a espacio y forma y al concepto de número. I: Comunicar, representar, ser capaz matemáticamente, visualizar.
Katagiri (2004)	
Permite comprender la necesidad de movilizar conocimientos y habilidades relacionadas a la Matemática en diferentes situaciones. Posibilita el desarrollo de habilidades necesarias para un aprendizaje autónomo. Es el resorte propulsor para relacionar nuevos conocimientos construidos y nuevas habilidades desarrolladas con conocimientos y habilidades ya incorporados. Se divide en tres categorías: actitudes matemáticas, pensamiento relacionado a métodos matemáticos y pensamiento relacionado a contenidos matemáticos. Las actitudes matemáticas están relacionadas a intentos de: entender claramente los problemas que deben ser resueltos, actuar lógicamente, expresar las ideas de manera clara y sucinta y hacer elecciones más apropiadas para llegar a la solución de un problema. El pensamiento relacionado a métodos matemáticos contempla, entre otros aspectos, los pensamientos: inductivo, deductivo y por analogía, la simplificación, la generalización y el uso de diferentes representaciones. Finalmente, el pensamiento relacionado a contenidos matemáticos se refiere a las ideas de conjuntos, unidades, expresiones, operaciones, algoritmos, aproximaciones, propiedades fundamentales, pensamiento funcional y fórmulas.	E: Comprender la necesidad de movilizar conocimientos y habilidades relacionadas a la Matemática en diferentes situaciones. Desarrollo de habilidades necesarias para un aprendizaje autónomo. Relacionar nuevos conocimientos construidos y nuevas habilidades desarrolladas con conocimientos y habilidades ya incorporados. Entender claramente los problemas que deben ser resueltos, actuar lógicamente, expresar las ideas de manera clara y sucinta y hacer elecciones más apropiadas para llegar a la solución de un problema. Pensamientos: inductivo, deductivo y por analogía, la simplificación, la generalización y el uso de diferentes representaciones. Ideas de conjuntos, unidades, expresiones, operaciones, algoritmos, aproximaciones, propiedades fundamentales, pensamiento funcional y fórmulas. I: Comunicación, actuar científicamente, inferir, pensar analíticamente, abstraer.

Tabla 5

Definiciones de pensamiento matemático y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de Pensamiento Matemático	Categorías Identificadas
Devlin (2012)	
Manera específica de pensar sobre las cosas del mundo, no necesariamente sobre Matemática, que engloba aspectos como pensamiento lógico y analítico y raciocinio cuantitativo.	E: Manera específica de pensar sobre las cosas del mundo. Engloba aspectos como pensamiento lógico y analítico y raciocinio cuantitativo. I: Actuar científicamente, raciocinio cualitativo, generalizar, abstraer, representar, comunicar.
Dreyfus y Eisenberg (1996)	
Procesos utilizados en el quehacer matemático, compuesto por facetas como: analogía, estructura, representación, visualización y reversibilidad del pensamiento.	E: Procesos utilizados en el quehacer matemático. Compuesto por facetas como: analogía, estructura, representación, visualización y reversibilidad del pensamiento. I: Generalizar, abstraer, sintetizar, modelizar, inducir, deducir, inferir.
Camarena (1999)	
Íntimamente relacionado al espíritu científico, a vincular intuitivamente con la Matemática diferentes situaciones; identificar magnitudes de grandezas; ser analítico, crítico, creativo; observar y reflexionar científicamente sobre un fenómeno; buscar comprender el por qué y la verdad de las cosas; actuar lógica y objetivamente; realizar deducciones e inducciones, etc.	E: Íntimamente relacionado al espíritu científico. Vincular intuitivamente con la Matemática diferentes situaciones; identificar magnitudes de grandezas; ser analítico, crítico, creativo; actuar lógica y objetivamente; realizar deducciones e inducciones. I: Representar, comunicar, generalizar, abstraer, sintetizar, inferir, prever.

Nota. E=elementos explícitos, I=elementos implícitos.

Reflexionando sobre los elementos que identificamos como explícitos en las diferentes definiciones de pensamiento matemático, enumeramos en la tabla 6 los componentes de esta noción.

Tabla 6

Componentes del pensamiento matemático

Elementos explícitos (E)	Elementos implícitos (I)
Procesos racionales del intelecto o abstracciones de la imaginación	

Tabla 6
Componentes del pensamiento matemático

Elementos explícitos (E)	Elementos implícitos (I)
Raciocinios cualitativo y cuantitativo. Pensamiento por analogía. Generalización y creatividad. Pensamientos: inductivo, deductivo y por analogía, la simplificación, la generalización. Raciocinio cuantitativo. Analogía, estructura, reversibilidad del pensamiento. Realizar deducciones e inducciones. Imaginación.	Inducir, deducir, inferir, abstraer, generalizar y conjeturar, sintetizar, modelizar. Raciocinio cualitativo.
Conocimiento matemático	
Relacionar conceptos aparentemente distantes unos de los otros. Capacidad para operar con un conjunto de conceptos y argumentos matemáticos lógicamente interrelacionados, con diferentes sistemas de símbolos del lenguaje matemático y con las estructuras de esta ciencia. Ideas de conjuntos, unidades, expresiones, operaciones, algoritmos, aproximaciones, propiedades fundamentales, pensamiento funcional y fórmulas.	Ser capaz matemáticamente.
Sistematización y contextualización del conocimiento matemático	
Sistematización y contextualización del conocimiento de Matemática. Capacidad de comprender conceptos de otra naturaleza y relacionarlos basado en esquemas y técnicas ordenados, convirtiendo cálculos, hipótesis, cuantificaciones y proposiciones en un recurso natural del cerebro. Capacidad de resolver problemas en diversas áreas por medio de la formulación de hipótesis y elaboración de previsiones. Relacionar conceptos aparentemente distantes unos de los otros. Capacidad para operar con un conjunto de conceptos y argumentos matemáticos lógicamente interrelacionados, con diferentes sistemas de símbolos del lenguaje matemático y con las estructuras de esta ciencia. Comprender la necesidad de movilizar conocimientos y habilidades relacionadas a la Matemática en diferentes situaciones. Relacionar nuevos conocimientos construidos y nuevas habilidades desarrolladas con conocimientos y habilidades ya incorporadas. Vincular	Ser capaz matemáticamente.

Tabla 6
Componentes del pensamiento matemático

Elementos explícitos (E)	Elementos implícitos (I)
Observación y reflexión científica	
intuitivamente con a Matemática diferentes situaciones. Identificar magnitudes de grandezas.	
Raciocinio sobre los objetivos y los métodos a ser seguidos para alcanzarlos. Aprensión y procesamiento eficiente de informaciones, establecimiento y aplicación de relaciones, raciocinios inductivo y secuencial, empleo de manera hábil de diferentes lenguajes. Entender claramente los problemas que deben ser resueltos, actuar lógicamente, expresar las ideas de manera clara y sucinta y hacer elecciones más apropiadas para obtener la solución de un problema. Manera específica de pensar sobre las cosas del mundo. Espíritu científico.	Actuar científicamente. Comunicar. Prever.
Capacidad de percibir visual y espacialmente, representar y memorizar	
Capacidad de representación espacial, sistematización, memorización. Memorización de informaciones relevantes, percepciones visual y espacial. Utilización de diferentes representaciones. Representación, visualización.	Representar. Visualizar.
Pensar de manera creativa, objetiva, lógica, analítica y crítica	
Esquema lógico de raciocinio, comprensión de cada una de las partes que componen un argumento y laconismo. Ordenar y analizar las acciones y decisiones a ser tomadas.	Pensar analíticamente.
Entender claramente los problemas que deben ser resueltos, actuar lógicamente, expresar las ideas de manera clara y sucinta y hace elecciones más apropiadas para obtener la solución de un problema.	
Pensamiento lógico y analítico. Ser analítico, crítico, creativo; actuar lógica y objetivamente	

Los componentes del pensamiento matemático explicados en la tabla 6, al articularse, dan lugar a la concepción semántica del referido término.

Significado: el pensamiento matemático es el resultado de procesos racionales del intelecto o de abstracciones de la imaginación realizados a partir de la observación

y reflexión científica de fenómenos de diferentes naturalezas, por medio de la sistematización y contextualización de conocimientos matemáticos, da capacidad de percibir visual y espacialmente, representar, memorizar, pensar de manera creativa, objetiva, lógica, analítica y crítica.

Ámbito de aplicación: las actividades cotidianas, sociales y profesionales ejercidas por un individuo.

Habiendo establecido lo que entendemos como cultura, pensamiento y pensamiento matemático, pasamos a la concepción semántica para el término cultura matemática que es, según Pantseva (2014) y Kostrova (2020), considerado por diferentes autores en perspectivas distintas directamente relacionadas a la amplitud, alcance, abordaje, objetivos y complejidad de cada uno de los estudios en los cuales el término es movilizad. En la tabla 7, enumeramos diferentes definiciones para el término y las categorías relacionadas a los elementos que, de forma explícita o implícita, están asociados a esta idea.

Tabla 7

Definiciones de cultura matemática y sus elementos explícitos e implícitos

Definición de cultura matemática	Categorías identificadas
Pantseva (2014)	
Relacionada a la esencia del pensamiento matemático de un individuo, al dominio que posee de la cadena de construcciones lógicas, conclusiones y evidencias de esta ciencia, a la capacidad de realizar análisis, comparación e integración de hechos y fenómenos a partir de los conocimientos matemáticos construidos.	E: Esencia del pensamiento matemático. Dominio de la cadena de construcciones lógicas, conclusiones y evidencias matemáticas. Capacidad de realizar análisis, comparación e integración de hechos y fenómenos a partir de los conocimientos matemáticos. I: Pensamiento analítico, conocimientos, contextualización, aplicación, capacidad de reflexión y crítica, representaciones y símbolos.
Ikramov (1981) (como se citó en Pantseva, 2014)	
Conjunto de conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas que forman parte de la cultura general de los individuos, que pueden movilizarlo sin sus actividades cotidianas y profesionales.	E: Conjunto de conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas. I: Aplicación, contextualización, capacidad de reflexión y crítica, representaciones y símbolos.

Tabla 7

Definiciones de cultura matemática y sus elementos explícitos e implícitos

Sushkova (2008) y Khudyakov (2000) (como se citó en Kostrova, 2020)	
Elemento de la educación de un individuo que incluye, de manera integrada, pensamiento, lenguaje y cognición.	E: Integración de pensamiento, lenguaje y cognición. I: Conocimiento, comunicación, aprendizaje, representaciones y símbolos.
Okuneva (2008) y Rozanova (2003) (como se citó en Kostrova, 2020)	
Sistema de conocimientos matemáticos, habilidades y su posibilidad de aplicación en la práctica.	E: Sistema de conocimientos matemáticos, habilidades y su posibilidad de aplicación. I: Contextualización, representaciones y símbolos.
Akmanova (2011), Bishop (1999), Pakhomova (2015), Rassokha (2002), Yuzi (2013) (como se citó en Kostrova, 2020)	
Parte de la cultura humana de un individuo y determina su capacidad de recibir, aplicar y perfeccionar sus conocimientos y habilidades matemáticas.	E: Capacidad de recibir, aplicar y perfeccionar conocimientos y habilidades matemáticas. I: Contextualización, aplicación, aprendizaje, representaciones y símbolos, capacidad de reflexión y crítica.
Brousseau (2009)	
Saber utilizar conocimientos matemáticos para elaborar preguntas e hipótesis, exigir explicaciones, discutir si determinada justificación es verdadera o falsa, comprender el lenguaje de esta ciencia y utilizar los conocimientos matemáticos como una forma de expresión y pensamiento y no una reproducción de contenidos.	E: Saber utilizar conocimientos matemáticos para elaborar preguntas e hipótesis, exigir explicaciones, discutir si determinada justificación es verdadera o falsa, comprender el lenguaje de esta ciencia y utilizar los conocimientos matemáticos como una forma de expresión y pensamiento. I: Pensamiento analítico, aplicación, capacidad de reflexión o crítica, representaciones y símbolos, comunicación, establecimiento de conjeturas.
Bishop (1999)	
Abordaje de la Matemática del punto de vista cultural relacionando características, valores, conceptos y simbolismos,	E: Abordaje de la Matemática del punto de vista cultural. Características, valores,

Tabla 7

Definiciones de cultura matemática y sus elementos explícitos e implícitos

aprendidos en la vivencia e interacción con otras personas y no de forma pasiva.	conceptos y simbolismos. Aprendizaje en la vivencia e interacción. I: Conocimientos, representaciones, capacidad de reflexión y crítica, comunicación interpersonal, aprendizaje cooperativo.
--	--

Nota. E=elementos explícitos, I=elementos implícitos.

En la tabla 8 especificamos, analizando lo obtenido en la tabla 7, los componentes de la cultura matemática.

Tabla 8

Componentes de la cultura matemática

Elementos explícitos (E)	Elementos implícitos (I)
Conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas	
Conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas, conceptos. Integración de pensamiento, lenguaje y cognición, simbolismo, aprendizaje.	Representaciones.
Lenguaje y comunicación	
Integración de pensamiento, lenguaje y cognición, comprender el lenguaje matemático y emplearlos conocimientos de esta ciencia como una forma de expresión y pensamiento, simbolismo, aprendizaje en la vivencia e interacción.	Representaciones, comunicación interpersonal, aprendizaje cooperativo.
Pensamiento Matemático	
Pensamiento matemático, dominio de la cadena de construcciones lógicas, conclusiones y evidencias matemática, capacidad de realizar análisis, comparación e integración de hechos y fenómenos a partir de los conocimientos matemáticos. Integración de pensamiento, lenguaje y cognición.	Pensamiento analítico, capacidad de reflexión y crítica, establecimiento de conjeturas.
Capacidad de aplicar y contextualizar conocimientos matemáticos	
Sistema de conocimientos matemáticos, habilidades y su posibilidad de aplicación. Capacidad de recibir, aplicar	No hay.

Tabla 8

Componentes de la cultura matemática

y perfeccionar conocimientos y habilidades matemáticas, utilizar conocimientos matemáticos para elaborar preguntas e hipótesis, exigir explicaciones, discutir si determinada justificación es verdadera o falsa, comprender el lenguaje de esta ciencia y emplear los conocimientos matemáticos como una forma de expresión y pensamiento.

Se pueden articular los componentes mencionados en la tabla 8 y, a partir de este procedimiento, se establece la concepción semántica de cultura matemática.

Significado: la cultura matemática es un conjunto de conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas que posibilitan a un individuo, aplicar y contextualizar los conocimientos matemáticos, pensar matemáticamente y utilizar el lenguaje matemático para comunicarse en diferentes contextos.

Ámbito de aplicación: actividades cotidianas, sociales y profesionales ejercidas por un individuo.

Habiendo alcanzado el objetivo de elaborar la concepción semántica de la cultura matemática y del pensamiento matemático, detallando al lector el proceso utilizado en el proceso de construcción, procedemos, entonces, la consecución del otro objetivo principal: explicar cómo los componentes de los términos mencionados y, en consecuencia, sus concepciones semánticas, se vinculan a los paradigmas y a la premisa asumida en la TMCC, siendo, por tanto, posible adoptarlas sin contradecir las subvenciones del citado marco teórico.

Relaciones de los paradigmas y de lo supuesto filosófico educativo de la TMCC con los componentes del pensamiento matemático y los componentes de la cultura matemática

Como se muestra en la tabla 9, los componentes obtenidos para el pensamiento matemático y la cultura matemática están vinculados a los paradigmas y premisas de la TMCC.

Como señalamos al presentar el marco teórico que sustenta nuestro estudio, uno de los objetivos al utilizar la TMCC en la planificación de asignaturas de Matemática en cursos de grado, en los que esta ciencia esté al servicio, o en la realización de investigaciones didáctico-pedagógicas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en la formación de profesionales, es enfocarse en el desarrollo de una cultura matemática y un pensamiento matemático que los

egresados de dichas carreras actúen de manera científica en su vida laboral, profesional y cotidiana .

Tabla 9

Paradigmas y supuesto filosófico educativo de la TMCC y sus relaciones con los componentes del pensamiento matemático y los componentes de la cultura matemática

Paradigmas, Supuesto Filosófico Educativo y sus Consecuencias	Vinculación con los componentes del Pensamiento Matemático	Vinculación con los componentes de la Cultura Matemática
<p>P1: La Matemática es una herramienta de apoyo y una disciplina formativa.</p> <p>C: La formación dada al estudiante debe capacitarlo para aplicar el conocimiento de forma interdisciplinaria en su futura actividad laboral y profesional; a desarrollar habilidades de pensamiento, una formación y actitud científica, crítica y analítica. Fomentar el egreso para que este pueda ser incluido en la vida social teniendo en cuenta factores de tipo económico, cultural, social, político y emocional.</p>	<p>La aplicación del conocimiento de forma interdisciplinaria en su futura actividad laboral y profesional, y sus habilidades de pensamiento están vinculados con los siguientes componentes del pensamiento matemático: procesos racionales del intelecto o abstracciones de la imaginación; conocimiento matemático; sistematización y contextualización del conocimiento matemático. También requiere la capacidad de percibir visualmente y espacialmente, representar y memorizar. La formación y actitud científica, crítica y analítica están relacionadas tanto a la observación y reflexión científica como al pensar de manera creativa, objetiva, lógica, analítica y crítica.</p>	<p>Están vinculadas todos los componentes, ya que, para la aplicación del conocimiento matemático de forma interdisciplinaria, es esencial que el estudiante haya construido conocimientos y desarrollado habilidades y capacidades matemáticas, haya desarrollado la capacidad de aplicar y contextualizar conocimientos matemáticos y movilizar el pensamiento matemático. Además, para insertarse en la vida social es primordial desarrollarse en lo que respecta al lenguaje y a la comunicación.</p>

Tabla 9

Paradigmas y supuesto filosófico educativo de la TMCC y sus relaciones con los componentes del pensamiento matemático y los componentes de la cultura matemática

Paradigmas, Supuesto Filosófico Educativo y sus Consecuencias	Vinculación con los componentes del Pensamiento Matemático	Vinculación con los componentes de la Cultura Matemática
<p>P2: La Matemática tiene una función específica en el nivel superior</p> <p>C: La formación deberá ayudar los estudiantes en la construcción de conocimientos específicos de la Matemática de la educación superior.</p>	<p>Vinculado a los procesos racionales del intelecto o abstracciones de la imaginación (ya que tales procesos son intrínsecos a la construcción del conocimiento científico) y al conocimiento matemático. Se vincula también a la capacidad de percibir visual y espacialmente, representar y memorizar. La sistematización y la contextualización del conocimiento matemático también pueden estar vinculadas a ese paradigma.</p>	<p>Están vinculados especialmente conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas. Si el estudiante desarrolla esos aspectos, la construcción del pensamiento matemático, las capacidades de aplicar y contextualizar conocimientos matemáticos también serán potenciadas.</p>

Tabla 9

Paradigmas y supuesto filosófico educativo de la TMCC y sus relaciones con los componentes del pensamiento matemático y los componentes de la cultura matemática

Paradigmas, Supuesto Filosófico Educativo y sus Consecuencias	Vinculación con los componentes del Pensamiento Matemático	Vinculación con los componentes de la Cultura Matemática
<p>P3: Los conocimientos nacen integrados</p> <p>C: La formación deberá tornar al estudiante más preparado para enfrentar con éxito sus estudios y su vida profesional.</p> <p>SFE: El estudiante debe ser capacitado para hacer la transferencia de los conocimientos de la Matemática a las áreas que los requieren.</p> <p>C: La formación ofrecida al estudiante deberá pretender la calidad y la eficiencia de la actividad laboral y profesional.</p>	<p>Están vinculados todos los componentes: para enfrentar con éxito las situaciones-problema con las cuales se va a deparar, para transferir los conocimientos matemáticos a las áreas que los requieren y ejercer con calidad y eficiencia sus actividades profesionales, es necesario, que el estudiante ponga en acción procesos racionales del intelecto o abstracciones de la imaginación; conocimientos matemáticos; la sistematización y la contextualización del conocimiento matemático; la observación y reflexión crítica; la capacidad de percibir visualmente y espacialmente, representar y memorizar; y el pensar de manera creativa, objetiva, lógica, analítica y crítica.</p>	<p>Están vinculadas todos los componentes: el estudiante necesariamente deberá construir conocimientos y desarrollar habilidades y capacidades matemáticas, desarrollar el pensamiento matemático y la capacidad de aplicar y contextualizar conocimientos matemáticos y desarrollar habilidades de lenguaje y comunicación.</p>

Nota. P=Paradigmas; SFE=Supuesto Filosófico Educativo; C=Consecuencias

Como se muestra en las tablas 5 y 7, las definiciones de los términos pensamiento matemático y cultura matemática ya han sido establecidas por diferentes autores, abarcando diferentes aspectos. Camarena (2021), en su investigación en el campo

de la TMCC, sintió la necesidad de explicar una definición para cada uno de los términos señalados, que evidenciaron los componentes comunes presentes en las demás definiciones y que, por tanto, podrían asumirse como los principales elementos constitutivos de estas nociones. Estos revelan lo que de hecho es esencial al referirse a los desarrollos del pensamiento matemático y la cultura matemática de un estudiante universitario que no será matemático, sino un profesional que empleará esta ciencia en sus actividades.

Apoyados en la concepción semántica de pensamiento matemático, suponemos que el desarrollo de esta forma de pensar en la formación de profesionales que necesitarán de la Matemática en su vida cotidiana, para realizar sus tareas, pero que no tendrán esta ciencia como su principal objeto de estudio (perspectiva de a TMCC), significa desarrollar las habilidades para: (a) percibir visual y espacialmente, representar, memorizar; (b) pensar de forma analítica, creativa, crítica, lógica y objetiva; (c) observar y reflexionar científicamente; (d) sistematizar los conocimientos matemáticos y (e) contextualizar los conocimientos matemáticos en situaciones de su área de actuación profesional.

De igual manera, a partir del concepción semántica de cultura matemática, desarrollar, en la formación de un profesional en un área en la que la Matemática está al servicio, la cultura matemática significa desarrollar un conjunto de conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas para que este profesional pueda: contextualizar y aplicar conocimientos matemáticos, pensar matemáticamente y utilizar el lenguaje matemático para comunicarse en diferentes contextos.

En la búsqueda de concepciones semánticas para los términos cultura matemática y pensamiento matemático, nos afiliamos a las ideas de Bishop (1999) relacionadas con el enfoque de las Matemáticas desde una perspectiva cultural. Cabe indicar que se expone el pensamiento matemático de un individuo como uno de los componentes de su cultura matemática. A partir de los trabajos consultados (tablas 5 y 7), mediante el método de reducción comparativa de la fase uno, se pudieron explicitar los diferentes componentes de la cultura matemática y del pensamiento matemático, según las concepciones semánticas para estos términos elaboradas por nosotros de manera adherente al TMCC. La figura 1 muestra los trabajos de los que se obtuvieron los componentes de la cultura matemática y el pensamiento matemático.

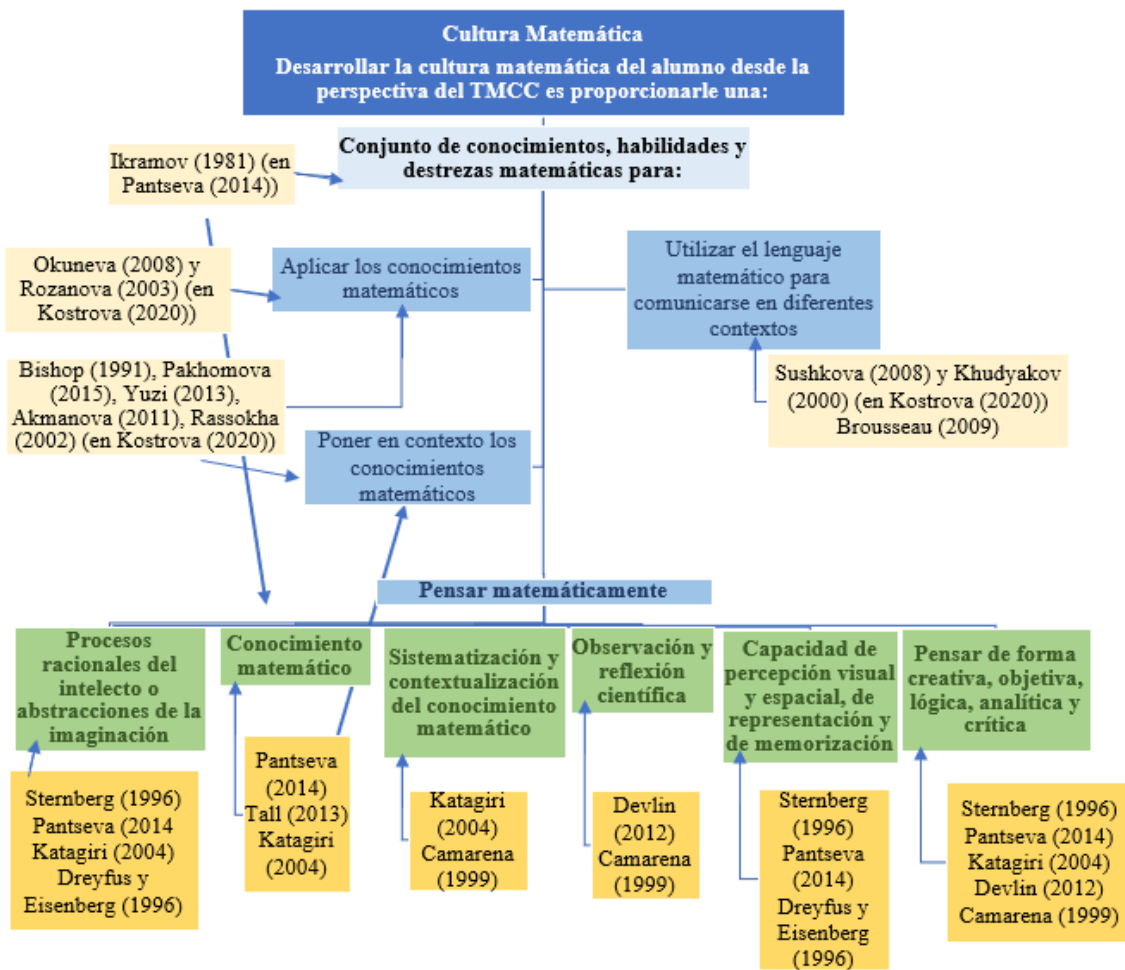


Figura 1. Fuentes bibliográficas para los componentes de la cultura matemática y el pensamiento matemático. Fuente: elaborado por los autores.

DISCUSIÓN

A continuación, procedemos a una discusión de los resultados obtenidos por nosotros de forma comparativa con las investigaciones mencionadas en la revisión bibliográfica presentada.

Comparando las caracterizaciones presentes en los trabajos citados en el apartado de revisión bibliográfica, para la cultura matemática a desarrollar por un profesional que necesitará utilizar los conocimientos de esta ciencia como herramientas en su vida profesional diaria, con la concepción semántica desarrollada por nosotros de acuerdo con los preceptos del TMCC, se observa que en relación con los componentes que hemos identificado para el mencionado término, el aspecto más presente en estas definiciones se asocia a la necesidad de un dominio de los conocimientos matemáticos. Este se constituye en un aspecto imprescindible para que un estudiante universitario de un curso en el que las Matemáticas son asignaturas en servicio sea matemáticamente alfabetizado

(Bitner, 2010; Fayzullaev, 2020; Ignatyeva et al., 2012; Ilyashenko, 2020; Ivanovna y Yurievna, 2013; Kostrova, 2020; Nikitina et al., 2017; Pantseva, 2014).

Otro componente presente en muchas de las definiciones propuestas por los autores consultados es la aplicación y contextualización del conocimiento matemático. Este aspecto se hace explícito mediante: Kostrova (2020), Pantseva (2014), Ilyashenko (2020), Bitner, 2010, Nikitina et al. (2017), Ignatyeva et al. (2012) e Ivanovna y Yurievna (2013).

En cuanto al uso del lenguaje matemático para comunicarse en diferentes contextos, solo Kostrova (2020), Fayzullaev (2020) y Filonova et al. (2019) asocian este componente a la cultura matemática, aunque, a nuestro juicio, es un elemento central para el desempeño profesional competente. En ninguno de los trabajos presentes en la revisión bibliográfica se explicita, al menos directamente, el pensamiento matemático como componente de la cultura matemática. Sin embargo, además del uso adecuado del lenguaje matemático, en nuestra opinión, este componente es fundamental, y pensar matemáticamente es quizás la principal acción que permite caracterizar a un profesional como poseedor de una cultura matemática adecuada para el desempeño de su trabajo.

Al establecer comparaciones entre la concepción semántica que elaboramos en el ámbito del TMCC para el término pensamiento matemático, teniendo en cuenta su desarrollo por parte de un profesional que necesitará emplear conocimientos de esta área en su desempeño, con las concepciones explicitadas en los trabajos referidos a esta temática que componían la revisión bibliográfica realizada por nosotros, identificamos que sólo en Navarro Salas (1999) no se explicita el componente procesos racionales del intelecto o abstracciones de la imaginación. Su presencia en la totalidad de las obras consultadas es plenamente esperable, ya que su contenido se traduce en la definición misma del pensamiento.

El segundo componente más presente en los trabajos que analizamos es la sistematización y contextualización del conocimiento matemático, mencionado implícita o explícitamente en los textos de los que son autores Rahman et al. (2013), Navarro Salas (1999), Moreno Jiménez (2014), Faustino et al. (2013, 2014a, 2014b, 2014c), Venturas et al. (2013) y Vintere y Zeidmane (2014). Desde nuestro punto de vista, una vez más, el gran énfasis en este ingrediente del pensamiento matemático es predecible, ya que, cuando se busca que un profesional desarrolle el pensamiento matemático, el objetivo principal es que sea competente para sistematizar y contextualizar el conocimiento matemático permitiendo su aplicación en diferentes contextos. Del mismo modo, entendemos que no es posible que un profesional piense matemáticamente sin haber construido conocimientos matemáticos. En este sentido, sorprende que este componente no haya sido explicado por Navarro Salas (1999), Moreno Jiménez (2014), González Macías et al. (2017) y Dieguez Batista et al. (2017).

La asociación entre el pensamiento matemático y la observación y reflexión científica de los fenómenos es un punto común entre la concepción semántica elaborada por nosotros y las presentes en siete trabajos de nuestra revisión

bibliográfica, a saber: Navarro Salas (1999), Moreno Jiménez (2014), González Macías et al. (2017), Faustino et al. (2014a, 2014b, 2014c) y Dieguez Batista et al. (2017). Directamente relacionado con el aspecto, pero no necesariamente mencionado por los mismos autores, está el componente pensar de forma creativa, objetiva, lógica, analítica y crítica, puntuado por Rahman et al. (2013), Moreno Jiménez (2014) y Faustino et al. (2013).

Por último, señalamos que el componente capacidad de percepción visual y espacial, representación y memorización está presente en cuatro de los artículos analizados en la sección de revisión, a saber: Faustino et al. (2014a, 2014b, 2014c) y Dieguez Batista et al. (2017).

CONCLUSIONES

Los primeros objetivos alcanzados fueron la elaboración de las concepciones semánticas de la cultura y el pensamiento, que subvencionaron las fases posteriores del trabajo realizado. Al implementar el método de reducciones comparativas de la primera fase, a partir de diferentes definiciones de los términos cultura matemática y pensamiento matemático, logramos el objetivo principal: elaborar la concepción semántica de cultura matemática y pensamiento matemático, detallando al lector el proceso utilizado en esta construcción. Al lograr este objetivo, obtenemos indirectamente una recopilación de concepciones ya consagradas por la literatura, mientras que, como resultado principal, elaboramos una nueva y, por lo tanto, original, en la que destacamos precisamente los puntos considerados centrales por diferentes autores al presentar sus definiciones.

Entendemos que el trabajo realizado nos ha permitido elaborar concepciones que, al margen de las particularidades asumidas por los distintos autores, enfatizan los aspectos más consensuados y, por tanto, no dependientes exclusivamente de las posiciones filosóficas que defienden, lo que nos autoriza a considerar como logrado uno de los objetivos secundarios que elegimos para este artículo: identificar las convergencias en las distintas definiciones de los términos cultura, pensamiento, pensamiento matemático y cultura matemática, destacando sus componentes esenciales.

Al mismo tiempo, en la sección de análisis, logramos el segundo objetivo principal de este trabajo: explicar cómo las concepciones semánticas desarrolladas están vinculadas a la TMCC. Como es evidente, los conceptos desarrollados, aunque no están explícitamente vinculados a una posición filosófica específica, no contradicen los paradigmas y supuestos asumidos en la investigación en el campo de la TMCC, por lo que pueden ser considerados en este marco teórico.

Por último, entendemos que a los investigadores en Educación Matemática, especialmente a los que se dedican a cuestiones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en la formación universitaria de los diferentes

profesionales, les puede ayudar el hecho de tomar conciencia de los elementos que caracterizan el pensamiento matemático y la cultura matemática. Esto, tanto en sus investigaciones académicas como en la planificación y puesta en práctica de planes de estudio de Matemáticas adecuados para el desarrollo de estos aspectos, así como en la elaboración de materiales didácticos que puedan ser utilizados en el aula por ellos mismos o por otros profesores que trabajen en carreras como Ingeniería, Administración de Empresas, Economía, Biología, Informática etc. Para que los futuros profesionales que se están formando tengan la oportunidad de desarrollar —y posteriormente movilizar en sus acciones— el pensamiento matemático y la cultura matemática, ya que “cada actividad profesional requiere un tipo particular de cultura matemática que permita al individuo ser un usuario inteligente de las Matemáticas” (Howson et al. 1988, p. 9).

Como se desprende de las ideas de algunos de los autores citados en el apartado del marco teórico, el desarrollo de la cultura matemática, con especial énfasis en uno de sus componentes, el pensamiento matemático, es un aspecto primordial para la formación de profesionales competentes y cualificados. Para Howson et al. (1988), dado que las Matemáticas son parte integrante de la cultura general de cada época, ningún ciudadano debería verse privado de su desarrollo en su formación profesional. Aunque las tecnologías pueden sintetizar los cálculos, evitar posibles errores y ahorrar tiempo, como señala Roubine (1988), es fundamental una amplia cultura matemática para los profesionales que van a utilizar las herramientas propias de esta ciencia.

Estamos de acuerdo con Howson et al. (1988), quienes afirman que el desarrollo de una cultura matemática, entendida como una amalgama de modos de pensamiento matemático y de conocimientos matemáticos esenciales para una determinada profesión, “parece más adecuado a las necesidades actuales (en lo que se refiere a la formación de un profesional) que el desarrollo, a menudo enfatizado, de una gama ‘fundamental’ de técnicas” (p.10), ya que, según los mismos autores, la cultura matemática “es una parte esencial de la cultura general que necesita todo ciudadano para comprender nuestro mundo y tratar críticamente la información y los datos. Ya es una herramienta esencial para muchas profesiones y será necesaria para muchas más en el futuro” (Howson et al., 1988, p. 90).

Como proyecciones de este trabajo, podemos mencionar: (i) analizar cuán apropiadas son las concepciones semánticas elaboradas al considerar otros marcos teóricos distintos al TMCC; (ii) identificar las especificidades de la cultura matemática y del pensamiento matemático que necesitan desarrollar los distintos profesionales que hacen uso de esta ciencia, analizando qué componentes de cada uno de estos términos adquieren mayor protagonismo en cada caso; y (iii) realizado los estudios indicados en el punto (ii), elaborar materiales didácticos que puedan ayudar al desarrollo de la cultura matemática y del pensamiento matemático por parte de los distintos profesionales.

Como limitación del trabajo, mencionamos que las concepciones semánticas presentadas fueron elaboradas únicamente a partir de fuentes bibliográficas.

Entrevistas con profesionales de diferentes áreas que utilizan el conocimiento matemático en su trabajo, así como con profesores que imparten clases en cursos en los que las Matemáticas están presentes como asignaturas en servicio, podrían explicar otros elementos como componentes de la cultura matemática y del pensamiento matemático además de los identificados por nosotros.

REFERENCIAS

- Abbagnano, N. (2017). *Dicionário de filosofia*. WMF Martins Fontes.
- Ahmed, I. A. (1988). *Teaching Service Mathematics-Remarks from a Third World Perspective*. University of Gezira.
- Alpers, B., Demlova, M., Fant, C-H., Gustafsson, T., Lawson, D., Mustoe, L., Olsson-Lehtonen, B., Robinson, C. y Velichova, D. (2013). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. Report of the Mathematics Working Groups*. European Society for Engineering Education: SEFI. <https://www.sefi.be/publication/a-framework-for-mathematics-curricula-in-engineering-education/>
- Angulo, M. N. (2004). *De la sociedad de la información a la sociedad del conocimiento: más que un glosario*. Instituto Politécnico Nacional.
- Arenas Castellanos, M. V. y Fernández de Juan, T. (2009). Formación pedagógica docente y desempeño académico de alumnos en la facultad de Ciencias Administrativas de la UABC. *Revista de la Educación Superior de las ANUIES*, 38(150), 7-18.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1990). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas.
- Bachelard, G. (1971). *Epistemología*. Editorial Anagrama.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós.
- Bitner, G. G. (2010). Features of Activity Approach in the Formation of Students Mathematical Culture. *RUDN Journal of Psychology and Pedagogics*, 3(1), 55-59.
- Bizelli, M. H. S. S. (2003). *A Matemática na formação do químico contemporâneo*. Universidade Estadual Paulista.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (2009). *Entrevista à Revista Nova Escola* [Entrevista concedida a Thais Gurgel]. <https://novaescola.org.br/conteudo/545/guy-brousseau-a-cultura-matematica-e-um-instrumento-para-a-cidadania>
- Bunge, M. (2013). *La ciencia, su método y su filosofía*. Sudamericana.
- Camarena, P. (1999). *Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería* (Reporte de proyecto de investigación, CGPI-IPN: 990413). Editorial ESIME-IPN.

- Camarena, P. (2011). Concepción de competencias de las ciencias básicas en el nivel universitario. En A. J. Dipp y A. B. Macías (Eds.), *Competencias y Educación-miradas múltiples de una relación* (pp. 88-118). Instituto Universitario Anglo Español A. C y Red Durango de Investigadores Educativos A. C.
- Camarena, P. (2013). A 30 años de la teoría educativa “Matemática en el contexto de las ciencias”. *Revista Innovación Educativa (México, DF)*, 13(62), 17-44.
- Camarena, P. (2014). La matemática social en el desarrollo integral del alumno. *Innovación educativa (México, D.F.)*, 14(65), 143-149.
- Camarena, P. (2018). Formación por competencias en las ciencias básicas de la ingeniería. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11(2), 294-320. <https://doi.org/10.3895/rbect.v11n2.8430>
- Camarena, P. (2021). *Teoría de la matemática en el contexto de las ciências*. EDUNSE.
- Cambridge University Press (2020). Cambridge Dictionary. <https://www.dictionary.cambridge.org>
- Carreño F. (1986). La formación de docentes en la educación superior. *Revista de la Educación Superior*, 59(15), 1-4.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Aique Grupo Editor S. A.
- Christensen, S. H., Didier, C., Jamison, A., Meganck, M., Mitcham, C. y Newberry, B. (Ed.) (2015). *International perspectives on engineering education: Engineering education and practice in context*. Springer.
- Devlin, K. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking*. Palo Alto.
- Devlin, K. J. (2019). How technology has changed what it means to think mathematically. En M. Danesi (Ed.), *Interdisciplinary Perspectives on Math Cognition* (pp. 53-78). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22537-7_3
- Díaz Barriga, A. (1997). *Didáctica y currículum: Convergencias en los programas de estudio*. Paidós Educador.
- Díaz Mederos, D. D. (2010). *Formación por competencias del Docente de Categoría Superior de la Universidad de Cienfuegos para la Gestión de Proyectos de Internacionalización*. [Tesis maestría, Universidad Cienfuegos-Carlos Rafael Rodríguez].
- Real Academia Española (2020). Diccionario de la Lengua Española. <https://dle.rae.es>
- Dieguez Batista, R., Numa Rodríguez, M., Pérez Sánchez, N., Wongo Gungula, E., Fardales Macías, V. E., Puig Jiménez, O., Torrecilla Díaz, R., Martín Perez, A. y Anatolievna Dugareva, E. (2017). La Apropiación Significativa de Contenidos Matemáticos como Proceso Básico en la Formación del Profesional Universitario. *Revista Anales de la Academia de Ciencias de Cuba*, 7(1), 1-15.
- Dreyfus, T. y Eisenberg, T. (1996). On Different Facets of Mathematica Thinking. En R. J. Sternberg y T. Ben-Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 253-284). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Duval, R. (1999). *Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática.
- Faustino, A., Pérez Sánchez, N. y Dieguez Batista, R. (2013). Propuesta para el proceso de formación del Pensamiento Matemático Lateral en la Educación Superior Angolana. *Universidad & Ciencia*, 2(3), 79-92.
- Faustino, A., Pérez Sánchez, N. y Dieguez Batista, R. (2014a). El pensamiento matemático-investigativo desde el enfoque científico tecnológico. *Multiciencias*, 14(1), 80-87.
- Faustino, A., Pérez Sánchez, N. y Dieguez Batista, R. (2014b). Orientaciones didácticas para formación de la cultura matemática-investigativa en la Educación Superior. *Multiciencias*, 14(4), 410-417.
- Faustino, A., Pérez Sánchez, N. y Diéguez Batista, R. (2014c). Consecuencia de la formación matemática investigativa en la Educación Superior Angolana. *Editorial Universitaria Félix Varela*, 3(2), 10-45.
- Fayzullaev, J. (2020). Mathematical competence as the basis for improving the quality of students' mathematical education. *European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences*, 8(3), 36-41.
- Fielden, J. (1998). *La formación del personal de la Educación Superior: una misión permanente*. UNESCO.
- Filonova, L. N., Kosovskikh, S. V., Usynina, N. F. y Ischenko, N. V. (2019). Mathematical Culture as Basis for Improving Vocational Training Progress of University Students. En *Proceedings of the 2nd International Conference on Education Science and Social Development (ESSD 2019)* (147-150). Atlantis Press.
- Giga, Y. y Kobayashi, T. (Ed.) (2013). *What Mathematics Can Do for You: Essays and Tips from Japanese Industry Leaders*. Springer Science & Business Media.
- González Macías, G., Gálvez, F. y Yambay, V. (2017). La Formación del Pensamiento Matemático en los Estudiantes de Tecnología en Administración de Empresa: aspectos claves en una educación inclusiva. En M. R. T. Benítez & R. A. Serrano (Coord.). *Memorias del tercer Congreso Internacional de Ciencias Pedagógicas: Por una educación inclusiva: con todos y para el bien de todos* (pp. 2186-2193). Instituto Tecnológico Bolivariano de Tecnología.
- Howson, A. G., Kahane, J. P., Lauginie, P. y Turckheim, E. (1988). Mathematics as a Service Subject. En R. R. Clements (Ed.), *Selected Papers on the teaching of mathematics as a service subject* (p. 1). Springer Verlag.
- Ignatyeva, N. G., Zhukova, G. S. y Noga, S. N. (2012). Developing professional mathematical culture of economists of sanatoria and health resorts in the system of professional training. *Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева (Bulletin of the I. Yakovlev Chelyabinsk State Pedagogical University)*, 73(1), 73-78.
- Ilyashenko, L. K. (2020). Formation of mathematical competence as an essential element professional training of future engineers (on the example of surgut

- branch of tyumen industrial university). *Journal of Critical Reviews*, 7(1), 336-340.
- Imbernón, F. (1998). *La formación y el desarrollo profesional del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional*. Graó.
- Ivanovna, N. N. y Yurievna, R. E. (2013). Educational Technologies Formation for Professional Mathematical Culture of Specialists in Business Computer Science in Higher Education Institutions. *Историческая и социально-образовательная мысль* (Historical and Socio-Educational Thought), 18(2), 84-89.
- Katagiri, S. (2004). *Mathematical Thinking and How to Teach It*. CRICED, University of Tsukuba.
- Kostrova, Y. S. (2020). Biomathematical Culture and Peculiarities of Its Formation of Students of Biological Specialties. En D. Solovev (Ed.), *International Scientific Conference "Far East Con" (ISCFEC 2020)* (pp. 2641-2646). Atlantis Press.
- Lakatos, E. V. y Marconi, E. M. A. (2021). *Fundamentos da metodologia científica*. São Paulo: Atlas.
- Trevisan, R. (Coord.) (2020). *Michaelis Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa*. Editora Melhoramentos Ltda. <https://michaelis.uol.com.br>
- Moreno Jiménez, Y. J. (2014). *Estrategias Mediadoras e Inovadoras en los Procesos de Enseñanza que Desarrollan Pensamiento Matemático en los Estudiantes de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Corporación Universitaria Iberoamericana*. Corporación Universitaria Iberoamericana.
- Navarro Salas, J. (1999). La matemática en la formación personal y profesional. *Ingeniería y Desarrollo*, 5(1), 1-5.
- Nicolescu, B. (1998). *La transdisciplinariedad, una nueva visión del mundo. Manifiesto*. Ediciones Du Rocher.
- Nikitina, N. I., Romanova, E. Y., Nikishina, I. N., Povetkin, S. A. y Grebennikova, V. M. (2017). Professional Mathematical Culture of Business Informatics Specialists and the Process of its Development at the University. *Indian Journal of Science and Technology*, 10(2), 1-11. <https://doi.org/10.17485/ijst/2017/v10i2/110406>
- Pantseva, E. Y. (2014). Mathematical culture - an aspect of professional culture. *Scientific and methodical electronic journal Concept*, 20(1), 01-20.
- Piaget, J. (1991). *Introducción a la epistemología genética: El pensamiento matemático*. Editorial Paidós.
- Popper, K. R. (1980). *La lógica de la Investigación científica*. Editorial Tecnos S. A.
- Rahman, R. A., Yusof, Y. M., Ismail, Z., Kashefi, H. y Firouzian, S. (2013). A new direction in engineering mathematics: Integrating mathematical thinking and engineering thinking. En Research in Engineering Education Network (Eds.), *Proceedings of the Research in Engineering Education Symposium* (1-7). Universiti Teknologi Malaysia.

- Rojas, M. I. (2010). Formación y profesionalización de la docencia en el nivel superior, Reflexiones sobre el caso mexicano. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 3(1), 03-21
- Roubine, E. (1988). Some Reflections about the teaching of mathematics in engineering schools. En R. R. Clements (Ed.). *Selected Papers on the teaching of mathematics as a service subject* (pp. 70-74). Springer Verlag.
- Sternberg, R. J. (1996). What is Mathematical Thinking. En R. J. Sternberg y T. Ben-Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 303-318). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Strauss, A. L. (2003). *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge University Press.
- Taba, H. (1974). *Elaboración del currículo*. Editorial Troquel.
- Tall, D. (2013). *How Humans Learn to Think Mathematically. Exploring the Three Worlds of Mathematics*. Cambridge University Press.
- Tyler, R. (1973). *Principios básicos del currículo*. Editorial Troquel.
- Venturas, J. R. O., Obregón, J. M. R., Pérez, A. E. E. y López, J. R. D. (2013). Las Herramientas Matemáticas en la Formación Técnico Profesional del Tecnólogo de la Salud. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 13(3), 1-28. <https://doi.org/10.15517/aie.v13i3.12033>
- Vintere, A. y Zeidmane, A. (2014). Mathematics studies at university: effect on the professional competence. In *Society. Integration. Education. Proceedings of the International Scientific Conference* (316-323). Rēzeknes Augstskola.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The development in higher psychological processes*. Harvard University Press.

Patricia Camarena Gallardo
(in memoriam)
Instituto Politécnico Nacional de
México

Gabriel Loureiro de Lima
Pontificia Universidade Católica de São
Paulo, Brasil
gllima@pucsp.br

Eloiza Gomes
Instituto Mauá de tecnologia
eloiza@maua.br

Barbara Lutaif Bianchini
Pontificia Universidade Católica de São
Paulo, Brasil
barbara@pucsp.br

Recibido: junio de 2021. Aceptado: junio de 2022

doi: 10.30827/pna.v17i1.21583



ISSN: 1887-3987