La situación argumentativa: un modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil

Claudia Elizabeth Cornejo-Morales, Manuel Goizueta y Ángel Alsina

Se presenta un modelo, denominado Situación Argumentativa (SA), para analizar y caracterizar la argumentación en la Educación Matemática Infantil. Desde un enfoque integrador que considera aspectos contextuales y funcionales de la argumentación, la SA considera cinco componentes: argumento (¿qué se argumenta? y ¿por qué?); interacción (¿quiénes argumentan?); función de la argumentación (¿para qué se argumenta?); carácter de la argumentación (¿cómo se argumenta?); y matemática (¿sobre qué se argumenta?). Para ejemplificar el uso de la SA y dar cuenta de sus alcances y limitaciones, presentamos el análisis de tres episodios de clase. Finalizamos discutiendo las proyecciones del modelo para las matemáticas de las primeras edades.

Términos clave: Argumentación; Educación Infantil; Educación matemática; Instrumento de observación de clase; Situación Argumentativa.

A model to analyze argumentation in Early Childhood Mathematics Education

A model to analyze argumentation in Early Childhood Mathematics Education is presented, called Argumentative Situation (AS), to characterize argumentation in Childhood mathematics classroom. From an integrative approach that considers contextual and functional aspects of argumentation, AS considers five components: argument (what is argued? and why?); interaction (who argues?); functions of argumentation (what is it argued for?); character of the argument (how is it argued?); and Mathematics (what is argued about?). We present analyses of three class episodes in order to exemplify the use of AS and to account for its scope and limitations. We finish by discussing projections of the model.

Keywords: Argumentation; Argumentative Situation, Early Childhood Education; Classroom observation instrument; Mathematics education.

Cornejo-Morales, C. E., Goizueta, M. y Alsina, Á. (2021). La situación argumentativa: un modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil. *PNA 15*(3), 159-185.

En las últimas décadas, diversos organismos y autores han subrayado la importancia de la Educación Matemática Infantil como base imprescindible para el desarrollo del pensamiento matemático. La enseñanza de las matemáticas en el nivel infantil tiene una finalidad propia, por lo que no debe considerarse una etapa preparatoria, sino un periodo educativo esencial para promover el desarrollo progresivo de los primeros conocimientos matemáticos, de naturaleza intuitiva, que forman parte del desarrollo integral de las personas (Alsina, 2015, 2020a). Clements y Sarama (2009), Geist (2014) y el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003), entre otros, proponen estándares para este nivel que reflejan la cultura matemática que la sociedad necesita. El NCTM (2003), en concreto, propone cinco estándares que describen los contenidos que deberían aprender los estudiantes (Número y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de Datos y Probabilidad) y cinco estándares de procesos (Resolución de Problemas, Modelización, Razonamiento y prueba, Argumentación, Comunicación, Conexiones y Representación), que ponen de relieve las formas de adquisición y uso de los contenidos.

En línea con estos planteamientos, Alsina (2020a, 2020b) subraya la necesidad de planificar y gestionar la enseñanza de los contenidos a través de los procesos matemáticos, para promover una enseñanza que implique pensar y hacer, más que memorizar definiciones y procedimientos. En este contexto, la argumentación resulta una actividad clave a desarrollar en la formación matemática desde los niveles iniciales, destacando su importancia para el desarrollo del razonamiento (Krummheuer 2013; Perry y Dockett, 2007), condición necesaria para la formación de ciudadanos críticos y reflexivos (Cornejo-Morales y Goizueta, 2019; OECD, 2004). A pesar de su relevancia y de la necesidad de impulsar el desarrollo de la argumentación desde las primeras edades, tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil se ha focalizado en aprendizajes mecánicos (e.g., contar colecciones, escribir correctamente los números), lo que ha dejado poco margen para que se argumente en las clases de matemáticas.

Por otra parte, existen diversas aproximaciones teóricas desde las que se han investigado y caracterizado los elementos centrales de la argumentación y de la argumentación en matemáticas. Estas aproximaciones, que desde un punto de vista global enriquecen el campo, tienden a abordar el análisis de la argumentación focalizándose en su estructura y en los tipos de argumentos, lo que, desde nuestro de punto de vista, no responde a las características de la Educación Infantil. Los niños pequeños suelen expresar sus ideas mediante frases breves, poco elaboradas y de manera no estructurada, o mediante acciones no verbales, cambiando de foco e interés rápidamente a medida que reciben nuevos estímulos. Por esto, consideramos necesario definir un modelo de análisis para la Educación Infantil que sea integrador y que considere aspectos tanto contextuales como funcionales de la argumentación.

Este artículo tiene dos finalidades interrelacionadas: por un lado, caracterizar la argumentación en Educación Matemática Infantil considerando las aportaciones de diversos autores, dando cuenta de los elementos centrales que la definen; por otro lado, con base en esta caracterización, presentar un modelo de análisis integrador de la argumentación en las matemáticas de los niveles iniciales, al que denominamos Situación Argumentativa (SA). Para ejemplificar el uso del modelo, lo aplicamos al análisis de tres episodios de clase en un aula de Educación Infantil. Finalmente, damos cuenta de los alcances y limitaciones del modelo, y de sus proyecciones para las matemáticas de las primeras edades.

Caracterización de la argumentación

Adaptando caracterizaciones anteriores de la argumentación (Boero, 2011; Toulmin, 1958) y de la argumentación en el aula de matemáticas (Cornejo-Morales y Goizueta, 2019; Douek, 2007; Krummheuer, 1995), y con el propósito de responder a las necesidades específicas de la Educación Infantil, en este estudio interpretamos la argumentación como una actividad comunicativa y situada por medio de la cual los niños y niñas entregan razones (para otros o para sí mismos) para justificar y convencer (o convencerse) sobre cierta posición o cuestionarla reflexivamente. El elemento central de la argumentación son los argumentos que, en las primeras edades, se pueden considerar producto de la actividad cognitiva y emocional de los niños y niñas, así como de sus conductas imitativas. Estos argumentos corresponden tanto a las producciones orales, gestuales, pictóricas y escritas que usan los niños y niñas para justificar o cuestionar, como a las reconstrucciones lingüísticas posteriores – incluyendo las realizadas por un observador – mediante las que se expresa sintéticamente el aspecto argumentativo de tales producciones. En el caso del aula de matemáticas de Educación Infantil, nos interesa quién argumenta, para qué argumenta, sobre qué argumenta y por qué, quiénes intervienen y cómo lo hacen, teniendo en cuenta las posibilidades y estilos expresivos típicos de estas edades.

Argumentación y aprendizaje

Al hablar sobre la argumentación en el aula nos referimos directamente a la relación intrínseca entre aprendizaje y argumentación. Al igual que Wells y Arauz (2005), para nosotros el aprendizaje es una co-construcción conjunta y dialógica de significados, discursiva, participativa y colaborativa, donde los participantes de la actividad construyen y reconstruyen el conocimiento como producto y medio para solucionar problemas y llegar a comprensiones compartidas sobre un tema.

Andriessen, Bakker y Suthers (2003) sugieren que se puede entender la relación argumentación–aprendizaje desde dos perspectivas complementarias: Aprender a Argumentar y Argumentar para Aprender. Según Schwarz (2009), estos dos enfoques no son independientes, sino que están entrelazados y son inseparables en el aula.

Aprender a argumentar se refiere a la adquisición de habilidades generales, como justificar, desafiar, contraponer, conceder, refutar, dar contraejemplos, y, en el caso de las matemáticas, está ligada al reconocimiento de los requisitos epistémicos de la disciplina en el nivel educativo de referencia. Según Schwarz, Neuman, Gil e Ilya (2003), la competencia argumentativa se utiliza durante el proceso de razonamiento y su resultado es un argumento, entendido como una estructura (conclusión y razones que lo sustentan). Desde este posicionamiento, la construcción de conocimiento es el resultado de la aplicación de habilidades generales para acceder al conocimiento y para construir y evaluar argumentos, entre las que destacan la capacidad de dar razones, de construir un contraargumento o de responder a contraargumentos, entre otras (Kuhn, 1991).

Por otro lado, Argumentar para aprender se refiere a la argumentación como medio para construir nuevos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, cuando en un contexto de interacción, negociación y diálogo los estudiantes están resolviendo una tarea colaborativamente y aportan distintos argumentos acerca de la estrategia más eficaz para su resolución, principalmente están argumentando para aprender, aunque esto no impide que también puedan estar mejorando sus habilidades para argumentar. Desde el enfoque Argumentar para aprender, Andriessen (2006) afirma que, cuando la argumentación forma parte de una práctica colaborativa, ayuda a los estudiantes a lograr una amplia variedad de objetivos de aprendizaje. En la medida en que la argumentación permite tender puentes entre los procesos interpersonales e intrapersonales, se convierte en una buena candidata para propiciar la construcción del conocimiento (Schwarz et al., 2003). Esta construcción se da en la interacción entre los discursos interpersonal e intrapersonal de los participantes a través de conversaciones en pequeños y grandes grupos, cuando manifiestan y justifican sus puntos de vista, posibilitando que otros los consideren. La argumentación 1) implica elaboración, razonamiento y reflexión, ya que las actividades que la promueven contribuyen a un aprendizaje conceptual más profundo; 2) ayuda a los estudiantes a aprender sobre estructuras argumentativas (e.g., causa, consecuencia, datos, garantías); 3) ayuda a desarrollar la conciencia social y la capacidad de colaboración de forma general; y 4) permite participar efectivamente en diversos contextos, pues en todos los grupos humanos se comparte una tradición común sobre cómo argumentar de manera competente.

Argumentación colectiva en el aula de matemáticas

La noción de argumentación colectiva se basa en el trabajo pionero de Miller (1987), quien definió tres principios interactivos esenciales para vincular la participación de los estudiantes con el aprendizaje en un contexto de trabajo en grupo: 1) el Principio de Generalizabilidad, que implica que una posición es colectivamente válida solamente cuando es inmediatamente aceptada por el colectivo o cuando se apoya en otras posiciones que han sido ya colectivamente validadas; 2) el Principio de Objetividad, que sostiene que una posición es colectivamente válida si no es posible negarla, independientemente de si es compatible o rechaza el punto de vista de algún participante de la argumentación; 3) el Principio de Coherencia, que asume que las posiciones sobre una tarea que son contradictorias entre sí o que implican puntos de vista mutuamente excluyentes deben decidirse mediante el argumento. Brown y Renshaw (2000) incluyeron dos nuevos principios para referirse al contexto de clase completa: 4) el Principio de Consenso, que requiere que todos los estudiantes en un grupo comprendan un enfoque acordado para completar la tarea y que puedan explicar los elementos del enfoque a los demás; y 5) el Principio de Recontextualización, que implica presentar las ideas del grupo sobre la tarea a la clase para su discusión y validación, reformulándolas para aclararlas cuando sea necesario y sometiendo a evaluación su validez. La argumentación colectiva, por lo tanto, se refiere a la conformación de espacios comunicativos en el aula donde los estudiantes tienen oportunidades para representar, comparar, explicar, justificar y validar sus ideas.

Krummheuer (1995, 2007, 2013) usa el término argumentación colectiva para referirse a dos o más individuos que interactúan para establecer (o intentar establecer) una posición. Así, la argumentación colectiva es un logro de la interacción y, como tal, no se puede analizar únicamente considerando una secuencia de declaraciones que se hacen. En cambio, las funciones de estas declaraciones son fundamentales para dar sentido a la argumentación. Por lo tanto, lo que constituye datos, garantías y respaldo no está predeterminado, sino que es negociado por los participantes a medida que interactúan (Yackel, 2002). En consecuencia, la argumentación colectiva es un constructo útil para analizar la naturaleza de la actividad dentro de las aulas de matemáticas, caracterizada por la resolución colaborativa de problemas y las discusiones de toda la clase.

Así, entendemos la argumentación colectiva como una actividad y, a la vez, como una herramienta para documentar el aprendizaje de una clase, que se evidencia en los cambios en los contenidos y en la organización de la argumentación en el aula. El análisis de la argumentación desde esta perspectiva ayuda a aclarar la relación entre el individuo y el colectivo, es decir, entre las explicaciones y justificaciones que dan los estudiantes en instancias específicas y la conformación de prácticas y conocimientos matemáticos compartidos.

La situación argumentativa

Distintos autores han conceptualizado e investigado la argumentación en el aula de matemáticas focalizándose en aspectos estructurales (Inglis et al., 2007; Knipping, 2008; Solar y Deulofeu, 2016), lógico-semánticos (Balacheff, 1999; De Villiers, 1993; Duval, 1999) y sociales (Boero et al., 2010; Cornejo-Morales y Goizueta, 2019; Krummheuer, 1995). Consideramos que es posible -y necesario- componer una visión teórica integradora, que se nutra de diversas perspectivas, con la intención de dar cuenta de manera compleja y articulada de la argumentación en las matemáticas de la Educación Infantil. Para ello, proponemos la Situación Argumentativa (SA), con la intención de capturar de manera sinérgica e integrada distintos elementos funcionales y contextuales que permiten caracterizar la actividad argumentativa en el aula de matemáticas de Educación Infantil.

Como cualquier otra actividad humana, la argumentación se da en un cierto contexto, entendido este como el conjunto dinámico de circunstancias (materiales e inmateriales) que se producen alrededor de un hecho o evento. Van Dijk (2001) divide el contexto de manera analítica en macro y micro contextos. El primero está conformado por las estructuras sociales globales que determinan la situación comunicativa, como la cultura de la que forman parte los individuos, o sus condiciones socioeconómicas. El segundo está conformado por las estructuras locales de la situación interactiva cara a cara. El micro contexto se refiere a las situaciones concretas de aula, con elementos como el tema matemático abordado y las relaciones entre los participantes, entre otros. En la SA se considera el micro contexto del aula de matemáticas, aquel que puede ser investigado *in situ*, considerando la situación y los sucesos observables del aula.

La SA considera también la funcionalidad de los argumentos y de la argumentación en la Educación Matemática Infantil. En estos niveles importa tanto cómo argumentan los estudiantes como para qué lo hacen. En estudios sobre la argumentación, frecuentemente se sostiene que los estudiantes argumentan, principalmente, para convencer a otros sobre una posición. Aunque coincidimos en que esta es una función de la argumentación, consideramos que no es la única. Inspirados en el trabajo De Villiers (1993), quien profundiza en las funciones de la demostración matemática y tensiona la visión tradicional, describimos las funciones de la argumentación en el aula de matemáticas con el objetivo de responder a las características del aula de Infantil.

Por otro lado, con la SA se responde a dos cuestionamientos centrales: ¿qué características tiene la argumentación en la Educación Matemática Infantil? y ¿cómo identificar argumentos en los niveles iniciales? Para abordar el primer cuestionamiento, es necesario registrar quiénes interactúan, qué hacen y cómo se argumenta. Abordar el segundo cuestionamiento implica interpretar qué quieren decir los estudiantes, qué argumentos formulan, por qué los formulan y cómo lo hacen cuando hablan sobre un tema matemático. Considerando las particularidades de la Educación Matemática Infantil, la caracterización de la argumentación y la identificación de argumentos supone un gran desafío de investigación. No solo resulta difícil determinar por qué los estudiantes dicen lo que dicen, reconstruirlo con ellos a través de preguntas es igualmente difícil. Los niños pequeños son menos explícitos al dar cuenta de sus resultados o procedimientos matemáticos e inventan historias y personifican los objetos matemáticos. Pasan de estar muy concentrados en una tarea a cantar una canción o jugar con los materiales entregados. Asimismo, las respuestas e intervenciones de los estudiantes pueden desarrollarse en función del clima de aula y de las expectativas del profesor sobre un tema matemático, una respuesta específica o una técnica. Por estas razones, la reconstrucción de sus argumentos requiere de la inferencia pragmática del aspecto argumentativo de lo que dicen y hacen los estudiantes en la clase mientras trabajan en las tareas matemáticas propuestas por el profesor. Dada la naturaleza fuertemente interpretativa de estas reconstrucciones y la dificultad para verificarlas directamente, resulta necesario considerarlas tentativas y aclarar tanto como sea posible las consideraciones hechas para su inferencia.

Considerando estos cuestionamientos y desafíos, definimos la SA en términos de cinco componentes: 1) Argumento; 2) Interacción; 3) Función de la argumentación; 4) Carácter de la argumentación y 5) Matemática. La figura 1 da cuenta de estos elementos y de su organización.

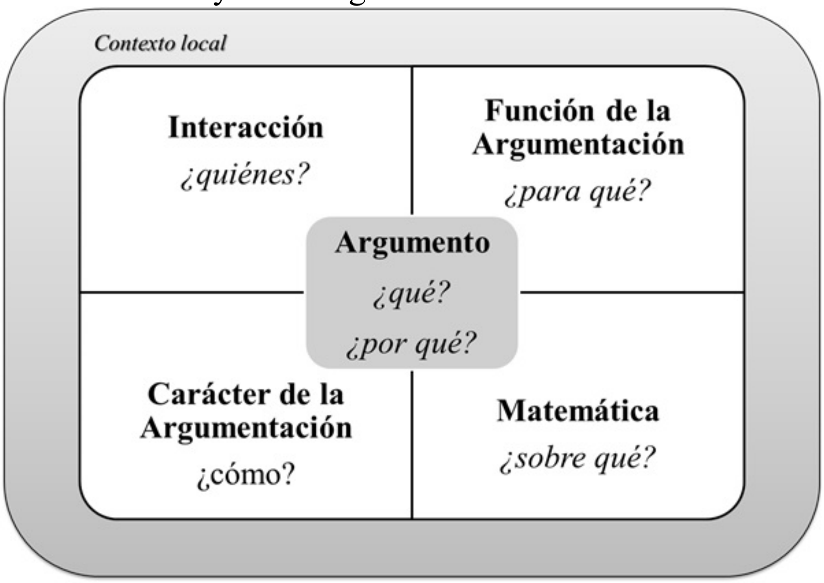

Figura 1. La Situación Argumentativa

Componente *Argumento*

El componente *Argumento* se basa en nuestra caracterización de argumentación y se relaciona con la identificación y reconstrucción del argumento como elemento central de la argumentación. Este componente responde al *qué* dicen y hacen los participantes de la interacción y *por qué*. El argumento tiene dos elementos clave: la posición adoptada y las razones que dan cuenta de esa posición (figura 2). Cuando un estudiante argumenta, esperamos identificar la posición que toma con respecto a aquello a lo que dirige su atención y las razones que entrega a favor de esta, explícita o implícitamente. En el caso de la Educación Infantil, resulta crucial considerar el abanico de recursos semióticos que niños y niñas despliegan, pues no basta observar lo que verbalizan para comprender el contenido de lo que comunican (Alsina, 2015).

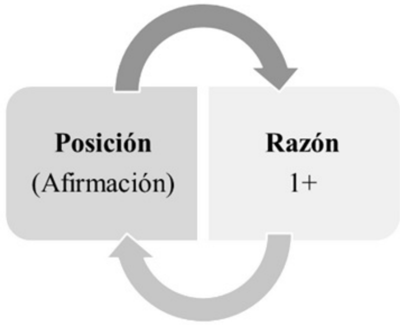

Figura 2. Partes de un Argumento

Componente *Interacción*

Este componente responde a *quiénes* participan en la argumentación, considerando los papeles de profesor y estudiante. Identificamos cuatro tipos de interacción: i) Interacción en gran grupo, cuando el profesor se dirige a todo el grupo dando instrucciones de actividad o institucionalizando lo aprendido; ii) Interacción entre pares en pequeño grupo, entre los estudiantes dentro del grupo y sin que intervenga el profesor; iii) Interacción en pequeño grupo con el profesor, cuando el profesor interactúa de manera privada con un grupo en relación con la actividad propuesta; y iv) Interacción individual, cuando un estudiante interactúa consigo mismo para resolver una tarea.

Componente *Función de la Argumentación*

Este componente se inspira en las funciones de la demostración matemática propuestas por De Villiers (1993). Siguiendo a este autor, la función de la argumentación se refiere al significado, propósito y utilidad que tiene un argumento. El autor propone cinco funciones de la demostración matemática: (1) verificación, concerniente al establecimiento de la inferibilidad de una afirmación dentro de una cierta teoría; (2) explicación, concerniente al esclarecimiento y comprensión de las nociones y relaciones que permiten la inferencia; (3) sistematización, concerniente a la organización de varios resultados dentro de un sistema de axiomas, conceptos fundamentales y teoremas; (4) descubrimiento, concerniente al hallazgo o invención de nuevos resultados o relaciones; y (5) comunicación, concerniente a la difusión del conocimiento matemático.

Para Hanna y De Villiers (2008) la demostración es un argumento que consiste en una cadena de inferencias deductivas, mientras que la argumentación es un discurso razonado, no necesariamente deductivo. Esto es crucial en el caso de los primeros años de la escolaridad, en los que la distinción entre un argumento deductivo y otro que no lo es resulta difícil de elaborar y la plausibilidad de las afirmaciones se consigue mediante estrategias diversas. Sin embargo, al igual que en el caso de la demostración entre los matemáticos, y siguiendo con la propuesta de De Villiers (1993), consideramos que la argumentación en el aula de matemáticas no tiene la única función de establecer la plausibilidad de cierta posición y que resulta crucial en la construcción y organización del conocimiento, y en la conformación de la disciplina. En nuestro estudio se han adaptado las funciones de De Villiers al caso de la argumentación, cambiando la mirada desde las matemáticas de la educación superior hacia las matemáticas de los primeros años. Así, este componente responde la pregunta: *¿para qué* argumentan los niños y niñas? A continuación, describimos y caracterizamos las cinco funciones propuestas, y damos un ejemplo de cada una en la Educación Infantil.

La argumentación tiene la *función de verificar* cuando, a través de ella, se establece el valor epistémico de una afirmación dentro de un determinado sistema compartido de conocimientos. En el caso de la Educación Infantil, el conteo directo, por ejemplo, es introducido como el procedimiento estándar a la hora de determinar la cardinalidad de una colección. De modo que podemos observar esta función cuando un estudiante indica que '*dos más dos son cuatro*' porque ha juntado las colecciones iniciales de dos elementos y ha contado los elementos de la colección final diciendo: '*uno, dos, tres y cuatro*', donde el número otorgado al último elemento contado de la colección final corresponde a la cardinalidad de la colección.

La argumentación tiene la *función de explicar* cuando permite comprender las nociones y relaciones matemáticas que están detrás de una proposición a partir de ideas conocidas. Por ejemplo, cuando a un estudiante se le muestra una colección de 5 objetos y se le pregunta cuántos hay. El estudiante indica que hay 4, comienza a contar desde el 0 diciendo *'cero, uno, dos, tres, cuatro'*. En este caso, las acciones del estudiante explican las nociones y técnicas que puso en juego, e incluso permiten conocer el origen de su error.

La argumentación tiene la *función de comunicar* cuando se intercambian ideas (razonamientos, procedimientos, estrategias, técnicas o definiciones) sobre un tema matemático para que sean consideradas por otros. Por ejemplo, a los estudiantes se les plantea resolver la adición cinco más dos. Un estudiante indica que para resolver el cálculo juntó las colecciones que tenía disponibles y contó todos los elementos de la colección final diciendo la secuencia desde el 1 al 7. Otro estudiante replica que esta estrategia no es tan eficiente como la suya, porque es muy lenta. El segundo estudiante contó hacia adelante 2 desde el número 5 (6 y 7 con los dedos) y eso para él es más eficiente y, por lo tanto, mejor. En este ejemplo se observa la exposición de técnicas para resolver una tarea de conteo y resolución de cálculos aditivos, y la confrontación de las estrategias usadas. Ambas son correctas y basadas en el conteo, pero diferentes en términos de economía y rapidez de cálculo. El resto de los compañeros puede considerarlas para futuras tareas.

En la propuesta de De Villiers (1993), la función sistematizar se refiere al papel de la demostración en "la sistematización de resultados conocidos en un sistema deductivo de axiomas, definiciones y teoremas" (p. 20), mientras que la función descubrir se refiere al uso heurístico del razonamiento deductivo para llegar a nuevos resultados a partir de resultados conocidos. Dado que el conocimiento matemático no se organiza en la Educación Infantil como un sistema deductivo de axiomas, definiciones y teoremas, en el caso de estas dos funciones tomamos una distancia mayor de la propuesta de De Villiers. Sin embargo, mantenemos hasta cierto punto su sentido y relación originales. Consideramos el descubrimiento como el proceso por el que se llega a nuevos resultados acerca de los objetos matemáticos en cuestión recurriendo a maneras socialmente aceptadas de razonar -como lo sería la demostración en el caso de los matemáticos. Mientras que consideramos la sistematización como el proceso mediante el cual los estudiantes abstraen principios generales a partir de su trabajo con objetos matemáticos. En el caso del descubrimiento, decimos que el estudiante procede a *nivel local*, pues sus resultados se refieren a los objetos matemáticos con los que está trabajando. En cambio, decimos que procede a *nivel global* en el caso de la sistematización, pues sus resultados aplican a clases de objetos. En síntesis, la argumentación tiene la **función de descubrir** cuando se llegan a establecer nuevas relaciones o comprensiones a *nivel local* como parte de la actividad matemática, y tiene la **función de sistematizar** cuando se llegan a establecer nuevas relaciones o comprensiones a *nivel global*. El ejemplo que se muestra a continuación es una tarea geométrica y permite distinguir estas dos funciones (figura 3).

La tarea es seleccionar la letra donde está la figura que permite cubrir el área en blanco. La respuesta correcta es C, pero para poder cubrir el área en blanco se debe aplicar (mental o concretamente, en caso de que la figura esté disponible) una rotación a la figura. Para agregar dificultad, las alternativas corresponden a figuras prototípicas.

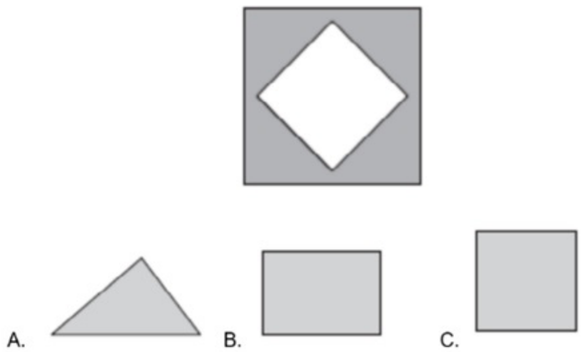

Figura 3. Actividad de funciones: Descubrir y sistematizar

El estudiante establece relaciones *locales* cuando descubre que la figura que calza en el espacio en blanco es un cuadrado que ha rotado. Esto lo lleva a seleccionar la alternativa C, incluyendo en su justificación -posiblemente de manera tácita- que la figura no cambia cuando es rotada. En cambio, el estudiante establece relaciones *globales* cuando identifica que las figuras, en general, no son estáticas y pueden moverse (aplicar transformaciones isométricas), lo que se observa cuando justifica sus respuestas a este tipo de tareas rotando y trasladando las figuras.

Componente *Carácter de la Argumentación*
El componente *Carácter de la argumentación* responde al *cómo* argumentan los niños y niñas y se basa en las ideas de Krummheuer (2013), quien identifica dos tipos de argumentación en el aula de los niveles iniciales: diagramática y narrativa, con las que caracteriza la actividad argumentativa de los estudiantes. La argumentación diagramática recurre al uso de diagramas (i.e. recursos materiales o pictóricos) que 'materializan' los elementos que se ponen en juego en la conversación, de modo que se hacen tangibles y pueden ser manipulados por los participantes. Los diagramas pueden ser objetos tangibles (e.g., cubos encajables o regletas) o representaciones pictóricas. La manipulación de los diagramas muestra el proceso llevado a cabo para realizar una tarea y se constituye en el argumento justificativo (Cornejo-Morales y Goizueta, 2019). La argumentación narrativa requiere de una narración, a través de la que se establece una relación secuencial entre afirmaciones, donde unas funcionan como causas de otras. En el aula, estas narraciones suelen referirse a secuencias de acciones realizadas para resolver un problema. La resolución de una tarea puede verse como una narración que funciona como un argumento, en la que una secuencia de acciones se corresponde con una secuencia de relaciones inferenciales.

Componente *Matemática*
Este componente se refiere al conocimiento matemático que está en juego en los argumentos de los estudiantes. Describimos estos conocimientos en términos de estándares de contenidos (e.g., numeración, operaciones aritméticas, geometría, medida, estadística y probabilidad, álgebra) o de técnicas y procedimientos realizados por los estudiantes (e.g., conteo, reparto equitativo, multiplicación) para registrar *sobre qué* hablan los estudiantes y qué matemática están utilizando o problematizando.

La SA permite observar la actividad matemática del aula de infantil poniendo el foco en la argumentación. Este abordaje multifactorial posibilita observar la actividad como un todo integrado que determina cómo se comportan las partes, respondiendo de forma específica a la visión integral de la Educación Infantil (Alsina, 2015). Así, la SA emerge como un modelo ajustado a las características de la Educación Infantil y, por lo tanto, es inicialmente específico para esta etapa, aunque la misma lógica de su construcción sugiere su posible adaptación a otros niveles educativos.

La situación argumentativa en episodios de clase

En el marco de un estudio de mayor envergadura, se han videograbado 22 clases de matemática en un grupo de 29 niñas de 5 a 6 años a lo largo de un año escolar, en las que se aborda la construcción del número hasta 20. En cada clase se han identificado episodios de interés, los que se determinan considerando la presencia de un argumento y los elementos que permiten contextualizarlo. El inicio y final de un episodio se delimitan cuando comienza y finaliza una tarea, cuando se cambia de tema, o cuando las estudiantes dejan de interactuar. A continuación, describimos y analizamos tres episodios (A, B y C) para ejemplificar la noción de SA, que han sido seleccionados por ser característicos de la argumentación en las matemáticas de la Educación Infantil.

Análisis de la Situación Argumentativa en el episodio A

El episodio A se observa en la primera clase registrada, que tiene como objetivo identificar y representar el 0, entendiendo al 0 como ausencia de cantidad en los elementos de una colección. La profesora propone dos actividades: (1) la narración de un cuento sobre el 0, y (2) el desarrollo de tareas del libro de texto asociadas a la identificación de colecciones con 0 elementos, a la grafía del 0 y a la ubicación del 0 en la cinta numerada. El episodio A se desarrolla antes de la primera actividad. La profesora está indagando las ideas de las estudiantes asociadas al 0 y a la cantidad de elementos de una colección con 0 elementos. Sobre la pizarra de la sala hay una cinta numerada (figura 4) que contiene la secuencia de los números del 0 al 10. Bajo cada número de la cinta se presenta una colección que indica la relación número-cantidad.

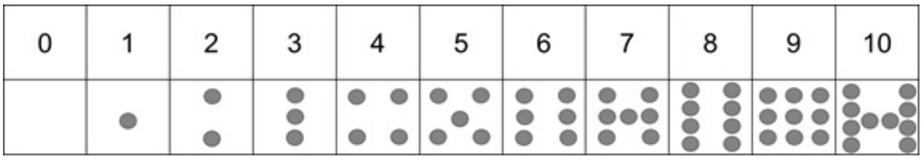

Figura 4. Cinta numerada

En este episodio, la profesora (P) realiza una pregunta inicial a las estudiantes (Es) de la clase. Participan, principalmente, dos estudiantes (E1 y E2). La Tabla 1 corresponde a la transcripción del episodio.

Tabla 1.
Transcripción Episodio A

1	*P:*	¿Dónde está el cero aquí en la sala?	(se acerca a la cinta)
2	*E1:*	En los números.	
3	*E2:*	Ahí.	(indica con el índice la cinta)
4	*P:*	¿Aquí?	(indica la cinta)
5	*E2:*	Sí.	
6	*P:*	Muy bien E2.	
7	*P:*	El cero, en su cuadrito, ¿tiene algo?	(se refiere al cuadro bajo el número)
8	*Es:*		(no hay respuesta)

Tabla 1.
Transcripción Episodio A

9	*E1:*	Sí.	
10	*Es:*	Sí.	(variadas respuestas)
		No.	
11	*P:*	El número cero, ¿tiene algo en los cuadritos?	
12	*Es:*	No.	(a coro)
13	*P:*	¿Y el número 1? ¿en los cuadritos tiene algo?	
14	*Es:*	Sí.	(a coro)
15	*P:*	¿Qué tiene?	
16	*E1:*	Un círculo.	
17	*P:*	Un círculo, ¿y el cero tiene algo?	
18	*Es:*	No.	(a coro)
19	*E1:*	Nada.	
20	*P:*	Nada, ¿por qué tendrá nada?	
21	*E1:*	Porque se cuenta a partir del uno.	
22	*P:*	El cero, ¿qué representaría?	
23	*Es:*		(no hay respuesta)
24	*P:*	Nada, porque no hay nada. Ahora vamos a ver un vídeo…	(Se dan instrucciones para la primera actividad)

A continuación, analizamos el episodio A considerando los componentes de la SA, identificando lo que se dice y por qué se dice, quiénes argumentan, cómo lo hacen, para qué argumentan y qué ideas matemáticas están involucradas.

Componente Argumento

El argumento central de este episodio se puede observar en las intervenciones [17] a [21] de la transcripción. En él participan directamente la profesora y E1, mientras el resto del grupo escucha. Al inicio [7-17], la profesora llama la atención sobre un hecho: al número 1 le corresponde un conjunto con un círculo y al número 0 le corresponde un conjunto vacío (i.e. con ningún círculo). Es decir, la profesora establece como un dato (un hecho) que al número 0 le corresponde una colección vacía (lo que las estudiantes pueden ver en la cinta). En otras palabras, la posición respecto a la cardinalidad del conjunto no está en discusión: ha sido garantizada por la actuación de la profesora. No sabemos si todas las estudiantes están convencidas, pues las respuestas mixtas [10] levantan dudas. En todo caso, E1 parece aceptar esta posición, pasando de su respuesta inicial [9] a la contraria [19], la que justifica inmediatamente [21].

Para identificar el argumento central, distinguimos la posición que adopta E1 sobre la cantidad de elementos de una colección y las razones que sostienen este posicionamiento (figura 5).

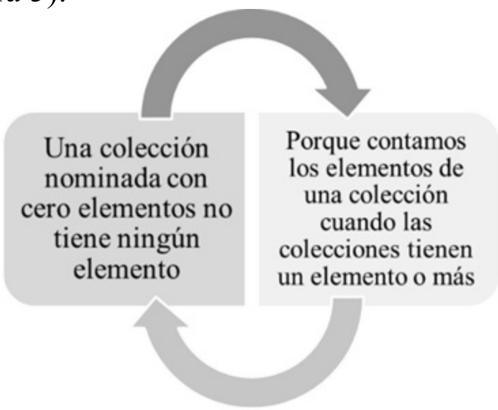

Figura 5. Reconstrucción del argumento central del episodio

La posición que toma E1 es que, en la colección de la cinta numerada correspondiente al 0, hay 0 elementos. La razón que justifica su posición se relaciona con la técnica de conteo, pues para la estudiante *se cuenta a partir del 1*. Cuando la estudiante indica que se cuenta a partir del 1, parece referirse a que las colecciones tienen elementos desde el 1 y no desde el 0. Por lo tanto, interpretamos que, para ella, una colección tiene elementos solo a partir del 1 (cardinalidad), y por eso una colección con 0 elementos no tiene nada.

Componente Interacción

En este episodio observamos una *Interacción en gran grupo*, en el que la profesora plantea una pregunta sobre la cardinalidad de las colecciones. El contexto se caracteriza por la mediación de la profesora, quien regula las intervenciones de las estudiantes y propone una pregunta inicial [1], alrededor de la cual se desarrolla el episodio. Esta pregunta es abierta a todo el grupo, por lo que interpretamos que la profesora espera que cualquier estudiante responda y que todas puedan escuchar las respuestas de sus compañeras. Si bien es cierto, se observa que no interactúa todo el grupo de estudiantes en el episodio, todas tienen acceso a la discusión.

Componente Función de la Argumentación

La función que predomina en este episodio es *explicar*. E1 parece utilizar sus conocimientos sobre el conteo, a saber, la relación número–cantidad y el antecesor de un número, para justificar su posición [21]. En el nivel anterior (4-5 años), los estudiantes aprenden la secuencia de los números hasta 10, cuentan colecciones y las producen, identifican la relación–número cantidad y conocen la grafía de los números hasta 10. E1 parece utilizar estos conocimientos para explicar por qué una colección con cero elementos *'no tiene nada'*.

Componente Carácter de la Argumentación

En este episodio, la argumentación tiene rasgos *narrativos*. La estudiante que formula el argumento no hace uso de ningún material concreto para producirlo. Cabe destacar que la profesora pregunta cuántos elementos hay en una colección apoyándose en la cinta numerada (figura 4). Se podría suponer que la estudiante ocupa ese recurso para construir su argumento, pero no hay certeza de que lo esté haciendo. Su argumento, breve, establece una relación clara y secuencial entre la cantidad de elementos de una colección y la realización del conteo de sus elementos: las colecciones tienen elementos a partir del 1, es decir, se pueden contar elementos solo a partir del 1, y el 0 antecede al 1, por lo tanto, la colección asociada al 0 no tiene nada.

Componente Matemática

La matemática involucrada en este episodio tiene que ver con las técnicas de conteo, con el antecesor de un número y con la relación número-cantidad. En la tabla 2 se presentan los contenidos identificados en el argumento formulado.

Tabla 2.
Matemática involucrada en el episodio A

Conteo	La estudiante alude a la técnica de conteo para formular su argumento, pues las colecciones se pueden contar cuando tienen un elemento o más.
Antecesor de un número	Se puede inferir que la estudiante hace uso de la noción de antecesor de un número porque indica, siguiendo la secuencia, que se cuenta a partir del 1, sugiriendo que el 0 está antes del 1.
Relación número-cantidad	La profesora plantea la pregunta central del episodio aludiendo a este conocimiento y cuestionando a sus estudiantes sobre la cardinalidad de una colección con 0 elementos.

Del episodio se desprende que la profesora está abordando la enseñanza del 0 desde su grafía, desde la relación número–cantidad y desde una comprensión del 0 como ausencia de cantidad y conjunto vacío.

Situación Argumentativa del episodio A

La figura 6 sintetiza la SA del episodio A.

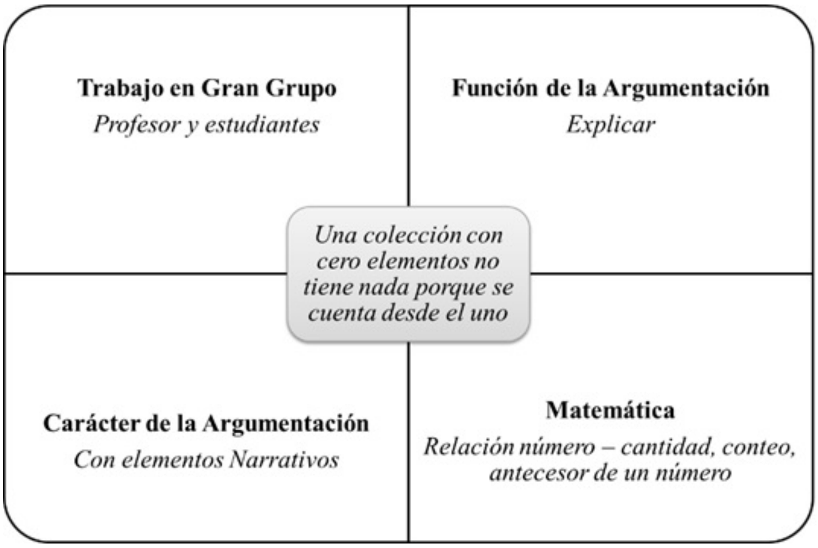

Figura 6. Situación Argumentativa del episodio A

Análisis de la Situación Argumentativa en el episodio B

El episodio B corresponde a la clase número 18. Esta clase tiene como objetivo "Estudiar los números ordinales del primero al décimo". En ella, la profesora propone dos actividades. La primera consiste en observar un vídeo sobre los números ordinales, del primero al décimo, donde se explica cómo se escriben y qué representan. Para la segunda actividad, la profesora entrega rectángulos de colores y una hoja de block a las estudiantes para que construyan un edificio de 5 pisos, indicando al lado de cada uno el número ordinal que le corresponde (figura 7).

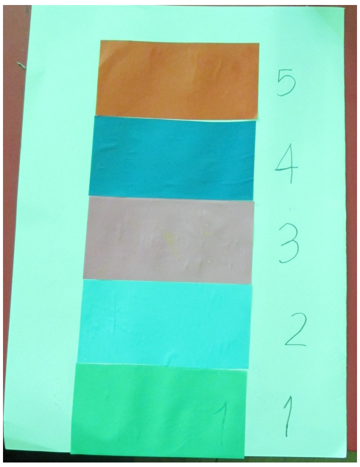

Figura 7. Producción episodio B

El episodio B ocurre hacia el final de la segunda actividad de la clase, mientras la profesora está monitoreando el trabajo grupal. El episodio inicia cuando, al parecer, la profesora identifica un error en el trabajo de una estudiante y realiza una pregunta para clarificar. En este episodio están involucradas todas las integrantes del equipo, E1, E2 y E3.

Tabla 3.
Transcripción Episodio B

1	*P:*	E1, ¿ahí dice primero o dice uno?	(indica con su dedo índice; E1 ha escrito 1 en lugar de 1°)
2	*E1:*	Primero	
3	*E2:*	Uno, dos, tres, cuatro, cinco	(Recita la secuencia del uno al cinco indicando a la vez con el dedo sobre cada piso del trabajo de E1)
4	*E1:*	Me falta…	
5	*E2:*	Tienes que ponerle las pelotitas	(se dirige a E1 indicando con su dedo índice el lugar al lado del número)
6	*P:*	¿Hay que ponerle las pelotitas?	
7	*E2:*		(asiente)
8	*E3:*		(asiente)
9	*P:*	¿Por qué? O si no, ¿qué dice?	
10	*E3:*	Uno, dos, tres, cuatro, cinco	
11	*P:*	Y cuando le hago la pelotita, ¿qué dice?	
12	*E2:*	Primero, segundo, tercero, cuarto, quinto	(indica con su lápiz cada piso de su edificio – de abajo hacia arriba – mientras dice la secuencia de números ordinales)
13	*P:*	¡Muy bien!	(se aleja del grupo)

Componente Argumento

El argumento central de este episodio se puede observar entre las intervenciones [5] y [12], y se ha reconstruido en la figura 8. Este argumento es formulado entre la profesora y dos estudiantes (E2 y E3), y se da en torno al trabajo de E1. La profesora identifica un error en la escritura de los números ordinales, esto se infiere cuando pregunta "¿ahí dice primero o dice uno?". Su pregunta llama la atención no solo de E1, interpelada por la profesora, sino también de sus compañeras de equipo. No es claro que E1 logre identificar su error [4], el que es señalado por E2, quien da la posición de este argumento [5] indicando que, para que un número sea ordinal, cada número cardinal debe acompañarse de una "pelotita" (indicador ordinal). La profesora le pregunta si lo que dice E2 es correcto, E2 y E3 asienten [7-8] mientras E1 presta atención al diálogo. La profesora solicita [9] explícitamente a las estudiantes del equipo las razones por las que habría que ponerle la "pelotita" a un número para entenderlo como un ordinal, preguntando por qué y qué pasaría si no se escriben estas pelotitas. E3 formula inicialmente la razón de este argumento [10], la que E2 reformula [12] en respuesta a una pregunta orientadora de la profesora [11]. Así, la razón de este argumento establece una relación global entre los números cardinales y ordinales, que se escriben y nombran de maneras distintas.

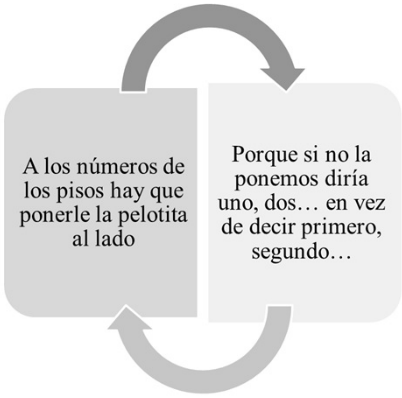

Figura 8. Reconstrucción del argumento central episodio B

Componente Interacción

En este episodio se identifica una *Interacción en pequeño grupo con el profesor*. El episodio inicia cuando la profesora monitorea el trabajo del grupo de estudiantes, interactuado de manera privada en relación con la actividad propuesta. El contexto en el que se desarrolla este episodio tiene características diferentes a las del episodio A. Si bien en ambos interactúan profesora y estudiantes, este se distingue por tener rasgos evaluativos, pues se desarrolla hacia el final de la última actividad de la sesión e inicia con un cuestionamiento de la profesora sobre la respuesta de una de las estudiantes.

Componente Función de la Argumentación

En este episodio interpretamos la función *sistematizar*, pues mediante la razón de este argumento se establece una relación global entre los números cardinales y los ordinales. Interpretamos la función *explicar* cuando las estudiantes establecen relaciones entre la tarea dada e ideas previas sobre el número cardinal -su forma de escritura y significado, lo que les permite contrastarlo con esta nueva idea de número que describe la posición de un elemento (pisos) en una sucesión (edificio). Sin embargo, entendemos que la función *sistematizar* predomina en este episodio, porque E2 y E3 comprenden que colocar la "pelotita" (indicador ordinal) al lado de un número cardinal para hacerlo ordinal se extiende para todos los números y no sólo para los que se están trabajando en la actividad. Cuando las estudiantes identifican los números cardinales del 1 al 5 [10] en la producción de E1 e indican que esos mismos números pueden ser expresados como ordinales [12] al agregar el indicador ordinal, están estableciendo relaciones *globales* entre clases de números y no solo relaciones locales entre ellos (i.e. aplicables a la tarea en cuestión).

Componente Carácter de la Argumentación
El argumento del episodio B tiene un carácter predominantemente *narrativo*. Las estudiantes establecen las razones de su posición de manera breve, secuenciada y mediada por la profesora, usando el lenguaje oral. Sin embargo, se identifican aspectos *diagramáticos* en las acciones de E2 ([3] y [12]). En [3], E2 usa su dedo índice para indicar los pisos de la producción de E1[3], mientras realiza el conteo, enfatizando en el carácter cardinal de los números. En [12], E2 señala cada piso asociándolo con el número ordinal correspondiente. Esto es clave, ya que cada vez que E2 indica un piso lo hace en el orden correspondiente. Estos aspectos diagramáticos se usan principalmente para indicar objetos (pisos y posición del indicador ordinal) y apoyar el conteo de forma complementaria a las narraciones que las estudiantes van produciendo a lo largo del episodio.

Componente Matemática
Las ideas matemáticas involucradas en este argumento se relacionan con los números ordinales y su escritura. En este episodio está envuelta la relación entre los números cardinales y los ordinales, lo que amplía la idea de número de las estudiantes. Así, transitan desde una comprensión del número como una herramienta para contar los elementos de una colección -su aspecto cardinal- hacia la comprensión del número relativo al orden de un elemento en una sucesión especifica -su aspecto ordinal.

Situación Argumentativa del Episodio B
La figura 9 sintetiza la SA del episodio B.

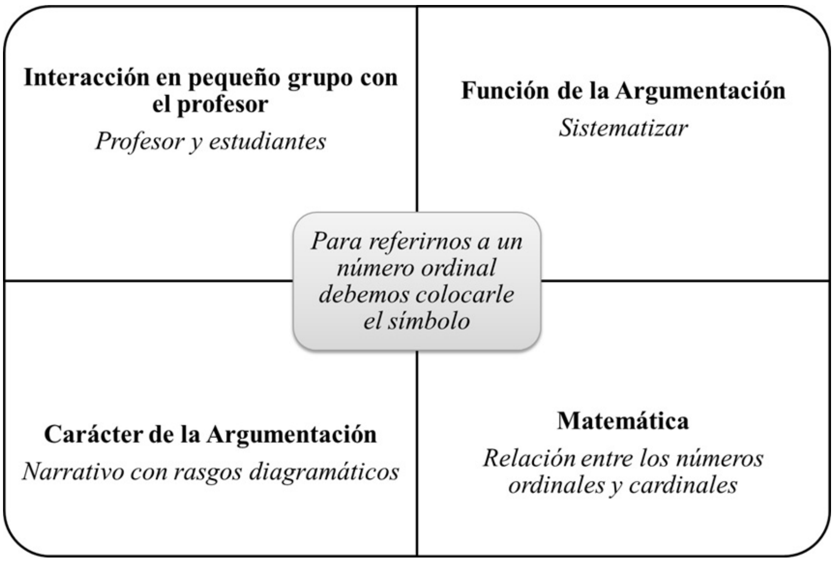

Figura 9. Situación Argumentativa episodio B

Análisis de la Situación Argumentativa en el episodio C

El episodio C corresponde a la clase número 6. Esta clase tiene como objetivo "Identificar y reproducir la grafía del número 6". La profesora propone tres actividades. La primera es la observación de un vídeo sobre cómo se escribe el seis. En la segunda, dibujan el número seis en una pizarra blanca y en la tercera, trabajan en el libro de texto. Este episodio se observa en la tercera actividad, mientras las estudiantes pintan individualmente seis vasos en su libro.

Tabla 4.
Transcripción Episodio C

1	*E1:*	Es bebida coca–cola esta	(se refiere al contenido de los vasos que está pintando)
2	*E2:*	A ver. Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis	(se acerca y cuenta la colección pintada por E1. Mientras cuenta, indica secuencialmente con el índice cada elemento de la colección)
			(retoman su trabajo individual)
		Sí, muy bien.	
3	*E2:*	Mmmmmm	(E2 se acerca a E1 a mirar su trabajo nuevamente)
		A ver… uno… no, cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco	(vuelve a contar la colección que pintó E1, pero ahora, en vez de comenzar con el uno, comienza con el cero)
			(al terminar de contar mira a E1 y niega con su dedo índice)
		No, espera	
4	*E1:*	No, no hay que tener el cero	
5	*E3:*	No, desde el cero no	
6	*E2:*	¿Cero o cielo?	(todas las niñas ríen y vuelven a su trabajo individual)

Componente Argumento

El argumento central del episodio C se observa en las intervenciones [3] a [5], y es formulado por dos estudiantes, E1 y E2. En él observamos dos posiciones y una razón para cada posición. Las posiciones que encontramos son la de E2 [3] y la de E1 [4], compartida por E3 [5]. El argumento se formula cuando E2 evalúa el trabajo de E1 [3], detectando un aparente error. E1 refuta la evaluación de E2, implicando que su trabajo es correcto. En la interacción entre E1 y E2 identificamos dos posiciones y dos razones, las que emergen por el desacuerdo entre las estudiantes. El desacuerdo surge debido a un error de conteo de E2 [3], cuando evalúa el trabajo de E1. Es interesante observar que, inicialmente, E2 cuenta correctamente, comenzando por el uno [2], mientras que en la segunda ocasión se corrige y comienza por el cero [3], aunque resguarda la correspondencia uno a uno entre los objetos (vasos) y los números de la secuencia. El error de E2 es identificado por E1, quien informa cómo debe realizarse correctamente el conteo de una colección: nombrando al primer elemento de la colección con el número 1 y no con el 0. En la figura 10 se reconstruye el argumento central del episodio.

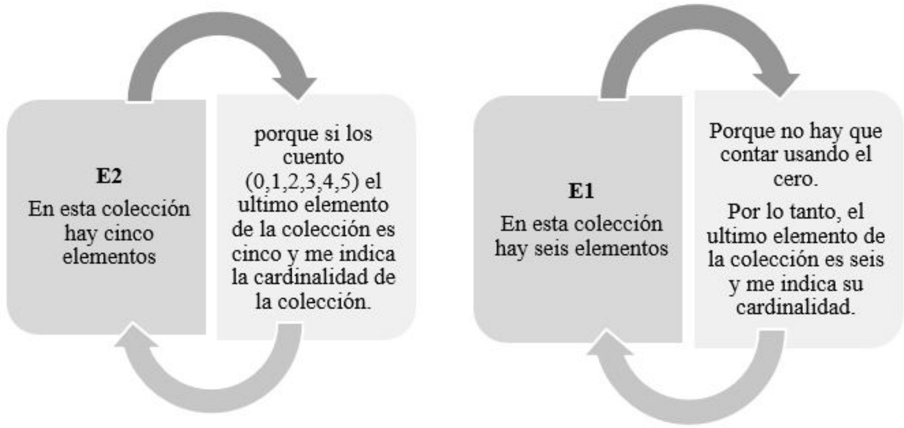

Figura 10. Reconstrucción del argumento central episodio C

Componente Interacción

A diferencia de los episodios anteriores, esta es una interacción *entre pares en pequeño grupo*, caracterizada por desarrollarse entre los estudiantes dentro del grupo de trabajo, sin intervenciones o mediaciones de la profesora. La disposición en equipos favorece la comparación de las producciones entre las estudiantes y su interacción. De modo que esta interacción se da espontáneamente entre los párvulos, a pesar de que la actividad debía realizarse de manera individual (cada una en su libro de texto).

Componente Función de la Argumentación

La función que identificamos en este episodio es *Refutar*, pues E1 y E2 sostienen diferentes posiciones, ofreciendo como razón distintas técnicas para realizar el conteo. E2 sugiere que la colección pintada por E1 tiene cinco elementos, conclusión a la que llega comenzando a contar por el cero y terminando con el cinco. E1 está en desacuerdo con E2 y señala que su técnica no es correcta, pues el cero no debe formar parte del conteo, lo que respalda E3. No sabemos si las diferencias al abordar la tarea son solucionadas y las estudiantes llegan a un acuerdo, pues E2 hace una broma, las estudiantes ríen y vuelven a su trabajo individual. Lo anterior es una característica clave del aula de Educación Infantil; las estudiantes pasan de un tema a otro, cantan y ríen mientras estudian un tema y no siempre continúan sus discusiones hasta llegar a un consenso evidente.

Componente Carácter de la Argumentación

El carácter de la argumentación en este episodio es *diagramático*. Cuando E2 cuenta la colección de vasos pintados por E1, identificamos rasgos diagramáticos en su proceder pues coloca su dedo índice sobre cada uno de los elementos de la colección mientras recita la secuencia de números para contar (correctamente la primera vez e incorrectamente la segunda). Precisamente, el hecho de que E2 verbalice el conteo permite a E1 identificar el error de su compañera, e interpelarla para hacerlo notar y sostener su propia posición.

Componente Matemática

En este argumento se ponen en juego los principios y técnicas subyacentes al conteo de colecciones menores que 10. Ambas estudiantes cuentan la colección de vasos realizando la correspondencia uno a uno exitosamente, entendiendo que el último número nombrado de la secuencia corresponde a la cardinalidad de la colección. E2, sin embargo, comienza la secuencia con el cero, lo que es incorrecto.

Situación Argumentativa del Episodio C

La figura11 sintetiza la SA del episodio C.

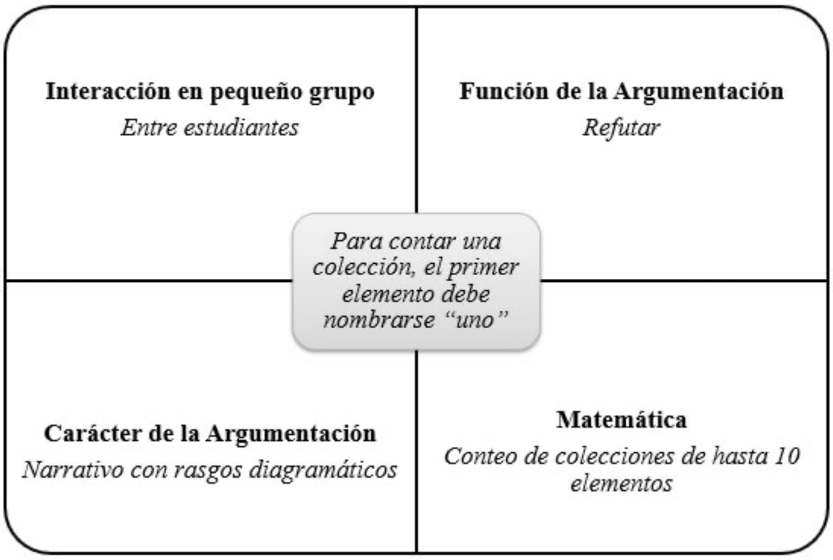

Figura 11. Situación Argumentativa episodio C

CONSIDERACIONES FINALES

En este artículo se ha caracterizado la argumentación en Educación Matemática Infantil y, con base en ello, se ha presentado un modelo para analizar la argumentación en la clase de matemáticas de los primeros años denominado 'Situación Argumentativa', que considera cinco componentes: 1) argumento (¿qué se argumenta? y ¿por qué?); 2) interacción (¿quién argumenta?); 3) función de la argumentación (¿para qué se argumenta?); 4) carácter de la argumentación (¿cómo se argumenta?); y 5) matemática (¿sobre qué se argumenta?). Esta propuesta teórico–metodológica se basa en elementos comunicativos y contextuales de la argumentación en Educación Infantil, y contempla aspectos locales del aula que intervienen en la formulación de argumentos. La aplicación de la SA en tres episodios de clase nos ha permitido ejemplificar el uso del modelo para el análisis de datos de aula.

El modelo propuesto responde a la necesidad de desarrollar una mirada integradora para el estudio de la argumentación en las matemáticas de la Educación Infantil, contemplando aspectos contextuales y funcionales que no han sido considerados de manera conjunta y sinérgica en estudios anteriores. Así, el principal resultado de este estudio es el aporte de un modelo específico para analizar la argumentación en Educación Matemática Infantil que permite obtener descripciones de la argumentación que sucede en el aula mediante el reconocimiento articulado de sus elementos constitutivos.

El desarrollo de este modelo es parte de un estudio longitudinal en curso de mayor envergadura en el que se pretende dar cuenta de la evolución de la argumentación en el nivel Infantil caracterizándola a lo largo de un año escolar. Así, la primera proyección de la SA tiene relación con su uso para la descripción de la evolución de las prácticas argumentativas del aula y del desarrollo de la competencia argumentativa de los estudiantes a lo largo del tiempo. El análisis de secuencias de Situaciones Argumentativas que se producen en periodos de tiempo determinados permitirá comprender qué aspectos de la argumentación cambian con el transcurso de las clases y en qué sentido lo hacen. En futuras investigaciones esperamos relacionar estos cambios en la argumentación con la actuación del profesor y sus decisiones pedagógicas, de modo de comprender cuáles son las actividades de aula que sostienen estos cambios. Creemos que esta información puede ser clave para orientar de manera acorde la actividad didáctico-pedagógica del profesor, contribuyendo a la planificación y organización de clases orientadas a la promoción de la argumentación y el desarrollo de la competencia argumentativa. Por otro lado, puede ser también un insumo para incluir el desarrollo de la competencia argumentativa como parte de la formación del profesorado de nivel Infantil.

La realización de nuevas investigaciones focalizadas en la argumentación en Educación Matemática Infantil que permitan comprender mejor y entender cómo cambia la argumentación a lo largo del tiempo, son un eje fundamental del desarrollo de la argumentación en el aula de matemáticas desde las primeras edades como parte de una educación de calidad y de la formación de estudiantes críticos, reflexivos e intelectualmente autónomos, capaces de comprender y construir la sociedad a la que pertenecen. La SA contribuye en este sentido al proponer una forma de entender la argumentación en las matemáticas de las primeras edades considerando las características del aula de Educación Infantil y de los y las estudiantes del nivel.

RECONOCIMIENTOS

Esta investigación está financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID), a través de la Beca de Doctorado Nacional convocatoria 2017 folio 21171532 y del proyecto FONDECYT Iniciación 11190135; y por el Proyecto EDU2017-84979-R subvencionado por FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades – Agencia Estatal de Investigación (España).

REFERENCIAS

Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Narcea.

Alsina, Á. (2020a). Revisando la educación matemática infantil: una contribución al Libro Blanco de las Matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 9*(2), 1-20.

Alsina, Á. (2020b). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática, 3*(2), 127-159. https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018

Andriessen, J. (2006). Arguing to learn. En K. Sawyer (Ed.), *Handbook of the Learning Sciences* (pp. 443-459). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/cbo9781139519526.027

Andriessen, J., Baker, M. y Suthers, D. (2003). Argumentation, computer support, and the educational context of confronting cognitions. En J. Andriessen, M. Baker, y D. Suthers (Eds.), *Arguing to learn: Confronting cognitions in computer-supported collaborative learning environments* (pp. 1–25). Kluwer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-0781-7_1

Balacheff, N. (1999). Is argumentation an obstacle? Invitation to a debate. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof* Mai/Juin 1999.

Boero, P. (2011). Argumentation and proof: Discussing a “successful” classroom discussion. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the*

7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 120-130). Recuperado de http://lettredelapreuve.org/pdf/CERME7/CERME7_WG1_BOERO.pdf

Boero, P., Douek, N., Morselli, F. y Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. En *Proceedings of 34th International Conference of the Psychology of Mathematics Education vol. 1*, (pp. 179-205). Recuperado de: https://pdfs.semanticscholar.org/069a/dc8b566019214ac2554eab71f3f3315e1021.pdf

Brown, R. A. J. y Renshaw, P. D. (2000). Collective argumentation: a sociocultural approach to reframing classroom teaching and learning. En H. Cowie y G. van der Aalsvoort (Eds.), *Social interaction in learning and instruction: the meaning of discourse for the construction of knowledge* (pp. 52–66). Pergamon Press.

Cornejo-Morales, C. y Goizueta, M. (2019) El tránsito entre argumentos diagramáticos y narrativos en preescolar. Orientaciones y propuestas. *Revista UNO, 85*, 28-31.

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Epsilon, 26*, 15-30. Recuperado de http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/proofb.pdf

Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 163-181), Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087901691_010

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* Grupo Editorial Iberoamérica.

Geist, E. (2014). *Children are born mathematicians: supporting mathematical development, birth to age 8*. Pearson. http://dx.doi.org/10.14507/er.v0.1104

Hanna, G., y de Villiers, M. (2008). ICMI Study 19: Proof and proving in mathematics education. *ZDM, 40*(2), 329-336.

Inglis, M., Mejía-Ramos J. P., y Simpson, A. (2007). Modeling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics, 66*, 3-21. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9059-8

Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentation in classroom proving processes. *ZDM, 40*, 427-441. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0095-y

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures, (pp. 229-269). Lawrence Erlbaum. https://doi.org/10.4324/9780203053140

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(1), 60-82.

https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001

Krummheuer, G. (2013). The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years. Educational Studies in Mathematics, 84, 249-265. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9471-9

Kuhn, D. (1991). *The skills of argument*. Cambridge University Press.

Miller, M. (1987). Argumentation and cognition. En M. Hickmann (Ed.), *Social and functional approaches to language and thought* (pp. 225-249). Academic Press.

National Council of Teachers of Mahematics [NCTM] (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2004). Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003. OECD.

Perry, B., & Dockett, S. (2007). Early childhood mathematics education research: What is needed now? En Watson, J. & Beswick, K. (Eds.), Mathematics: Essential research, essential practice (Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia) vol. 2, (pp. 870-874). MERGA. Recuperado de https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED503746.pdf#page=871

Schwarz, B. B. (2009). Argumentation and learning. En Muller Mirza y A. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and education* (pp. 91-126). Springer.

Schwarz, B. B., Neuman, Y., Gil, J. y Ilya, M. (2003). Construction of collective and individual knowledge in argumentative activity. *The Journal of the Learning Sciences, 12*(2), 219-256. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1202_3

Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema, 30*(56), 1092-1112. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13

Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

Van Dijk, T. (2001). Algunos principios de una teoría del contexto. *Revista Latinoamericana de Estudios del Discurso, 1*(1), 69-82.

Wells, G., y Arauz, R. M. (2005). Hacia el diálogo en el salón de clases: enseñanza y aprendizaje por medio de la indagación. *Sinéctica, Revista Electrónica de Educación, 26*, 1-19.

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(4), 423-440. https://doi.org/10.1016/s0732-3123(02)00143-8

Claudia Elizabeth Cornejo Morales
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
claudia.cornejo.morales@gmail.com

Manuel Goizueta
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
mgoizueta@gmail.com

Ángel Alsina
Universitat de Girona
angel.alsina@udg.edu

Recibido: Octubre de 2020. Aceptado: Mayo de 2021
doi: 10.30827/pna.v15i3.16048
ISSN: 1887-3987